



44123 | B

mct 12 pltes.
c pl. 71.

57403

LA GNOMONIQUE,

OU L'ART DE FAIRE DES CADRANS.

Par M. RIVARD, *Professeur de Philosophie en l'Université de Paris.*

Seconde Edition revue par l'Auteur.

Le prix est de trois livres en feuilles.



A PARIS,

Chez { PH. N. LOTTIN, Imprimeur-Libraire, rue Saint Jacques, à la Vérité.
JEAN DESAINT & CHARLES SAILLANT, Libraires, rue Saint Jean-de-Beauvais, vis-à-vis le Collége.

M. DCC XLVI.

Avec Approbation & Privilege du Roi.

ON trouvera Chez les mêmes Libraires les autres Ouvrages du même Auteur, ſçavoir,

Elémens de Mathématiques, quatriéme Edition in-4°. 1744.

Abrégé des Elémens de Mathématiques, ſeconde Edition in-8°. 1744.

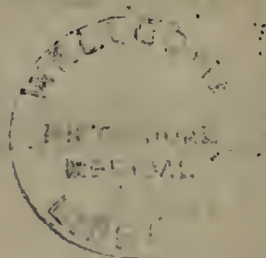
Abrégé de la Sphere & du Calendrier, à l'uſage de ceux qui ne ſçavent pas de Géométrie, in-12 1743.

Les trois Ouvrages ſuivans ſe vendent ſeulement chez JEAN DESAINT & CHARLES SAILLANT,

Traité de la Sphere, ſeconde Edition in-8°. 1743.

Traité du Calendrier, ſeconde Edition in-8°. 1744.

Tables des Sinus, Tangentes, Sécantes, de leurs Logarithmes, & de ceux des nombres naturels, avec la Conſtruction de ces Tables, & les Problêmes de la Trigonométrie rectiligne & ſphérique, in-8°. 1743.





PRÉFACE.

DE toutes les ſciences auxquelles on s'applique, les plus eſtimables ſont celles qui tendent à procurer quelque utilité aux hommes. L'Aſtronomie qui entraîne notre admiration en nous faiſant connoître la ſituation, l'ordre & les mouvemens des différentes parties de l'univers, mériteroit moins notre attention & le ſoin que l'on prend de la cultiver, ſi elle ne ſervoit à perfectionner la géographie & la navigation, & ſi elle ne fixoit la durée de la révolution annuelle du ſoleil pour nous empêcher de tomber dans la confuſion & dans l'erreur lorſque nous faiſons le dénombrement des années. Quel cas feroit-on de la méchanique, & quel avantage auroit-elle ſur pluſieurs autres ſciences, ſi en déterminant dans les machines le rapport & la ſituation des poids néceſſaires pour l'équilibre, elle ne nous fourniſſoit pluſieurs moyens ſoit pour épargner la peine des hommes dans la plûpart de leurs travaux, ſoit même pour venir à bout de quelques entrepriſes dont l'éxécution ſeroit abſolument impoſſible ſans ſon ſecours. La Gnomonique, ou l'art de faire des cadrans, mérite notre eſtime par cette conſidération : elle nous fait connoître l'égalité ou l'inégalité, & même le rapport des parties du jour, & nous ſert par la de regle pour faire chaque choſe dans le tems convenable. Il eſt vrai qu'on emploie plus communément à cet uſage des machines que l'induſtrie des hommes à ſçu inventer & perfectionner à un point qu'on n'auroit oſé

espérer, je veux dire, les horloges, les pendules & les montres : mais ces instrumens quelque dignes qu'ils soient d'admiration ne suffisent pas, on a besoin de cadrans ou de méridiennes pour les regler & pour les remettre à l'heure quand ils s'en sont écartés, ou du moins pour s'assurer quils ne se sont pas dérangés.

Ces considérations m'ont engagé à mettre quelque chose par écrit sur cette matiere que j'ai trouvée plus étendue qu'elle ne me paroissoit en commençant à y travailler. Je ne voulois d'abord partager cet ouvrage qu'en trois Livres qui répondissent aux trois especes de plans, les horisontaux, les verticaux & les inclinés ; mais j'ai été obligé d'en ajouter un quatriéme pour examiner plusieurs matieres qui demandent à être traitées séparément, telles que sont la maniere de placer l'axe, la détermination des premieres & des dernieres heures, la description d'une méridienne soit du tems vrai, soit du tems moyen, &c.

La premiere & la principale difficulté qui se présente dans la construction des cadrans soit verticaux soit inclinés, c'est de trouver leur déclinaison, je veux dire, leur situation par rapport au premier vertical ou par rapport au méridien : c'est ce qu'on a le plus de peine à découvrir quand on veut tracer ces sortes de cadrans, & qu'il faut néanmoins déterminer avec le plus de précision qu'il est possible : c'est pourquoi je me suis particulierement appliqué à ce point dans le second Livre : car outre que j'ai donné quatre méthodes dans le 3me Problême, on en trouvera encore une dans le 5me Problême & une autre dans le 6me. On pourra choisir entre ces différentes méthodes celle qui conviendra le mieux ou qui paroîtra plus facile. Les quatre du 3me Problême sont fort simples & fort aisées sur-tout les deux premieres. La 5me exposée dans le Problême V, est une des plus avantageuses & des plus commodes pour ceux qui entendent bien le calcul, parce qu'on en peut faire l'application

dans un jour autant de fois qu'on le juge à propos. Quand on a une fois déterminé la déclinaiſon du plan, on peut facilement tirer les lignes horaires en marquant des points ſur l'équinoctiale par la méthode de l'article 225, qui eſt la plus commode & la plus abregée, qu'il ſoit poſſible : ſans elle on ſeroit obligé de faire autant d'analogies qu'il y auroit de lignes horaires a tracer. La méthode de tracer des lignes horaires, renferme celle de faire une méridienne, puiſque c'eſt une de ces lignes ; cependant comme on eſt aujourd'hui fort dans l'uſage des méridiennes, j'en ai parlé fort au long dans le quatriéme livre où j'ai raſſemblé tout ce que j'avois à dire ſur cette matiere. J'y explique la théorie & la pratique de la méridienne du tems moyen qui eſt une invention de nos jours.

Quoique j'aie donné pluſieurs méthodes Géométriques pour la conſtruction des cadrans, je me ſuis beaucoup plus arrêté à celles qui s'exécutent par le calcul, perſuadé qu'elles ſont plus commodes & plus ſûres dans la pratique : d'ailleurs elles deviennent extrémement aiſées lorſqu'on ſe ſert de logarithmes, puiſque tous les calculs ſe réduiſent alors à ajouter deux nombres enſemble, ou à retrancher l'un de l'autre. Ce que j'ai dit dans la préparation qui précede le ſecond livre, ſuffit pour ſe former une notion des logarithmes, & pour apprendre à en faire uſage. J'y ai auſſi expliqué les méthodes abrégées dont on ſe ſert pour le calcul des triangles rectangles qui ſe rencontrent ſouvent dans la Gnomonique.

Tel eſt le plan que je me ſuis propoſé dans l'éxécution de cet ouvrage. J'ai pris la réſolution de le faire imprimer, quoiqu'il en ait paru depuis peu un autre ſur la même matiere *, qui répond à l'habileté de l'au-

* *Voici le titre abrégé de l'ouvrage entier:* Nouveaux traités de Trigonométrie rectiligne & ſphérique, accompagnés des tables de ſinus, tangentes, ſecantes, & des logarithmes, avec un traité de Gnomonique. Chez Hyppolite-Louis GUERIN, & Jacques GUERIN, Libraires rue ſaint Jacques, A Paris.

teur : c'eſt M. Deparcieux, Maître de Mathématiques. J'ai cru qu'il pouvoit être de quelque utilité de préſenter les mêmes vérités en différentes manieres, & que d'ailleurs ceux qui veulent étudier cette ſcience ne ſeroient pas fachés d'en trouver un traité ſéparé de tout autre.

Il eſt à propos d'avertir ici que cet ouvrage ſuppoſe que l'on ſçait les Elémens de Géométrie & la Trigonométrique rectiligne ; pour ce qui eſt de la Trigonométrie ſphérique, la connoiſſance n'en eſt pas abſolument néceſſaire, quoique j'aie employé en quelques endroits des analogies qui en ſont tirées. Il ſuppoſe auſſi qu'on a bien étudié la ſphere ; j'en ai donné un traité qui eſt cité pluſieurs fois dans celui-ci, parce qu'il en eſt comme le fondement : les citations ſont relatives à la ſeconde Edition.

Je finis en donnant en peu de mots une idée de la ſcience dont il s'agit. (Je ſuppoſe qu'on a quelque notion de certains termes qui y ſont fort en uſage :) c'eſt l'art de repréſenter ſur une ſurface pluſieurs points & différens cercles qu'on imagine dans le ciel, ſur-tout les cercles horaires ; c'eſt l'art, dis-je, de les repréſenter par rapport à un point d'un ſtile de fer que l'on attache à cette ſurface : ce point qu'on appelle ſommet du ſtile, eſt regardé comme le centre de la terre, ou plutôt comme le centre de tous les grands cercles qu'on repréſente. Pour concevoir en général la ſituation que doivent avoir les lignes qui déſignent ces cercles, il faut imaginer une verge de fer attachée au plan d'un mur ſelon la direction de l'axe de la terre, ce ſera l'axe du cadran. Imaginons encore un globe ou une ſphere ſur laquelle on ait marqué les différens cercles, & que l'axe attaché au mur perce la ſphere & paſſe par le centre, enſorte que cet axe ſoit auſſi celui de la ſphere, & qu'il y ait un de ſes cercles horaires qui réponde au méridien du lieu où eſt

ſitué le mur, le point de l'axe qui eſt au centre de la ſphere ſera le ſommet du ſtile. Si on conçoit que les grands cercles de cette ſphere ſont prolongés au-dehors, & coupent le plan du mur, les interſections des cercles avec ce plan, ſeront les lignes qui les repréſentent: par exemple, les interſections des cercles horaires ſeront les lignes horaires, l'équateur de la ſphere formera l'équinoctiale, & ſon horiſon formera l'horiſontale. Pareillement ſi on conçoit que de chaque point de la demi-circonférence ſupérieure des petits cercles, par exemple, des tropiques, il y ait des lignes droites tirées au centre qui ſoient prolongées juſqu'au mur, elles marqueront ſur la ſurface des lignes courbes qui repréſenteront ces petits cercles.

On a tâché dans cette ſeconde Edition de rendre la pratique des Cadrans plus facile, ſur-tout par rapport à la détermination de la déclinaiſon des cadrans verticaux: c'eſt pourquoi dans le 3me Problême de la ſeconde ſection du ſecond livre, on a raſſemblé les méthodes les plus aiſées dont quelques-unes ne ſuppoſent point de calcul, & les autres en contiennent fort peu: on a auſſi expliqué page 53 art. 35. une maniere de faire un compas à verge qui eſt aiſée à mettre en pratique, enſorte que chacun pourra en faire uſage en cas de beſoin.



ADDITION.

Nous avons cité plusieurs fois dans cet ouvrage un Problême du 3me Livre du traité de la spherepour tracer une méridienne sur un plan horisontal ; afin que l'on ne soit pas obligé de recourir à ce traité, nous avons cru qu'il étoit à propos d'ajouter ici ce Problême qui d'ailleurs appartient à la Gnomonique.

Art. I. La ligne méridienne d'un plan horisontal est l'intersection de ce plan & du méridien : ainsi la méridienne prise en ce sens est une ligne droite, qui est dirigée du sud au nord. Mais si on considere cette ligne sur la surface de la terre, c'est une circonférence ou une demi-circonférence que l'on conçoit sur cette surface, laquelle passe par les deux poles de la terre. Si on concevoit ces deux lignes prolongées indéfiniment, celle qui seroit dans le plan horisontal s'éleveroit au-dessus de l'autre : mais si on prend seulement une partie de la premiere qui n'ait que quelques toises de longueur, elle ne s'élevera pas sensiblement, au-dessus de la seconde, parce que le globe de la terre étant fort gros, sa rondeur ou sa convexité n'est sensible que dans une partie très-étendue de sa surface. Voici une méthode fort facile de tracer une méridienne sur un plan horisontal.

PROBLÊME.

2. *Tracer une ligne méridienne sur un plan horisontal.*

Il faut d'abord s'assurer si le plan sur lequel on veut tracer cette ligne est véritablement horisontal, au moins dans l'endroit sur lequel on voit à peu prés qu'elle doit être, & sur lequel on marquera les points dont nous parlerons ensuite : or on connoît qu'un plan est horisontal en appliquant une bonne regle à ce plan sur laquelle on pose un niveau, soit d'air, soit d'une autre espece : mais il faut appliquer cette regle selon deux directions qui se croisent, après quoi on opérera de la maniere suivante.

1°. On choiſira un point, comme C, ſur le plan duquel on tracera pluſieurs circonférences ou arcs concentriques, tels que AB, *ab*: aprés quoi on plantera au centre C un ſtile perpendiculaire qui ait environ un pied de hauteur, & dont l'extrémité ſupérieure ſoit une pointe un peu émouſſée, afin que ſon ombre ſoit ſenſible. (Cette extrémité ſupérieure s'appelle le *ſommet* du ſtile, & le point C du plan qui répond perpendiculairement au ſommet, ſe nomme le *pied* du ſtile.) 2°. On prendra garde avant midi quand l'extrémité de l'ombre tombera ſur un point, comme A d'une circonférence décrite, & on marquera ce point avec un poinçon. (Il eſt à propos que la circonférence ſoit aſſez écartée du centre pour que cette ombre s'y termine deux ou trois heures avant midi.) On obſervera l'après-midi quand l'ombre ſe terminera à la même circonférence, & on marquera auſſi le point que nous appellons B. 3°. On diviſera l'arc BA en deux parties égales, & du point du milieu D on tirera une ligne droite au point C, ce ſera la ligne méridienne : ſi vers l'extrémité de la méridienne qui regarde le ſud on tend une ficelle verticalement, ce qui peut ſe faire aiſément en y attachant un poids, il ſera midi lorſque l'ombre ſera parallele à la méridienne ; & ſi la ficelle eſt dans le plan du méridien, ſon ombre tombera deſſus la méridienne au moment de midi : ſi on laiſſoit le ſtile comme on l'a planté pour faire la méridienne, l'ombre du ſommet tomberoit ſur cette ligne à midi. Fig. 8. pag. 18.

DÉMONSTRATION.

Puiſqu'aux deux inſtans où l'on a marqué les deux points d'ombre A & B, l'ombre du ſtile étoit égale, il s'enſuit que le Soleil étoit de part & d'autre à la même hauteur ſur l'horiſon ; ainſi les deux verticaux déſignés par AC & BC, auxquels le Soleil répondoit, ſont à égale diſtance du méridien : par conſéquent en coupant

l'arc AB en deux parties égales le point du milieu D ſera un des points de la méridienne : mais d'ailleurs le point C, qui eſt le centre du cercle, & le pied du ſtile, eſt auſſi un point de la méridienne, puiſqu'il repréſente le zenith par lequel le méridien paſſe néceſſairement : ainſi en tirant une ligne du point D au point C, ce ſera la méridienne cherchée.

Remarques.

3. 1°. Pour élever un ſtile perpendiculaire, on peut ſe ſervir d'un plomb, c'eſt-à-dire, d'un poids de plomb, ou plutôt de cuivre, ſuſpendu par une ficelle : car ſi en tenant le plomb auprès du ſtile, la ficelle qui ſoutient le poids eſt parallele au ſtile, c'eſt une marque qu'il eſt perpendiculaire à l'horiſon. La raiſon en eſt que la direction du poids tendant au centre de la terre, elle doit être perpendiculaire à l'horiſon.

4. 2°. Il eſt à propos de tracer pluſieurs circonférences, & de marquer ſur chacune deux points auxquels s'eſt terminée l'ombre du ſtile; puis on coupera par le milieu chacun des arcs compris entre les deux points, afin de s'aſſurer de l'exactitude de l'opération : car ſi la ligne qui paſſe par le centre & le milieu d'un des arcs, paſſe auſſi par le milieu des autres arcs, c'eſt une marque que l'on a bien opéré : mais ſi cette ligne ne paſſe pas par le milieu des autres arcs, on jugera qu'il s'eſt gliſſé quelque erreur dans la pratique.

5. 3°. On ne doit pas craindre l'effet de la réfraction cauſée par l'atmoſphere, parce qu'elle augmente la hauteur apparente du Soleil de la même quantité dans les deux inſtans auxquels on marque les deux points d'ombre.

6. 4°. Au lieu du ſtile perpendiculaire que l'on appelle ſtile droit, il eſt plus commode de ſe ſervir d'un ſtile oblique, & même courbe : & alors le centre duquel on doit décrire des circonférences concentriques, eſt le point du plan ſur lequel tomberoit une perpendiculaire

tirée de l'extrémité ou du ſommet du ſtile. C'eſt ce point qu'on appelle le pied du ſtile. Or on peut trouver le pied du ſtile oblique ou même courbe avec un plomb qui ſoit terminé en bas par une pointe, laquelle réponde préciſément à la direction de la ficelle ou du fil : car ſi on tient le plomb de maniere que cette ficelle paſſe par le ſommet du ſtile, & qu'on laiſſe deſcendre le plomb juſqu'à ce que la pointe touche le plan horiſontal, le point de ce plan auquel aboutit la pointe du plomb eſt le pied du ſtile. Cette méthode eſt particuliere au plan horiſontal ; on en peut voir d'autres pour toutes ſortes de plans dans le premier Problême du ſecond livre de Gnomonique pag. 88.

7. 5°. Comme il eſt aſſez difficile d'appercevoir diſtinctement l'ombre du ſommet du ſtile, ſur-tout lorſque ce ſtile eſt un peu long, par exemple de deux ou trois pieds, alors on attache au bout du ſtile, une plaque percée d'un trou rond dont le diametre ait trois ou quatre lignes, laquelle il eſt bon de mettre dans une ſituation à peu près parallele à l'horiſon : dans ce cas le pied du ſtile ſe détermine par rapport au centre de ce trou, c'eſt-à-dire, que ce pied du ſtile eſt le point du plan qui répond perpendiculairement au centre du trou, & la lumiere qui y paſſe ſert au même uſage que l'ombre de l'extrémité du ſtile.

8. 6°. Si on mene par le centre C la ligne OV perpendiculaire à la méridienne, elle déſignera le premier vertical, lequel eſt perpendiculaire au méridien ; & une de ſes extrémités montrera le vrai orient, & l'autre le vrai occident, c'eſt-à-dire, l'orient & l'occident du Soleil dans le tems des équinoxes.

9. 7°. La méthode de ce Problême ſuppoſe que la déclinaiſon du Soleil ne change pas, au moins ſenſiblement, dans l'intervalle qui eſt entre les inſtans auxquels on marque les deux points d'ombre ; ce qui n'eſt cependant vrai qu'aux ſolſtices, & aux environs juſqu'à 15 ou

20 jours avant ou après; c'est pourquoi cette méthode n'est bien exacte que dans ce tems : mais vers l'équinoxe la déclinaison change sensiblement dans l'espace de 6 ou 7 heures, & il arrive de-là que si le Soleil va du tropique du cancer à celui du capricorne, il est plus élevé dans la sphere boréale avant midi, qu'après, quand il est de part & d'autre à la même distance du méridien; & par conséquent l'ombre du stile est plus courte le matin que le soir dans les momens également éloignés de midi : ainsi en prenant des ombres égales du stile, la ligne qu'on tireroit du mileu de l'arc AB au centre, ne seroit pas la vraie méridienne; elle s'en écarteroit un peu vers le point marqué avant midi, parce que le second point B ne seroit pas assez éloigné d'A : c'est ce qui fait que cette méthode n'a pas toute la justesse qu'on peut désirer lorsqu'on s'en sert vers les équinoxes.

10. Mais on peut corriger cette petite erreur par le moyen de la Table suivante, qui est faite sur celle de la page 85 de la *Connoissance des Tems* 1744. Cette Table a été calculée pour la latitude de Paris : mais elle peut servir sans erreur sensible pour les lieux qui ont deux ou trois degrés de latitude de plus ou de moins.



TABLE de la correction qu'il faut faire quand on trace une Méridienne par des points d'ombre pris à des hauteurs correspondantes du Soleil dans des jours où sa déclinaison varie sensiblement.

Ajoutez la correction dans les Signes descend. & l'ôtez dans les ascend.	Heures entre les Observations.	10.	9.	8.	7.	6.	5.	4.
		S.	S.	S.	S.	S.	S.	S.
Déclinaison Septentrionale.	21	20	18	16	14	14	12	12
	20	22	20	18	16	16	14	14
	19	26	22	20	18	18	16	16
	18	28	26	22	22	20	18	18
	16	32	30	26	26	24	22	20
	14	36	32	30	28	26	24	24
	12	38	36	32	30	28	28	26
	10	40	38	34	32	30	30	28
	9	42	38	36	34	32	30	30
	7	42	40	38	36	34	32	30
	5	44	42	38	36	36	34	32
	3	46	42	40	38	36	36	34
	1	46	44	42	40	38	36	36
Déclinaison Méridionale.	1		44	42	40	38	38	36
	3		44	42	40	40	38	38
	5		44	42	40	40	38	38
	7			42	40	40	38	38
	9			42	40	40	38	38
	10			40	40	38	38	38
	12				38	38	38	36
	14				38	36	36	36
	16					34	34	34
	18					30	30	30
	19					28	28	28
	20					26	26	26
	21						22	22

Il faut avoir une Pendule ou une Montre qui marque au moins les minutes pour faire usage de cette Table

de la maniere dont on va l'expliquer dans l'éxemple suivant. On suppose qu'on veuille tracer une méridienne par la méthode prescrite ci-dessus en un jour où la déclinaison du Soleil est d'environ 5 degrés vers le septentrion, & que les deux instans auxquels on a marqué les points A & B sont séparés par un intervalle de 7 heures: comme la déclinaison du soleil est supposée d'environ 5 deg. vers le septentrion, je cherche dans la Table quel est le nombre qui répond au cinquiéme degré de déclinaison septentrionale dans la colomne qui est sous 7h, & je trouve 36s, qui est un peu plus d'une demi-minute: ainsi j'attens environ 36s depuis l'instant où j'ai marqué le point B, & à la fin de ces 36s je marque le point F à l'endroit où l'ombre du stile coupe alors la circonférence; & si le soleil est dans les signes descendans, c'est-à-dire, s'il va du tropique du cancer au tropique du capricorne, il faudra diviser l'arc AF, & non pas l'arc AB, en deux parties égales, & tirer la méridienne du point de division au centre: mais si le soleil est dans les signes ascendans, après avoir marqué le point F, comme nous venons de le dire, on prendra le point G de l'autre côté de B, qui en soit aussi éloigné que F, puis on divisera AG en deux parties égales, afin de tirer la méridienne du point de division au centre.

Quand on a une Montre ou une Pendule qui marque exactement l'heure qu'il est au soleil, il est bien facile de tracer une méridienne avec une ficelle tendue verticalement: il faudra marquer deux points sur l'ombre de la ficelle à l'instant de midi, & tirer une ligne qui passe par ces deux points lesquels pour plus grande exactitude doivent être marqués vers les extrémités de l'ombre, afin qu'ils soient plus éloignés l'un de l'autre: cette ligne sera à la place de l'ombre de midi, & par conséquent ce sera la méridienne. Cette méthode convient à toutes sortes de plans, horisontaux & autres.

On peut consulter ce que nous disons dans le quatriéme Livre, article 56 & suivans touchant la description de la méridienne.

AVERTISSEMENS.

1°. LEs chifres qu'on trouvera dans ce traité entre deux parenthèses, sont des citations : lorsqu'on a cité des propositions du même livre où se trouve la citation, on s'est contenté de mettre le *numero* de l'article en cette façon (65), c'est-à-dire, article 65 : mais quand on a cité une proposition d'un autre Livre du même traité, on a de plus indiqué ce Livre en cette maniere (Liv. I. art. 18). Les citations des *Elémens de Géométrie* sont conformes à la troisiéme édition & à l'abrégé de ces Elemens qui se vendent chez les mêmes Libraires que cet ouvrage.

2°. Nous avons supposé à l'article 225 du second Livre & ailleurs, que le rayon contient 100000 parties : c'est ainsi qu'il est divisé dans nos Tables des sinus, des tangentes, des sécantes, & des logarithmes que nous avons fait imprimer in-8°. avec toutes les précautions nécessaires pour éviter les fautes, parceque la perfection de ces sortes d'ouvrages dépend sur-tout de l'exactitude & de la correction.

APPROBATION.

J'Ai lu par ordre de Monſeigneur le Chancelier la ſeconde Edition du *Traité de Gnomonique* de M. Rivard, & j'ai cru qu'elle ne pouvoit manquer d'être utile au Public. A Paris ce 14 Novembre 1745.

Signé CLAIRAUT.

Zie 8 bladen verder = TRAITE'



ADDITION

Pour la description d'une méridienne à laquelle on veut joindre quelques lignes horaires.

LA méthode de décrire une méridienne en marquant un point ſur le plan à l'inſtant de midi, étant une des plus commodes & des plus ſûres, comme nous l'avons obſervé à la ſuite de l'article 92 du ſecond Livre, il eſt bon de remarquer que l'on peut employer cette méthode non-ſeulement quand on s'aſſure de l'heure quelque tems avant midi, mais même lorſqu'on ne peut s'en aſſurer qu'après, par exemple, à 3 ou 4 heures du ſoir, à cauſe de l'éloignement du lieu où l'on peut trouver une pendule bien juſte qui ait été comparée depuis peu avec le Soleil. Voici comment il faut alors s'y prendre: je ſuppoſe qu'une montre que l'on ſçait être bonne, marque l'heure à 8 ou 10 minutes près: on marquera de tems en tems ſur le plan les points de lumiere de la plaque attachée à ce plan, par exemple, de deux minutes en deux minutes, depuis onze heures 50 minutes à la montre, juſqu'à 10 minutes après midi, & on diſtinguera ces points en écrivant avec du crayon des lettres à côté des points ſur le plan: on écrira auſſi ſur un papier quelle heure il étoit à la montre quand on a marqué chaque point: enſuite il faudra aller à l'endroit où l'on pourra s'aſſurer du tems vrai; on verra par-là quelle heure marquoit la montre quand il étoit midi: & comme ces points ont été marqués à des diſtances peu conſidérables les uns des autres, on verra aiſément par quel endroit doit paſſer la méridienne, quand même aucun des Art. 1.

points n'auroit été marqué à midi : il faut obſerver ce qui à été dit à l'article 143 du ſecond Livre, quand le cas y échoit.

On peut auſſi s'aſſurer de l'heure par la hauteur du Soleil, ſelon la méthode de l'article 135 & ſuivans du ſecond Livre. Il eſt a propos de marquer les points d'ombre qui doivent ſervir à trouver l'heure à quelque diſtance de midi, par exemple, une heure & demie ou deux heures, avant ou après, parce que le Soleil change moins ſenſiblement de hauteur vers midi, que dans d'autres tems. Il faut auſſi que les points d'ombre ſoient marqués ſur des parties du plan qui ne ſoient ni enfoncées ni élevées.

Cela regarde la deſcription d'une méridienne ſoit quelle ſoit ſeule, ſoit qu'on y veuille ajouter quelques lignes horaires qui ſont néceſſaires, afin qu'on puiſſe obſerver l'heure dans un jour, quoique le Soleil ſoit caché par un nuage à l'inſtant de midi. Nous allons donner la méthode dont on pourra ſe ſervir pour tirer ces lignes ſur un plan horiſontal, nous parlerons enſuite de celle qu'il faut employer pour le plan vertical.

Pour le plan horiſontal.

2. On cherchera la diſtance du centre du cadran à l'équinoxiale qui convient à la hauteur du ſtile que je ſuppoſe être connue, ou parce qu'on l'a meſurée, ou parce qu'on l'a trouvée par le calcul, comme nous l'expliquerons article *6*. Or voici comment on trouvera cette diſtance : ſoit la hauteur du ſtile SP (voyez la Fig. 2, Planche II du premier Livre, page 38) : il faut concevoir le triangle CSM rectangle en S, & dont l'angle SCP ſoit égal à la hauteur du pole, ſon complément SMP ſera l'élévation de l'équateur ſur l'horiſon ; le point C ſera le centre du Cadran, le point M ſera celui où doit paſſer l'équinoxiale eu égard à la hau-

teur SP : cela paroît parce que nous avons dit dans le Problême second du premier Livre. Cela posé, on cherchera d'abord PM qui est la distance du pied du stile au point où doit passer l'équinoxiale relative à la hauteur SP. On trouvera cette distance par le triangle rectangle SPM dont on connoît le côté SP & les angles aigus M & S, dont le premier étant l'élévation de l'équateur, il faut que le second soit égal à la hauteur du pole, parce qu'ils sont complémens l'un de l'autre. Voici l'analogie : *Le sinus total est à la tangente de la hauteur du pole, comme la hauteur* SP *est à la distance cherchée* PM. On trouvera par ce moyen le point M que l'on marquera ; on peut encore trouver le point M par la méthode de l'article 76 du quatriéme Livre. Ensuite on cherchera l'autre partie de CM, sçavoir CP par la perpendiculaire SP, qui est moyenne proportionnelle entre les deux parties de l'hypoténuse CM : on dira donc, PM *est à* SP *comme* SP *est à* CP : on ajoutera CP à PM & on aura CM qui est la distance du centre du Cadran à l'équinoxiale relative à la hauteur SP. Cette distance est une partie de la méridienne ou de la soustilaire : car ces deux lignes se confondent sur le plan horisontal.

3. Après cela on cherchera la distance du même centre à l'équinoxiale, dont le rayon équinoxial seroit de 10000 parties : je prends 10000 au lieu de 1000, parce qu'un rayon équinoxial de 1000 donneroit communément cette distance trop petite. On dira donc, *Le sinus de la hauteur du pole est à* 10000, *comme le sinus total à la distance cherchée*, que j'appelle CY, quoique la lettre Y ne se trouve pas dans la figure, non plus que Z qui sera citée plus bas. Cette derniere analogie est fondée sur un triangle semblable à CSM qui auroit le même sommet C, lequel est opposé au rayon équinoxial. On retranchera l'une de ces distances de l'autre, & par là on déterminera avec la regle le point

équinoxial Y qui ſuppoſe le rayon équinoxial de 10000 parties : on tirera par ce point une perpendiculaire à la méridienne, ce ſera l'équinoxiale de ce rayon.

Toutes les parties dont on parle dans cette addition, ſont égales à celles d'une regle ou d'un compas à verge dont nous avons donné la deſcription dans la préparation qui précede le ſecond Livre.

4. On prendra enſuite la moitié de la diſtance CY, & on marquera le point Z éloigné de Y de cette moitié ; ce point Z ſitué entre C & Y ſera le point équinoxial qui ſuppoſera le rayon équinoxial de 5000 parties : ainſi en tirant encore par ce point une perpendiculaire à la méridienne, ce ſera une ſeconde équinoxiale, qui ſera parallele à la premiere. Après ces opérations on cherchera dans les Tables des ſinus les tangentes des diſtances du Soleil au méridien aux heures que l'on voudra marquer ſur le plan horiſontal. Ces tangentes doivent ſuppoſer le rayon de 10000 parties : ainſi ſi les tables ſont faites ſur un rayon de 100000, il faudra ne point écrire le dernier chifre des tangentes des Tables ; ce ſont là les tangentes telles qu'il les faut pour l'équinoxiale dont le rayon eſt de 10000 : mais quant à l'autre équinoxiale dont le rayon eſt de 5000 parties, il faut prendre les moitiés de ces premieres tangentes, parce que 5000 n'eſt que la moitié de 10000. Ces tangentes ſerviront à marquer les points horaires ſur les deux équinoxiales, comme on l'a expliqué dans le Problême III, article 224 & ſuivans du ſecond Livre : mais ici les tangentes partent de la méridienne

5. Nous allons donner un exemple, dans lequel nous ſuppoſerons que la hauteur du ſtile SP eſt de 5364 parties, & que l'élévation du pole eſt de 48 degrés, 52 minutes, telle qu'elle eſt vers le milieu de Paris. On trouvera que PM contient 6142 parties, & que l'autre ſegment CP en a 4685 : d'où il ſuit que CM diſtance du centre au point équinoxial en contient 10827. Après cela, on trouvera, en ſuppoſant le

rayon équinoxial de 10000 parties ; que la diſtance CY du même centre au point équinoxial de ce rayon eſt de 13277 parties. On retranchera 10827 de 13277, & le reſte 2450 ſervira à marquer le point Y plus éloigné du centre que le point M de 2450 parties. On tirera par ce point une perpendiculaire à la méridienne, ce ſera l'équinoxiale, eu égard au rayon de 10000 parties. On partagera enſuite la diſtanee CY en deux également, en prenant depuis Y vers le pied du ſtile $6638\frac{1}{2}$ parties qui ſont la moitié de 13277 ; & le point Z qui terminera cet eſpace ſera le point équinoxial, eu égard à un rayon de 5000 parties : ainſi en tirant par ce point une perpendiculaire à la méridienne, ce ſera une équinoxiale par rapport à ce rayon. Enſuite on cherchera dans les Tables des ſinus les tangentes des diſtances du Soleil au méridien pour les heures dont on voudra tracer les lignes horaires. Voici ces tangentes qui ſuppoſent le ſinus total de 10000.

pr. le point de $11^{h}\frac{3}{4}$ . . .	655	tang. de $3^{d}\ 45^{m}$.
pr. le point de $11^{h}\frac{1}{2}$ . . .	$1316\frac{1}{2}$	tang. de $7^{d}\ 30^{m}$.
pr. le point de $11^{h}\frac{1}{4}$	1989	tang. de $11^{d}\ 15^{m}$.
pr. le point de 11^{h}.	2680	tang. de $15^{d}\ 0^{m}$.

Ce ſont les mêmes tangentes pour les heures après midi qui ſont également éloignées de cet inſtant, c'eſt-à-dire, de midi.

Quant aux tangentes pour la ſeconde équinoxiale, elles ſont les moitiés de celles de la premiere, parce qu'elle eſt moitié moins éloignée du centre que cette premiere.

Ces tangentes qui expriment des parties égales à celles de la hauteur du ſtile, ſont les diſtances entre les lignes horaires & la méridienne, priſes ſur les équinoxiales. On tirera donc les lignes horaires en les faiſant paſſer par des points correſpondans marqués ſur les équinoxiales.

6. Nous avons ſuppoſé en commençant à parler du plan horiſontal, qu'on pouvoit trouver la hauteur du ſtile par le calcul. Pour en concevoir la méthode, conſiderez dans la Fig. 8 de la premiere Planche du quatriéme Livre, le triangle rectangle SPO dont le côté SP repréſente la hauteur du ſtile, & la ligne SO un rayon du Soleil qui tombe ſur la méridienne PM. Il faut meſurer la ligne SO, c'eſt-à-dire, la diſtance du centre du trou de la plaque au point O, ſur lequel tombe le rayon du Soleil; on aura déja un côté connu dans le triangle SPO. D'ailleurs, l'angle SOP eſt la hauteur méridienne du Soleil qui eſt égale à la ſomme ou à la différence de l'élévation de l'équateur ſur l'horiſon & de la déclinaiſon du Soleil, ſelon que cette déclinaiſon ſe fait vers le pole élevé ou vers le pole abbaiſſé: ainſi dans le triangle SPO on connoîtra l'angle droit, l'angle O & le côté SO: par conſéquent on pourra trouver SP par le calcul.

Pour le plan Vertical.

7. Si le plan ſur lequel on veut tirer une méridienne avec des lignes horaires eſt vertical, il faudra chercher 1°. la déclinaiſon du plan par la méthode de l'article 92 du ſecond Livre, 2°. Les trois angles fondamentaux que l'on trouve par les trois derniers Problêmes de la ſeconde ſection du même Livre, & que l'on pourra vérifier par les Tables qui ſont à la fin de la Gnomonique.

8. Après cela on cherchera, toujours par le calcul, la diſtance CM du centre du Cadran à l'équinoxiale, Fig. 18 page 176. Pour cet effet, il faudra d'abord chercher la diſtance CP du centre du Cadran au pied du ſtile: on trouvera cette diſtance par le triangle rectangle CPS dont on connoît le côté SP, qui eſt la hauteur du ſtile que je ſuppoſe avoir été meſurée, & l'angle

SCP qui eſt la hauteur du pole ſur le plan qu'on trouve par l'article 181 du ſecond Livre.

Voici l'analogie pour trouver la diſtance CP : *Le ſinus total eſt à la tangente du complément de la hauteur du pole ſur le plan, comme la hauteur* SP *eſt à la diſtance cherchée.*

9. Quand on aura trouvé CP, on cherchera PB en faiſant l'analogie ſuivante fondée ſur le triangle CSB rectangle en S, & dont par conſéquent la perpendiculaire SP eſt moyenne proportionnelle entre les deux parties de l'hypoténuſe CB : CP *eſt à* SP *comme* SP *eſt à* PB. Si on ajoute cette partie PB à la premiere CP, l'on aura l'hypoténuſe entiere CB. Lorſqu'on aura CB, il faudra chercher CM par le triang. CBM rectang. en B, dont on connoîtra le côté CB & l'angle BCM compris entre la mérid. & la ſouſtilaire (Liv. II, art. 178) : on dira donc, *Le ſinus de l'angle* M *complément de l'angle* BCM *eſt au côté oppoſé* CB, *comme le ſinus total ou de l'angle* B *eſt au côté oppoſé* CM. Si donc on avoit le point C, on trouveroit facilement le point M : mais comme le point C n'eſt pas ſuppoſé connu, il faut chercher la longueur de CL & la retrancher de CM, afin d'avoir le reſte LM dont le commencement L eſt un point connu, puiſque c'eſt l'interſection de la méridienne & de l'horiſontale. Or on trouvera CL par le triangle CLP rectangle en L, dont on connoît le côté CP & l'angle C compris entre la méridienne & la ſouſtilaire : on dira donc, *Le ſinus de l'angle* L, *ou le ſinus total eſt au côté* CP, *comme le ſinus de l'angle* CPL *complément de l'angle* C, *eſt au côté* CL. On aura donc par-là le point M, qui eſt l'interſection de la méridienne & de l'équinoxiale relativement à la hauteur réelle du ſtile.

On pourroit auſſi trouver ce point d'interſection de la méridienne & de l'équinoxiale par la méthode de l'article 79 du quatriéme Livre.

10. Il faut préfentement chercher le point M ou l'interfection de la méridienne & de l'équinoxiale, en fuppofant le rayon équinoxial SB de 1000 parties : or pour cela on fera d'abord cette analogie fondée fur le triangle rectangle CSB dont l'angle SCB eft la hauteur du pole fur le plan, *Le finus de la hauteur du pole fur le plan eft au côté oppofé* SB *de* 1000 *parties, comme le finus total ou de l'angle* S *eft au côté oppofé* CB *relatif au rayon* SB *de* 1000 *parties.* CB étant connu on trouvera CM par le triangle rectangle CBM en difant, *Le finus de l'angle* M *complément de l'angle* BCM, *eft au côté* CB, *comme le finus total ou de l'angle* B *eft au côté oppofé* CM *relatif au rayon* SB *de* 1000 *parties.*

11. Le calcul qu'on aura fait pour trouver CM relatif au rayon SB de 1000 parties, pourra fe vérifier par cette autre méthode : on cherchera la tangente de la différence des longitudes dans des Tables de finus & de tangentes, & on en retranchera les derniers chifres, le refte fera BM, parce que dans le triangle rectangle ABM le côté AB étant pris pour rayon, le côté BM eft la tangente de l'angle A, qui eft la différence des longitudes. Dans l'exemple fuivant, BM= 1483 tangente de 56^{d} 1^{m}. Après cela on trouvera CM par le triangle rectangle CBM, en difant, *Le finus de l'angle* C *compris entre la méridienne & la fouftilaire, eft au côté oppofé* BM, *comme le finus total ou de l'angle* B *eft au côté* CM..

12. On pourra fe fervir de la même méthode pour vérifier le calcul qu'on aura fait pour trouver la premiere valeur de CM relative à la hauteur réelle de SP : mais il faudra pour cela chercher d'abord le rayon SB ou AB, en fuppofant cette hauteur SP. Or on trouvera SB par le triangle rectangle SPB, en difant, *Le finus de l'angle* SBP *complément de la hauteur du pole, eft au côté oppofé* SP, *comme le finus total ou de l'angle* P *eft au rayon* SB=AB. Enfuite on cherchera BM par le

triangle rectangle ABM dont le côté AB eſt égal au rayon SB, & dont l'angle A eſt la différence des longitudes: ainſi on dira, *Le ſinus total eſt à la tangente de la différence des longitudes, comme le côté trouvé* AB *eſt à* BM.

13. Quand on aura trouvé les deux valeurs de CM, on verra aiſément quel eſt le point de la méridienne par où doit paſſer l'équinoxiale relative au rayon SB de 1000 parties. Il n'y aura qu'à chercher par la ſouſtraction l'excès d'une de ces valeurs ſur l'autre, & marquer ſur la méridienne un point qui ſoit éloigné du premier d'une diſtance égale à cet excès : ce point ſera celui par lequel doit paſſer l'équinoxiale ; ainſi ſi on tire par ce point une ligne qui faſſe avec la méridienne du côté de la ſouſtilaire un angle égal au complément de celui qui eſt compris entre la méridienne & la ſouſtilaire, ce ſera l'équinoxiale cherchée.

14. Nous ſuppoſons que la valeur de CM relative au rayon de 1000 parties, eſt plus grande que la longueur CL que l'on a trouvée. Si elle n'étoit pas plus grande il en faudroit prendre le double, ce ſeroit la valeur de CM relative au rayon de 2000 parties.

15. On prendra enſuite ſur la méridienne au-deſſus ou au deſſous du point M par où paſſe l'équinoxiale, un autre point pour tirer une ſeconde équinoxiale parallele à la premiere, & on ſe ſervira de ces deux équinoxiales pour tracer les lignes horaires, le tout ſelon ce qui a été dit dans le ſecond Livre, article 232, ſans cependant qu'il ſoit néceſſaire de tracer la ſouſtilaire.

16. Voici un exemple, dans lequel on ſuppoſe la hauteur du ſtile de 1896, la diſtance horiſontale du pied du ſtile à la méridienne de 2112 parties ; d'où l'on conclura (Liv. II, art. 92) que la déclinaiſon du plan eſt de 48^{d} 5^{m}. On ſuppoſe auſſi que la latitude ou la hauteur du pole eſt de 48^{d} 40^{m}. On trouvera 1°. que l'angle LCP compris entre la méridienne & la ſouſtilaire eſt de 33^{d} 12^{m}. Ainſi ſon complément eſt de 56^{d}.

48^{m} ; 2°. Que l'angle PCS compris entre la ſouſtilaire & l'axe, qui eſt la hauteur du pole ſur le plan, eſt de 26^{d} 11^{m}, & ſon complément de 63^{d} 49^{m} ; 3°. Que l'angle BAM différence des longitudes eſt 56^{d} 1^{m}.

Enſuite on trouvera que CP diſtance du centre au pied du ſtile eſt de 3856 parties, la hauteur du ſtile étant de 1896, & que PB eſt de 932 parties : ainſi la partie CB de la ſouſtilaire compriſe entre le centre & l'équinoxiale contient 4788 parties : c'eſt la ſomme des deux longueurs précédentes. On trouvera enſuite que CM partie de la méridienne depuis le centre juſqu'à l'équinoxiale eſt de 5722 parties. Après cela on cherchera CL, & on la trouvera égale à 3227 que l'on retranchera de 5722=CM, le reſte 2495 ſera LM ou la diſtance de la ligne horiſontale juſqu'au point équinoxial M, eu égard à la hauteur SP de 1896 parties.

17. Quand on aura trouvé la diſtance LM, on ſuppoſera le rayon SB ou AB de 1000 parties, & on trouvera CB de 2266 parties, & CM de 2708$\frac{1}{2}$: mais comme ce dernier nombre eſt moindre que la valeur de CL relative à la hauteur de 1896, on ſuppoſera le rayon SB de 2000 parties, & alors la diſtance CM ſera double de ce qu'elle étoit ; ainſi elle contiendra 5417, que l'on retranchera de 5722, qui eſt la premiere valeur trouvée de CM, le reſte 315 marquera la diſtance qu'il doit y avoir entre le point équinoxial relatif à la hauteur de 1896 parties, & celui qui a rapport au rayon de 2000 parties, qui ſera au-deſſus du premier. Il faudra donc de ce point équinoxial relatif au rayon de 2000 parties, tirer une ligne du côté de la ſouſtilaire qui faſſe avec la méridienne un angle de 56^{d} 48^{m} complément de l'angle compris entre la ſouſtilaire & la méridienne.

18. Il faudra enſuite tirer une autre équinoxiale qui ſuppoſe le rayon SB de 3000 parties, c'eſt le triple de 1000 ; & alors la diſtance du centre à cette ſeconde

équinoxiale ſera triple de $2708\frac{1}{3}$; ainſi cette diſtance ſera $8125\frac{1}{3}$ de laquelle il faut retrancher 5417, qui eſt la diſtance CM relative au rayon SB de 2000 parties, le reſte $2708\frac{1}{3}$ ſera la diſtance entre les deux équinoxiales: il faudra donc tirer à cette diſtance de celle qui aura été tracée la premiere, une ligne qui lui ſoit parallele, ce ſera l'autre équinoxiale cherchée. J'appelle *m* le point de la méridienne par lequel elle doit paſſer, & *b* le point qui répond au point B de la premiere équinoxiale : la ligne MB de cette premiere équinoxiale ſera de 2966 parties, & *mb* de la ſeconde, ſera de 4449. (Ces deux nombres ont rapport à 1483 valeur de MB, en ſuppoſant le rayon SB ou AB de 1000 parties : le premier en eſt le double, & le ſecond en eſt le triple).

Il n'eſt pas néceſſaire que les équinoxiales ſoient prolongées juſqu'aux points B & *b* : ſouvent même on ne le pourroit pas.

19. Après cela on marquera les diſtances des points M & *m* aux différens points horaires pris ſur les équinoxiales: pour cet effet il faudra chercher quelles ſont les diſtances des points B & *b* à ces points horaires ſelon l'article 226 du ſecond Livre. Ces diſtances en ſuppoſant le rayon de 1000 parties & le plan déclinant vers l'orient ſont,

pour le point de 11 heures	870 tang. de $41^d\ 1^m$
pour le point de $11^h\frac{1}{4}$	992 tang. de $44^d\ 46^m$
pour le point de $11^h\frac{1}{2}$	1131 tang. de $48^d\ 31^m$
pour le point de $11^h\frac{3}{4}$	1292 tang. de $52^d\ 16^m$
pour le point de midi $\frac{1}{4}$	1716 tang. de $59^d\ 46^m$
pour le point de midi $\frac{1}{2}$	2007 tang. de $63^d\ 31^m$
pour le point de midi $\frac{3}{4}$.	2387 tang. de $67^d\ 16^m$

20. Il faut prendre le double de ces nombres, & retrancher de 2966=BM ceux de ces nombres doublés qui ſont pour les heures entre la ſouſtilaire & la méri-

dienne; les restes seront les distances du point M aux points horaires situés entre ces lignes: quant aux heures de l'après midi, il faut retrancher 2966 des nombres doublés qui sont pour ces heures; les restes marqueront les distances du point M aux points horaires sur la premiere équinoxiale. On fera de même pour la seconde; mais au lieu de doubler les tangentes il faudra les tripler, & au lieu de 2966 on prendra 4449=*bm*. Voici les distances des points M aux points horaires.

Distances du point M *à quelques points horaires situés entre la soustilaire & la méridienne sur la premiere équinoxiale.*

pour le point de 11 heures. . . 1226
pour le point de $11^h \frac{1}{4}$ 982
pour le point de $11^h \frac{1}{2}$ 704
pour le point de $11^h \frac{3}{4}$ . . . 382

Distances du point M *à quelques points horaires situés au-delà de la méridienne sur la premiere équinoxiale.*

pour le point de midi $\frac{1}{4}$ 466
pour le point de midi $\frac{1}{2}$ 1048
pour le poiut de midi $\frac{3}{4}$ 1808

Voici les distances du point m *aux mêmes points sur la seconde équinoxiale.*

pour le point de 11 heures . . 1839
pour le point de $11^h \frac{1}{4}$ 1473
pour le point de $11^h \frac{1}{2}$ 1056
pour le point de $11^h \frac{3}{4}$ 573

pour le point de midi $\frac{1}{4}$ 699
pour le point de midi $\frac{1}{2}$ 1572
pour le point de midi $\frac{3}{4}$ 2712

21. Quand le plan est assez large pour contenir les

points B & b, il eſt plus ſimple de marquer les diſtances depuis ces points juſqu'aux points horaires, comme nous l'avons expliqué à l'article 226 du ſecond Livre.

22. Enfin on tirera des lignes par les points horaires correſpondans des deux équinoxiales, ce ſeront les lignes horaires: par exemple, la ligne qui paſſera par le point de 11 heures de l'une & de l'autre équinoxiale ſera la ligne de 11 heures.

23. On pourroit auſſi ſe ſervir de deux horiſontales au lieu de deux équinoxiales, pour y marquer les points horaires, ſelon la méthode du VIIme Problême, art. 247 du ſecond Livre.

Nous allons encore ajouter quelques obſervations de pratique pour le plan vertical.

24. 1°. Nous avons dit (Liv. IV, art. 57) qu'il eſt avantageux que la plaque ſoit à peu près parallele au cercle de ſix heures. Or pour cela il faut qu'elle ſoit ſituée parallelement à l'axe du monde, & qu'elle ſoit perpendic. au méridien du lieu, ce qui arrivera ſi elle regarde directement la mérid. tracée ſur le plan vertical. Tout cela doit s'entendre à peu près; parce que ce n'eſt pas de-là que dépend la juſteſſe de la méridienne.

25. 2°. Il eſt à propos ſelon les différentes circonſtances, que la plaque ſoit tantôt plus, tantôt moins éloignée du mur, ou du plan. Cette diſtance priſe du centre du trou eſt ce qu'on appelle la hauteur du ſtile. Elle dépend de la longueur qu'on veut donner à la méridienne. Voici un exemple qui pourra faire connoître la diſtance convenable qu'il faudra donner à la plaque.

26. Suppoſons que la hauteur du ſtile eſt de 2 pieds & demi ou de 360 lignes : nous allons examiner quelle ſera dans cette hypotheſe la longueur de la méridienne priſe depuis la ligne horiſontale qui paſſe par le pied du ſtile, car c'eſt de-là que nous prendrons le commencement de la méridienne, quoique dans la vérité elle commence un peu plus bas. Or cette longueur eſt différente, la hauteur du ſtile demeurant la même; elle

eſt d'autant plus grande, que la déclinaiſon du plan augmente.

27. Nous ſuppoſerons 1°. le plan vertical ſans déclinaiſon; 2°. Nous ſuppoſerons enſuite qu'il a une déclinaiſon de 15 degrés vers l'orient ou vers l'occident, il n'importe; 3°. Que la déclinaiſon eſt de 30 degrés; 4°. Qu'elle eſt de 45; 5°. Enfin qu'elle eſt de 60 degrés. La hauteur du pole ſur l'horiſon étant toujours ſuppoſée de 48^{d} 52^{m}. Voici les différentes longueurs de la méridienne verticale ſelon ces différentes hypothèſes.

Déclinaiſon du plan.	*Longueur de la méridienne.*
0^{d}	759 lignes
15	786
30	876
45	1073
60	1517

28. Il paroît par ces calculs que la hauteur du ſtile ou la diſtance du trou de la plaque au plan du mur doit être priſe d'autant plus petite, que la déclinaiſon du plan eſt grande; autrement il faudroit faire la méridienne trop longue.

29. Chacun de ces nombres a été trouvé par deux analogies, dont voici la premiere: *Le ſinus du complément de la déclinaiſon du plan eſt à la hauteur du ſtile, comme le ſinus total eſt à* SL *ou* DL, Fig. 18 du ſecond Livre, page 176.

Pour appercevoir la vérité de cette analogie, il faut imaginer que du point S qui eſt le ſommet de la hauteur SP du ſtile, il y a une ligne tirée au point L, ce qui formera le triangle rectangle SPL, qui eſt perpendiculaire au plan du mur, & qui eſt égal en tout au triangle rectangle DPL, à cauſe du côté commun PL & du côté DP ſuppoſé égal à SP: ainſi l'angle PSL eſt égal à l'angle PDL qui repréſente la déclinaiſon du

plan, & l'angle SLP eſt égal au complément de cette déclinaiſon. Or de-là ſuit l'analogie marquée ci-deſſus.

30. La ſeconde analogie fait trouver la ligne LF (la lettre F qu'il faut ſuppléer dans la Fig. 18, marque la fin de la méridienne, ou le point ſur lequel tombe le rayon SF à midi, le Soleil étant au tropique ſupérieur) : cette ligne LF eſt un côté du triangle SLF, rectangle en L, à cauſe de la ligne SL perpendiculaire à la méridienne, dont l'angle F eſt la diſtance du Soleil au point vertical, & l'autre angle S eſt par conſéquent la hauteur méridienne du Soleil : d'où l'on tire la ſeconde analogie : *Le ſinus total eſt à la tangente de la hauteur méridienne du Soleil quand il repond au tropique ſuperieur, comme la ligne* SL *eſt à la longueur* LF *de la méridienne.*





AVERTISSEMENT DE L'AUTEUR,
Sur une édition contre-faite de l'Abrégé des Elémens de Mathématiques.

Il paroît depuis un an ou deux une édition contre-faite de l'Abrégé de mes Elémens de Mathématiques, dont le frontispice marque qu'il a été imprimé à Soleure chez Daniel Scherer en 1744. Elle a été faite sur la premiere Edition de l'Abrégé, & non pas sur la seconde, qui est plus complete que la premiere, comme il paroît par plusieurs choses ajoutées dans le corps de l'Ouvrage, & sur-tout dans la Trigonométrie, qui est fort différente de ce qu'elle étoit dans la premiere édition : on trouve, par exemple, dans la seconde cinq Problêmes & quatre Théorêmes qui précedent ceux qui renferment la théorie de la Trigonométrie. On y trouve aussi les notions des logarithmes & l'usage qu'on en fait pour résoudre des triangles, ce qui abrege infiniment le calcul. Tout cela n'est pas dans la premiere édition qui a servi d'original à l'édition contre-faite. De plus les planches de cette édition ne sont qu'en bois, au lieu que celles de Paris sont en cuivre. En voilà suffisament pour distinguer l'édition contre-faite de la seconde qui a été faite à Paris, avec les changemens & les augmentations que j'ai jugé a propos de faire. Au reste il n'y a point de méprise a craindre en s'adressant à Ph. N. Lottin, Imprimeur-Libraire à Paris, rue S. Jacques, ou à Jean Desaint & à Charles Saillant Libraires rue S. Jean-de-Beauvais.





TRAITÉ DE GNOMONIQUE, *OU DE L'ART DE FAIRE* DES CADRANS.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES.



LA GNOMONIQUE, que plusieurs Auteurs appellent aussi *Horlogiographie*, est l'Art de faire des Cadrans Solaires & Lunaires sur toute sorte de surfaces, & principalement sur les surfaces planes. La connoissance de cette Science dépend de la connoissance de la Sphere : car les différentes lignes que l'on trace dans les Cadrans représentent les différens cercles de la Sphere : par exemple, les lignes horaires, c'est-à-dire, celles qui marquent les heures, représentent les cercles horaires, puisque ces lignes sont les intersections des cercles horaires avec la superficie du Cadran. Outre les Cadrans Solaires, la Gnomonique donne aussi des Regles pour tracer des Cadrans Lunai- ART. I.

res, comme il paroît par la définition de cet Art : mais ceux-ci ne ſont preſque d'aucun uſage.

Il y a pluſieurs eſpeces de Cadrans Solaires ; nous ne rapporterons que les principales, après avoir donné quelques définitions.

2. Le ſtile eſt une verge de fer inſérée dans le plan du Cadran, dont le ſommet ou l'extrémité ſupérieure montre les heures par ſon ombre. Le ſtile peut être perpendiculaire ou oblique ſur le plan ; mais il vaut mieux qu'il ſoit oblique, lorſqu'on ne veut s'en ſervir que pour tracer un Cadran, & non pour montrer les heures. Le ſtile perpendiculaire s'appelle auſſi ſtile droit.

3. Il y a deux choſes à remarquer dans le ſtile, ſa *hauteur* & ſon *pied*. La hauteur du ſtile eſt une ligne que l'on conçoit tirée de l'extrémité du ſtile perpendiculairement ſur le plan : lorſque le ſtile eſt droit, ſa hauteur eſt la même choſe que ſa longueur.

4 Le pied du ſtile eſt le point du plan ſur lequel tombe cette perpendiculaire. Si donc le ſtile eſt perpendiculaire au plan, ſon pied n'eſt pas différent du point de ce même plan que le ſtile rencontre.

5. L'*Axe* ou l'*aiguille* du Cadran eſt une verge de fer ou de quelque autre matiere qui paſſe par le ſommet du ſtile, & qui eſt parallele à l'axe du Monde : cet axe étant prolongé vers le plan du Cadran, le rencontre en un point qui s'appelle le *Centre* du Cadran. Il peut cependant arriver que l'axe, quoique prolongé, ne rencontre pas le plan, c'eſt quand il eſt parallele au plan, & alors le Cadran n'a point de centre. Il paroît que l'axe eſt une eſpece de ſtile ; cependant toutes les fois que nous parlerons du ſtile, nous entendrons une verge de fer différente de l'axe ; à moins qu'il ne s'agiſſe du Cadran équinoctial : car alors le ſtile perpendiculaire au plan du Cadran eſt l'axe même, comme nous le dirons dans la ſuite.

6. Si on n'emploie le ſtile que pour tracer certaines

lignes du Cadran ; & pour déterminer quelques points, & qu'après cela on l'ôte, afin de mettre un axe ; on l'appelle *faux ſtile*, pour le diſtinguer du *ſtile vrai* ; dont on ſe ſert quelquefois au lieu d'axe pour montrer les heures : mais alors il n'y a que l'ombre du ſommet du ſtile qui indique les heures (art. 11) : au lieu que l'axe les montre par toute la longueur de ſon ombre.

7. Le centre du Cadran eſt, comme nous l'avons déja dit, le point du plan par lequel paſſe l'axe. Les lignes horaires étant prolongées, paſſent néceſſairement par le centre du Cadran, ſi le Cadran en a un. Pour faire entendre ceci, nous ferons la remarque ſuivante.

8. L'axe du Cadran peut être conſidéré comme l'axe du Monde, ou l'axe de la Terre ; & l'extrémité ou le ſommet du ſtile, comme le centre de la Terre : ainſi il faut concevoir les cercles horaires comme étant autour de cette extrémité, qui en eſt le centre. Or l'axe eſt un diametre commun de ces cercles ; par conſéquent tous les plans de ces cercles paſſent par chaque point de cet axe. Ils doivent donc paſſer par le centre du Cadran ; puiſque c'eſt un point commun à l'axe & au plan du Cadran. Or ſi les plans des cercles horaires paſſent par ce centre, il faut néceſſairement que les lignes horaires, qui ſont les interſections de ces cercles avec le plan du Cadran, parviennent au même centre : car il eſt évident que ces lignes paſſent par les mêmes points du plan du Cadran, que les plans des cercles horaires.

9. Il ne peut y avoir d'erreur ſenſible à conſidérer l'extrémité du ſtile comme le centre de la Terre, & l'axe du Cadran comme l'axe du Monde : car la diſtance de cette extrémité au centre de la Terre devient inſenſible en comparaiſon de la diſtance immenſe qui ſépare le Soleil de la Terre.

10. Il ſuit de-là que l'ombre de l'axe ou de l'extrémité du ſtile marque les heures en tombant ſur les lignes horaires ; car l'ombre eſt toujours oppoſée au corps lumineux qui éclaire. Or quand le Soleil répond à un

cercle horaire, la ligne horaire qui repréſente ce cercle eſt oppoſée au Soleil par rapport à l'axe ou au ſommet du ſtile, puiſque cet axe ou ce ſommet eſt alors entre le Soleil & cette ligne horaire, qui eſt l'interſection du plan par le cercle horaire. Donc l'ombre de l'axe ou du ſommet du ſtile tombe ſur les lignes horaires formées par les cercles horaires auxquels le Soleil répond. Donc cette ombre montre les heures.

11. Dans toute l'étendue du ſtile il n'y a que le ſommet qui ſoit dans le plan des cercles horaires : c'eſt par conſéquent le ſeul point du ſtile qui ſoit entre le Soleil & les lignes horaires ; ainſi il n'y a que l'ombre du ſommet du ſtile qui montre les heures : au contraire celle de toute la longueur de l'axe tombe ſur les lignes horaires. C'eſt pourquoi l'axe eſt préférable au ſtile pour indiquer les heures : il les marque d'une maniere plus ſenſible.

12. Pour déterminer la poſition de certaines lignes que nous allons définir, nous ſuppoſerons la propoſition ſuivante, que l'on peut prendre pour un principe : Lorſque deux plans qui ſe coupent à angles droits rencontrent un autre plan, & que l'un des deux premiers eſt perpendiculaire à ce troiſiéme, alors les deux lignes d'interſections que forment les deux premiers plans ſur le troiſiéme, ſont réciproquement perpendiculaires l'une ſur l'autre. Par exemple, ſi le méridien & l'équateur qui ſe coupent à angles droits rencontrent un plan horiſontal, les interſections que le méridien & l'équateur forment ſur le plan horiſontal, ſont perpendiculaires l'une ſur l'autre, parce que le méridien eſt perpendiculaire à ce troiſiéme plan. Nous prouverons ce principe en traitant des Cadrans verticaux.

13. La ligne *Méridienne* eſt l'interſection du plan du Cadran avec le méridien du lieu, que l'on conçoit paſſer par le ſommet du ſtile. Cette ligne eſt la même que celle de 12 heures ; car il eſt midi lorſque le Soleil répond au méridien. La méridienne paſſe par le centre

du Cadran, puiſque toutes les lignes horaires y paſſent, comme nous l'avons prouvé (art. 8).

14. La *Souſtilaire* eſt l'interſection du plan du Cadran par un méridien qui lui eſt perpendiculaire. Il faut concevoir que le plan de ce méridien paſſe par le ſommet du ſtile. Cette ligne n'eſt pas différente de la méridienne dans les Cadrans horiſontaux ; je veux dire ceux qui ſont tracés ſur un plan parallele à l'horiſon, parce que le méridien perpendiculaire à un plan horiſontal, eſt le même que le méridien du lieu. Il paroît par la définition de la ſouſtilaire, qu'elle doit paſſer par le pied du ſtile, parce qu'étant formée par le plan d'un méridien perpendiculaire au plan du Cadran ; ce cercle, c'eſt-à-dire, ſon plan, ne peut paſſer par le ſommet du ſtile ſans paſſer auſſi par le pied & même par toute la hauteur du ſtile, laquelle eſt perpendiculaire au plan du Cadran.

15. L'*Equinoctiale* eſt l'interſection du plan du Cadran avec l'équateur, ou, ce qui revient au même, avec un plan parallele à ce cercle, & que l'on conçoit paſſer par le ſommet du ſtile. Dans les Cadrans horiſontaux cette ligne eſt perpendiculaire à la méridienne (art. 12), parce que le méridien & l'équateur ſe coupent à angles droits, & que d'ailleurs le méridien eſt perpendiculaire à l'horiſon,

16. Le rayon de l'équateur ou le *rayon équinoctial*, eſt une ligne droite menée de l'extrémité du ſtile au point où la ligne équinoctiale rencontre la ſouſtilaire. Cette ligne eſt dite rayon équinoctial, parce que l'extrémité du ſtile, de laquelle elle eſt tirée, eſt conſidérée comme le centre de l'équateur, & que l'autre point auquel aboutit cette ligne, eſt regardé comme le point de contact de la circonférence de l'équateur avec le plan du Cadran.

17. Voyons maintenant les différentes eſpeces de Cadrans Solaires tracés ſur des ſurfaces planes, car nous ne traiterons que de ceux-là dans cet Ouvrage :

les autres ne ſont preſque d'aucun uſage. Les Cadrans tracés ſur des plans peuvent ſe réduire à trois eſpeces : ſçavoir, le Cadran *Horiſontal*, le Cadran *Vertical*, le Cadran *Incliné*.

18. Le Cadran horiſontal eſt celui que l'on décrit ſur un plan horiſontal. Ce Cadran eſt d'un uſage plus étendu que tous les autres, parce qu'il marque toutes les heures du jour & dans toutes les ſaiſons de l'année. Dans cette eſpece de Cadran la ſouſtilaire ne differe pas de la méridienne du lieu, comme nous l'avons dit (art. 14).

19. Le Cadran vertical eſt celui qui eſt tracé ſur un plan vertical ou perpendiculaire à l'horiſon. Entre les Cadrans verticaux, il y en a quatre, qu'on appelle *Réguliers*, parce qu'ils ſont tournés directement vers un des quatre points cardinaux, le *Midi*, le *Septentrion*, l'*Eſt* ou l'orient, & l'*Oueſt* ou l'occident : ces quatre eſpeces de Cadrans ſont le *Méridional*, le *Septentrional*, l'*Oriental* & l'*Occidental*. Les deux premiers ſont ceux qu'on trace ſur un plan parallele au premier cercle vertical, c'eſt-à-dire, celui qui coupe le méridien à angles droits, le méridional ſur la ſurface qui regarde le midi, & le ſeptentrional ſur celle qui eſt tournée vers le ſeptentrion. Les deux autres ſe font ſur un plan parallele au meridien, l'oriental ſur la face tournée vers l'orient, & l'occidental ſur celle qui regarde l'occident.

20. Les autres Cadrans verticaux ſont nommés *déclinants* : en général un Cadran déclinant eſt celui dont le plan fait des angles obliques avec le premier vertical ; ſoit qu'on ſuppoſe ce plan perpendiculaire à l'horiſon, ſoit qu'on le ſuppoſe incliné.

21. Le Cadran incliné eſt celui qui fait des angles obliques avec l'horiſon, l'un aigu, l'autre obtus. Le Cadran incliné eſt ou *Supérieur* ou *Inférieur* ; le ſupérieur eſt celui qui eſt tourné vers le Ciel, & l'inférieur eſt tourné vers la Terre. Parmi les Cadrans inclinés, il

y en a deux principaux, l'*Equinoctial* & le *Polaire*.

22. Le Cadran équinoctial eſt celui dont le plan eſt parallele à l'équateur, & qui par conſéquent fait avec l'horiſon un angle aigu égal à l'élévation de l'équateur ſur l'horiſon : or cette élévation eſt le complément de celle du pole. Le Cadran équinoctial ſupérieur eſt tourné du côté du ſeptentrion, & l'inférieur vers le midi, pourvû que le lieu dans lequel ſe trouve le Cadran, ſoit dans cette partie de la Terre que nous habitons, c'eſt-à-dire, la ſeptentrionale.

23. Le Cadran polaire eſt celui qui ſe fait ſur un plan parallele à l'axe de la Terre, & qui coupe perpendiculairement le méridien du lieu. Le plan de ce Cadran fait avec l'horiſon un angle égal à la hauteur du pole en ce lieu. On appelle auſſi Cadrans polaires généralement tous ceux dont les plans ſont paralleles à l'axe, quoiqu'ils ne ſoient pas perpendiculaires au méridien.

24. Le plan du Cadran équinoctial étant parallele à l'équateur, l'axe du Monde eſt perpendiculaire à ce plan : mais parce que le plan du Cadran polaire eſt parallele à ce même axe, ce plan & cet axe ne peuvent ſe couper ; c'eſt pourquoi il n'y a point de centre dans le Cadran polaire, non plus que dans les Cadrans orientaux & occidentaux, qui peuvent auſſi paſſer pour polaires, parce qu'ils ſont paralleles à l'axe.

Nous diviſerons cet Ovrage en quatre Livres, dont le premier traitera des Cadrans Horiſontaux, le ſecond des Verticaux, le troiſiéme des Inclinés, & le quatriéme de pluſieurs matieres qui n'auroient pû être placées commodément dans les Livres précédens.





LIVRE PREMIER.

DES CADRANS HORISONTAUX.

POUR faire mieux entendre la théorie & la pratique des Cadrans Horiſontaux, nous commencerons par un Problême qui contient la deſcription du Cadran Equinoctial.

PROBLÊME PREMIER.

Décrire un Cadran Equinoctial ſupérieur ou inférieur.

ART. I. Fig. I. Du centre C décrivez la circonférence AEBF, diviſez-la en quatre parties égales par les diametres perpendiculaires AB & EF : coupez enſuite la demi-circonférence EBF en douze parties égales, en commençant par le point E ou F ; ce qui ſe pratique de la maniere ſuivante.

Ouvrez d'abord le compas de telle ſorte, que la diſtance de ſes deux pointes ſoit égale au rayon du cercle ; & appliquez les deux pointes ou les deux extrémités ſur la demi-circonférence EBF, de façon que l'une ſoit poſée ſur le point E, & la ſeconde ſur un autre point déſigné par G, l'arc EG intercepté entre les deux points E & G ſera la ſixiéme partie de la circonférence, ou la troiſiéme de la demi-circonférence, parce que la corde de la ſixiéme partie de la circonférence eſt égale au rayon. Enſuite laiſſant une des pointes ſur G, il faut porter la ſeconde ſur un autre point H de la demi-circonférence, elle ſera partagée en trois arcs égaux EG, GH, & HF, dont chacun ſera la troiſiéme partie de la demi-circonférence. Après cela on diviſera chacun de ces arcs en deux parties égales à l'arc BG, ou BH, la demi-circonférence ſera coupée

en ſix parties égales. Enfin ſi on diviſe encore par la moitié chacune de ces parties, on aura la demi-circonférence coupée en douze parties égales. Fig. 1.

On peut auſſi diviſer la demi-circonférence en douze parties égales de la maniere ſuivante, peu différente de celle qui précede : après avoir tiré les diametres perpendiculaires AB & EF, & avoir pris l'arc EG, qui eſt la ſixiéme partie de la circonférence, & qui par conſéquent eſt de 60 degrés, on a un arc de 30 degrés, ſçavoir l'arc BG, puiſque l'arc EB en contient 90 ; ainſi en diviſant cet arc BG en deux parties égales, chaque partie GL & BL ſera de 15 degrès, & par conſéquent la douziéme partie de la demi-circonférence, ou la 24me partie de la circonférence entiere ; ainſi en prenant avec le compas depuis le point E juſqu'à F douze arcs égaux à BL ou GL, la demi-circonférence ſera diviſée en douze parties égales.

Cette opération faite, il n'y a qu'à tirer des lignes horaires du centre C à chaque point de diviſion, & les prolonger au-delà du centre juſqu'à l'autre demi-circonférence qui ſe trouvera pareillement diviſée en douze parties égales. On enfoncera enſuite dans le centre un ſtile perpendiculaire au plan du Cadran.

2. Si le plan du Cadran eſt diſpoſé de façon, qu'en mettant le point A en haut, la ligne ACB ſoit dans le plan du méridien, & le Cadran parallele au plan de l'équateur, & tourné vers le ſeptentrion, l'ombre du ſtile, lequel ſera alors parallele à l'axe de la Terre, marquera les heures devant & après midi pendant le Printems & l'Eſté, & on aura un Cadran Equinoctial ſupérieur. Si on diviſe pareillement par des lignes horaires une autre ſurface parallele du même corps, qui ſera tournée vers le midi, l'ombre du ſtile indiquera les heures pendant l'Automne & l'Hyver ſur cette ſurface ; & ce ſera un Cadran Equinoctial inférieur.

3. Le plan ſera parallele à l'équateur, & préſentera ſa face directement à un pole du Monde, ſi le ſtile per-

pendiculaire au plan du Cadran fait avec une méridienne tracée ſur l'horiſon un angle égal à la hauteur du pole, je ſuppoſe que le ſtile pris dans toute ſa longueur réponde préciſément au-deſſus de la méridienne. Nous avons expliqué dans le troiſiéme Livre de la Sphere article 2, la maniere de tracer une méridienne ſur un plan horiſontal.

Nous ne nous arrêterons pas ici à parler des précautions qu'il faut prendre pour diſpoſer un plan parallelement à l'équateur, ou pour s'aſſurer qu'il eſt ainſi diſpoſé, parce que nous ne traitons préſentement du Cadran équinoctial, que pour entendre ce que nous avons à dire touchant le Cadran horiſontal.

Démonstration du Problême.

4. Puiſque la circonférence eſt diviſée en 24 parties égales par les lignes horaires, chaque arc contient 15 degrés. De même l'équateur étant coupé par les 12 cercles horaires en 24 arcs égaux, chacun comprend auſſi 15 degrés. Par conſéquent le plan du Cadran étant parallele à l'équateur, & ſon centre pouvant être pris pour celui de l'équateur même, à cauſe du grand éloignement du ſoleil à la terre; & d'ailleurs la ligne ACB étant dans le plan du méridien, les lignes horaires qu'on a tracées ſont les interſections des cercles horaires. Outre cela le ſtile qui eſt perpendiculaire à ce plan, eſt un diametre commun à tous les cercles horaires, car il eſt parallele à l'axe de la Terre, & même on peut le conſidérer comme s'il ne faiſoit qu'une ſeule ligne avec cet axe. Ce ſtile ſe trouve donc dans le plan de tous les cercles horaires. Ainſi lorſque le ſoleil eſt ſur l'horiſon & dans quelque cercle horaire, il faut que l'ombre de l'axe ou du ſtile ſe jette du côté oppoſé à ce cercle horaire, & par conſéquent ſur la ligne horaire, qui eſt l'interſection de ce cercle avec le plan du Cadran: donc l'ombre du ſtile indiquera les heures.

5. Il eſt évident que quand le Cadran préſentera

ſon plan au pole qui eſt élevé ſur notre horiſon, il ne marquera les heures que pendant le Printems & l'Eſté, parce que le ſoleil ne parcourt la partie ſeptentrionale que pendant ces deux ſaiſons. Car de même que le ſoleil n'éclaire la face de l'équateur tournée vers le pole boréal que lorſqu'il eſt dans la partie ſeptentrionale de la Sphere ou du Monde : de même il ne doit répandre ſa lumiere directe ſur la face ſemblable du Cadran équinoctial, que lorſqu'il ſe trouve dans la même partie. Par la raiſon oppoſée, lorſque le Cadran équinoctial regarde le pole auſtral, il ne marque les heures que pendant l'Automne & l'Hyver. Ainſi pour qu'un Cadran équinoctial indique les heures toute l'année, il faut joindre l'inférieur au ſupérieur.

6. Il faut remarquer 1°. que les heures d'avant midi doivent être écrites dans la partie occidentale de toute ſorte de Cadrans, c'eſt-à-dire, dans la partie qui eſt oppoſée au ſoleil levant, & par conſéquent les heures d'après midi doivent ſe marquer dans la partie orientale : c'eſt pourquoi ſi quelqu'un ſe place vis-à-vis d'un Cadran équinoctial ſupérieur, & tourne le viſage au midi, il aura les heures d'avant midi à ſa droite, & les heures d'après midi à ſa gauche. Mais ce même Spectateur apperçevra tout le contraire, s'il ſe met en face du Cadran équinoctial inférieur ; car alors regardant le ſeptentrion, il verra les heures d'avant midi à ſa gauche, & celles d'après midi à ſa droite, quoique les premieres ſoient toujours à l'occident & les autres à l'orient.

7. Il faut obſerver 2°. qu'il eſt inutile de marquer les heures qui précedent la ſixiéme du matin, & qui ſuivent la ſixiéme du ſoir dans le Cadran équinoctial inférieur, ou celui qui regarde le midi : car dans la partie du Monde que nous habitons, je veux dire la ſeptentrionale, le ſoleil ne ſe montre preſque qu'entre la ſixiéme heure du matin, & la ſixiéme du ſoir, lorſqu'il eſt dans la partie méridionale du Monde. Quant à l'équinoctial ſupérieur, il ſuffit de les marquer depuis

quatre heures du matin jusqu'à huit heures du soir : à la latitude de Paris, qui est d'environ 49 degrés.

PROBLÊME SECOND.

8. *La hauteur du Pole étant connue, tracer un Cadran horisontal.*

Je suppose que le plan sur lequel on veut tracer un Cadran est mobile, c'est-à-dire, qu'il n'est point attaché fixement dans un endroit, en sorte qu'on le puisse placer de quelle maniere on voudra. Cela posé, on tirera la ligne droite CM à volonté, que l'on prendra pour la méridienne, sur laquelle on choisira un point, comme C, pour centre du Cadran : ensuite on tirera de ce centre la ligne CS, qui fasse avec CM l'angle SCM égal à l'élévation du pole, & du point S on menera SM, qui fasse l'angle droit CSM avec la ligne CS. On tirera aussi de ce point S la ligne SP perpendiculaire sur CM, & on élevera du point M sur la même ligne CM, l'autre perpendiculaire EN qui sera l'équinoctiale, après quoi on prendra AM égale à SM qui est le rayon équinoctial ; & du point A, comme centre, & d'un intervalle pris à discrétion, on décrira la circonférence FMGH, qu'on divisera en 24 parties égales, en commençant par le point M, dont chacune contiendra par conséquent 15 degrés : ensuite on tirera du centre A par les points de division de la circonférence des rayons prolongés jusqu'à la ligne EN, & qui la coupent aux points VII, VIII, IX, X, XI, XII, I, II, III, IV, V : enfin il faut tirer du centre C à ces points les lignes CVII, CVIII, CIX, CX, &c. Ce seront les lignes horaires. Si donc on enfonce au point C un stile oblique qui fasse avec la méridienne un angle égal à l'élévation du pole, ou si on éleve au point P un stile perpendiculaire dont la partie posée hors du plan soit égale à SP, ou si on attache une lame triangulaire dont les côtés soient égaux à ceux du triangle CSP, laquelle soit perpendiculaire au plan du Cadran, & dont le côté CS aboutisse au centre C, & fasse avec ce plan l'angle

Fig. 2.

de la hauteur ou de l'élévation du pole, on aura un Cadran horifontal, pourvû que le plan mobile foit placé dans une fituation horifontale, & que la ligne CM foit tournée de maniere, qu'elle devienne une méridienne horifontale, dont l'extrémité C regarde le midi, & l'autre extrémité M, le feptentrion. Fig. 2.

9. Voici deux méthodes dont on peut fe fervir pour donner cette fituation à la ligne CM: la premiere, c'eft en traçant fur la furface à laquelle on veut appliquer le plan du Cadran une méridienne prolongée au-delà du plan, afin qu'on difpofe le plan de maniere que cette ligne CM réponde à la méridienne tracée. Or on pourra tracer une méridienne de la maniere que nous avons enfeigné dans le Traité de la Sphere, Livre troifiéme, art. 2. Nous en parlerons encore dans le quatriéme Livre de cet Ouvrage. Si le plan fur lequel on veut faire un Cadran étoit immobile, il faudroit fe fervir de cette premiere méthode pour tirer la méridienne fur le plan du Cadran.

10. La feconde confifte à tourner le plan du Cadran, que je fuppofe mobile, jufqu'à ce que l'ombre de l'aiguille tombe fur l'heure qu'il eft alors; il eft bon de choifir celle de midi. Je fuppofe qu'on connoît l'heure, foit par un autre Cadran, ou une méridienne horifontale qu'on auroit tracée exprès dans le voifinage, foit par une Pendule, foit par une Montre que l'on a mife fur le Soleil quelques minutes auparavant & même une heure ou deux.

11. Pour difpofer un plan horifontalement, il faut fe fervir d'un niveau d'air ou de quelque autre efpece, & l'appliquer fur le plan du Cadran felon deux directions qui faffent un angle, & dont l'une foit, par exemple, à peu-près du nord au fud, l'autre de l'orient à l'occident: & fi on trouve que le plan n'incline ni d'un côté ni d'un autre, c'eft une marque qu'il eft horifontal.

Avant de tracer le Cadran fur la pierre, fur l'ardoife, ou fur une plaque foit de cuivre, foit de quelque

Fig. 2. autre métail, on en fera un semblable sur du papier ou sur du carton, afin de le tracer ensuite plus exactement sur la matiere dure qu'on veut employer. On sentira dans la pratique la nécessité de cette précaution.

DÉMONSTRATION DU PROBLÊME.

Dans le triangle rectangle CSM, l'angle M est le complément de l'angle C. Or par la construction cet angle C est égal à la hauteur du pole. Par conséquent l'angle M ou CMS est égal à l'élévation de l'équateur. Cela posé, imaginons que le triangle CSM qui est décrit sur le plan horisontal soit élevé perpendiculairement sur ce plan, & pareillement que le cercle FMGH est tellement élevé, que son rayon AM tombe sur le côté SM du triangle CSM posé perpendiculairement, en sorte que le point A se réunisse avec le point S: le cercle mis dans cette situation représentera un Cadran équinoctial, dont l'axe sera le côté CS prolongé vers le point X, & les rayons du cercle seront les lignes horaires. Si donc ces rayons sont prolongés jusqu'à la ligne équinoctiale EN, l'ombre de l'axe tombera à chaque heure sur les points d'intersection de cette ligne & des rayons. D'ailleurs le centre C du Cadran horisontal est un autre point de cette ombre, parce que l'axe passe par ce point. Ainsi puisque l'ombre est étendue en ligne droite dont on a deux points, si du centre C on tire des lignes droites aux points d'intersections VII, VIII, IX, X, XI, XII, I, II, III, IV, V; ce seront des lignes horaires.

12. Si par le centre C on tire la ligne VICVI perpendiculaire à la ligne méridienne CM, on aura la ligne horaire qui montrera 6 heures du matin & 6 heures du soir: car le cercle de six heures & le méridien se coupent à angles droits: d'ailleurs le méridien étant perpendiculaire à l'horison, il faut que les intersections de ces cercles avec l'horison se coupent aussi à angles droits (art. 12 prélimin.)

13. Le soleil passant deux fois par jour par chacun des cercles horaires, si les lignes horaires qui sont les intersections de ces cercles avec le plan du Cadran sont prolongées au-delà du centre, chacune de ces lignes montrera deux heures, l'une avant midi, l'autre après : par éxemple, la ligne CV, qui marque cinq heures du soir, étant prolongée au-de-là du centre, marquera aussi cinq heures du matin. Fig. 2.

14. Si on veut marquer les demi-heures, il faudra diviser chaque 24me partie de la circonférence en deux portions égales, & tirer du centre A du cercle par les points de divisions des rayons, qui étant prolongés jusqu'à l'équinoctiale, désigneront sur cette ligne les points des demi-heures : ensuite on tirera du centre du Cadran à ces points les lignes des demi-heures. De même si on vouloit marquer les quarts-d'heures, il faudroit encore couper par le milieu chaque 48me partie de la circonférence. On verra bien en traçant un Cadran qu'il est inutile de diviser la circonférence entiere en parties egales, mais qu'il faut seulement en diviser la moitié, qui sera déterminée en tirant par le centre A une perpendiculaire FG à la méridienne.

15. On peut prendre le point A, qui est le centre de la circonférence qu'il faut décrire, ou au-dessous de la ligne équinoctiale, ou au-dessus de cette ligne, c'est-à-dire, entre le centre du Cadran & cette même ligne, pourvû que ce point soit toujours pris dans la méridienne, & que d'ailleurs la distance AM soit égale au rayon équinoctial SM.

16. Si la ligne équinoctiale EN n'étoit pas assez longue, afin d'y marquer les points de la septiéme heure du matin & de la cinquiéme du soir, ou même de la huitiéme du matin & de la quatriéme du soir, on pourroit employer la méthode suivante pour décrire les lignes de ces heures, pourvû qu'il y eût sept lignes horaires consécutives déja tirées, par exemple, celles de IX heures, de X, de XI, de XII, de I, de II, de

III. Il faut couper la derniere ligne, qui eſt celle de trois heures, par une parallele OR à la ligne de neuf heures, & qui rencontre les lignes CI & CII. (Les lignes horaires CIX & CIII ſont ſéparées l'une de l'autre par ſix intervalles horaires, & cela eſt néceſſaire pour la pratique de cette méthode.) Enſuite on prendra avec le compas la diſtance du point d'interſection L au point T, qui eſt le point de rencontre de la parallele OR avec la ligne horaire CII: & on marquera ſur OR une diſtance égale LQ de l'autre côté du point L: de même on prendra LO égale à la diſtance du point L au point R, qui eſt l'interſection de la parallele & de la ligne horaire CI; ſi du centre C on tire deux lignes qui paſſent par les points Q & O, ce ſeront les lignes horaires de quatre & de cinq heures. Pareillement pour décrire les lignes de ſept & de huit heures du matin, il faut couper la ligne CIX par une parallele à la ligne de 3 heures, ſur laquelle on marquera deux points qui ſoient autant éloignés du point d'interſection de la parallele avec la ligne CIX, que les points de rencontre de cette parallele avec les lignes horaires CX & CXI. Nous donnerons la raiſon de cette pratique vers la fin du ſecond Livre.

Il faut prendre garde qu'il eſt bon dans la pratique de ne pas mettre les heures plus éloignées de midi que VI heures, quand le plan du Cadran eſt petit; afin que le centre étant plus diſtant de l'extrêmité des lignes horaires, ces lignes s'écartent davantage les unes des autres: ce qui rend le Cadran plus parfait.

17. L'angle SCP que fait l'axe avec la méridienne, eſt d'autant moindre que la hauteur du pole eſt petite, puiſque par la conſtruction cet angle eſt égal à la hauteur du pole: & lorſque cet angle eſt fort petit, alors le centre du Cadran eſt très-éloigné de la hauteur SP & de l'équinoctiale EN, pour peu que la hauteur SP ſoit grande. C'eſt pourquoi dans ce cas les lignes horaires approchent du parallelisme, c'eſt-à-dire, qu'elles ſont preſque paralleles:

paralleles : c'eſt ce qui arrive dans la zone torride proche de l'équateur, où il y a une très-petite latitude ; laquelle eſt toujours égale à la hauteur du pole.

18. Si on fait un Cadran horiſontal dans la ſphere droite, c'eſt-à-dire, ſous l'équateur même, les lignes horaires doivent être paralleles entre elles, parce que l'axe du Monde étant parallele à l'horiſon de cette ſphere, il ne peut couper le plan horiſontal du Cadran ; & par conſéquent le Cadran n'a point de centre ni de ligne de ſix heures, qui ſeroit inutile dans cette ſphere ; puiſque le ſoleil s'y leve toujours à ſix heures du matin, & ſe couche à ſix heures du ſoir. En traçant ce Cadran il faut prendre la diſtance AM entre le centre du cercle à décrire & l'équinoctiale, il faut prendre, dis-je, cette diſtance égale à la hauteur du ſtile, & de plus l'équinoctiale doit paſſer par le pied du ſtile. Il faut auſſi que les lignes horaires ſoient perpendiculaires à l'équinoctiale comme la méridienne ou la ſouſtilaire même ; autrement les lignes horaires ne ſeroient pas paralleles à la méridienne, qui eſt la ligne horaire de 12 heures.

19. Si au lieu du ſtile on prend une lame pour indiquer les heures dans la Sphere droite, il faut l'enfoncer dans la méridienne perpendiculairement au plan du Cadran ; en ſorte que le bord ſupérieur qui repréſente l'axe du Monde, ſoit parallele au Cadran ; & alors ce bord montrera les heures par ſon ombre ; pourvû que la hauteur de la lame qui eſt hors du plan, ſoit égale au rayon AM. Ce Cadran eſt appellé *Polaire* ; parce que ſon plan tend vers les deux poles du Monde ; c'eſt-à-dire, que s'il étoit prolongé, il paſſeroit par ces deux points.

20. Si on faiſoit un Cadran horiſontal dans la ſphere parallele, je veux dire ſous les poles, il ſeroit équinoctial, tel qu'eſt celui dont nous avons donné la conſtruction dans le premier Problême ; parce que l'horiſon dans ce lieu eſt parallele à l'équateur.

21. Après tout ce que nous avons dit, nous remar-

querons encore qu'il eſt utile dans la pratique des Cadrans horiſontaux de tirer deux lignes méridiennes paralleles entre elles, dont la diſtance ſoit égale à l'épaiſſeur de la lame de fer ou de cuivre dont on veut ſe ſervir pour marquer les heures, & pour lors un des côtés de l'arête ou du bord ſupérieur de la lame montre les heures du matin, & l'autre côté marque celles du ſoir. Dans ce cas il y aura deux centres du Cadran; & les lignes horaires du matin doivent être tracées par rapport à une des méridiennes; c'eſt la plus occidentale, & celle d'après midi par rapport à l'autre. Il faut néanmoins excepter les lignes horaires du matin qui précédent celle de ſix heures, leſquelles doivent paſſer par le même centre que celles de l'après-midi, parce que la ligne de cinq heures du matin, par exemple, eſt la même ligne prolongée que celle de 5 heures du ſoir. Par la même raiſon les lignes horaires qui déſignent les heures qui ſont après la ſixiéme du ſoir, doivent paſſer par le même centre que celles d'avant midi. Cette pratique de tirer deux lignes méridiennes eſt d'autant plus néceſſaire, que la lame eſt plus épaiſſe.

On peut voir la repréſentation d'un Cadran fait de cette maniere dans la figure 3, dans laquelle les lignes horaires du matin ſont tracées par rapport à la méridienne *cm* & au centre *c*; & celles du ſoir le ſont par rapport à la méridienne C M & au centre C. Quand nous diſons les lignes horaires du matin & du ſoir, nous entendons celles qui ſont entre la ligne de ſix heures & la méridienne: car pour les lignes qui montrent les heures qui précedent la ſixiéme du matin, elles doivent paſſer par le centre C; & celles qui indiquent les heures du ſoir après la ſixiéme, paſſent par le centre *c*, & ſont tirées par rapport à la méridienne *cm*.

22. Si on veut ſe ſervir d'une lame triangulaire pour marquer les heures, il faut avant de l'enfoncer dans le plan du Cadran, tirer une ligne comme CP, fig. 4, ſur cette lame vers le bas, qui faſſe avec le bord SC un

angle SCP égal à la hauteur du pole, cette ligne sert à juger si on a enfoncé la lame dans le plan de la maniere convenable : car elle doit être parallele au plan. Et de plus le sommet de l'angle SCP doit être au centre du Cadran. Cette lame doit encore être perpendiculaire au plan. Or on peut aisément connoître avec un compas si la lame est dans cette situation : il n'y a qu'à voir si le point S est également éloigné des points 10 & 2 de l'équinoctiale, ou des points 9 & 3. Voici quelques Corollaires qui suivent du second Problême.

COROLLAIRE PREMIER.

Qui contient une seconde méthode de tracer des Cadrans Horisontaux.

23. Si on prend le rayon AM pour sinus total, les lignes MI, MII, MIII, MIIII, &c. ou leurs égales MXI, MX, MIX, &c. seront les tangentes des angles horaires du Cadran équinoctial. Or ces angles sont connus : car l'angle MAI est de 15 degrés, l'angle MAII en contient 30, l'angle MAIII, 45, &c. Par conséquent si on connoît la ligne AM, on trouvera la longueur des tangentes MI, MII, MIII, &c. Par exemple, si AM contient mille parties, dont chacune soit égale à la 12me partie d'un pouce, MI en contiendra 268, MII, 577, MIII, 1000, MIIII, 1732, MV, 3732. Ces nombres sont ceux qui se trouvent dans les tables des tangentes en ôtant les deux derniers chiffres, de même qu'on a le rayon 1000, si on retranche les deux derniers chiffres du rayon 100000, tel qu'il est dans les Tables que nous avons fait imprimer. Fig. 2.

24. On peut par le moyen de ce Corollaire construire des Cadrans horisontaux avec une facilité extrême : il faut avoir pour cela une échelle divisée en parties égales, & prendre un rayon équinoctial qui contienne 1000 de ces parties, pour lors les tangentes des angles MAI, MAII, MAIII, MAIIII, &c. contiendront les nombres des parties de l'échelle que l'on vient de marquer.

Fig. 2. 25. Mais quand bien même le rayon équinoctial seroit plus grand ou plus petit que mille parties de l'échelle, on pourroit toujours faire le Cadran avec facilité, pourvû que la différence entre le rayon & la longueur de mille parties fût une aliquote de ces mille parties, comme si le rayon contenoit 1500 ou 1250 parties égales, c'est-à-dire, 1000 & la moitié ou le quart de 1000 : car il suffiroit alors d'ajouter aux nombres 268, 577, 1000, 1732, & 3732, les moitiés ou les quarts de ces nombres, & on auroit les sommes 402, $865\frac{1}{2}$, 1500, 2598, 5598 ; ou 335, $721\frac{1}{4}$, 1250, 2165, 4665, qui sont les tangentes des angles marqués cidessus, en supposant le rayon de 1500 ou de 1250 parties égales. Si au contraire le rayon étoit moindre que mille parties, comme s'il en contenoit seulement 500 ou 750, alors il faudroit retrancher des nombres 268, 577, &c. les moitiés ou les quarts de ces nombres, & les restes seroient les tangentes des angles en posant le rayon de 500 ou de 750 parties. On verra dans le second Corollaire comment on trouve le centre du Cadran, lorsque le nombre des parties du rayon équinoctial est déterminé.

26. Si le Cadran n'avoit pas assez d'étendue, & que la ligne équinoctiale ne fût pas assez longue pour prendre toutes ces tangentes, on pourroit y suppléer en tirant une parallele à l'équinoctiale, qui coupât la méridienne CM en deux parties égales. Il est évident que la distance de cette parallele au centre du Cadran ne seroit que la moitié de la distance de l'équinoctiale au même centre ; par conséquent les bases des angles horaires prises sur cette parallele, ne seroient que la moitié des bases des mêmes angles prises sur l'équinoctiale : par exemple, si la base MV de l'angle horaire MCV, laquelle est la tangente de l'angle MAV, est de 3732 parties, la base *mv* n'en contiendra que 1866. Si la distance C*m* avoit été seulement le quart de la distance CM, les bases prises sur la parallele n'auroient été que les quarts

des bases prises sur l'équinoctiale ; & de même si C*m* Fig. 2.
avoit été dix fois plus petite que la méridienne CM, les bases des angles horaires sur la parallele n'auroient été que les dixiémes des bases sur l'équinoctiale. Cela posé, il faut par le moyen de l'échelle des parties égales prendre des bases sur la parallele qui soient proportionnées à la distance de cette parallele au centre, les lignes tirées du centre aux extrêmités de ces bases seront les lignes horaires cherchées.

COROLLAIRE SECOND.

27. On peut trouver CM, qui est la distance du centre à l'équinoctiale, par la ligne AM ou SM, que l'on connoît, ou que l'on prend d'une longueur arbitraire : car dans le triangle rectangle CSM, outre l'angle droit S, l'angle C, qui est égal à l'élévation du pole est supposé connu, aussi-bien que l'angle M qui est son complément. De plus on connoît aussi le côté SM par l'hypothèse : par conséquent on pourra trouver la distance CM, qui est le côté opposé à l'angle droit CSM : il n'y aura qu'à faire cette analogie, dont les trois premiers termes sont connus : *Le sinus de l'élévation du pole* SCM *est au côté* SM *comme le sinus total ou le sinus de l'angle droit* CSM *est au côté* CM.

28. REMARQUE. Ce Corollaire sert également à trouver par le calcul le point M par où doit passer l'équinoctiale lorsque le centre C est donné, ou le centre C quand c'est le point M de l'équinoctiale qui est donné ou pris a volonté. La Géométrie fait aussi trouver l'un & l'autre. Nous avons déja vû (8) comment on détermine le point M par le centre C ; voici la maniere de trouver le centre par le point M : on tirera de ce point M la ligne SM qui fasse avec CM l'angle SMC égal à l'élévation de l'équateur ou au complément de la hauteur du pole : ensuite on décrira la ligne CS qui forme l'angle droit CSM avec la premiere ligne SM, le point C qu'elle rencontrera sur la méridienne CM sera le centre cherché.

Fig. 2.

COROLLAIRE III.

29. Si on connoît la hauteur SP, ou qu'on la prenne à volonté, on pourra trouver les lignes CP & PM qui montreront la diſtance du centre à la ligne équinoctiale. Dans l'un & l'autre triangle rectangle CPS & SPM on connoît trois choſes, ſçavoir, la hauteur SP, qui eſt le côté commun à l'un & à l'autre triangle, l'angle droit dans l'un & l'autre, & dans le premier l'angle SCP, qui eſt égal à la hauteur du pole; & dans le ſecond, l'angle SMP, qui en eſt le complément. Par conſéquent on trouvera les côtés CP & PM, qui ſont les tangentes des angles CSP & MSP en prenant la hauteur SP pour rayon d'une circonférence dont le centre ſoit S. On pourra auſſi trouver SM qui eſt le côté opposé à l'angle droit SPM. Or ſi on connoît les trois lignes CP, PM & SM ou AM avec la hauteur du pole SCM, on pourra trouver les points horaires ſur la ligne équinoctiale EN; ou par la méthode géométrique expliquée dans le Problême, ou par la méthode du calcul que l'on a expoſé dans le premier Corollaire.

30. Voici les analogies par leſquelles on trouvera les trois lignes CP, PM & SM ou AM, en prenant pour rayon dans les deux premieres la hauteur SP, que l'on ſuppoſe connue, & en ſuivant la regle générale pour la troiſiéme.

Le ſinus total eſt à la tangente de l'angle CSP, *comme la hauteur* SP *eſt à* CP.

Le ſinus total eſt à la tangente de l'angle MSP, *comme la hauteur* SP *eſt à* PM.

Le ſinus de l'angle SMP *eſt à la hauteur* SP *comme le ſinus total eſt à* SM *ou* AM.

31. On peut auſſi trouver par la Géométrie les trois lignes CP, PM & SM, quand la hauteur SP eſt donnée ou priſe à volonté : il n'y a qu'à tirer la ligne CS qui faſſe avec SP un angle CSP égal au complément de la hauteur du pole, & l'autre ligne SM qui faſſe avec la même SP l'angle MSP égal à la hauteur du pole.

TROISIE'ME METHODE.
de tracer un Cadran horisontal.

32 Il faut tracer une ligne CM que l'on regardera comme la méridienne, & tirer par le point C que l'on prendra pour centre du Cadran, une autre ligne BCb perpendiculaire à CM: ce sera la ligne de six heures. On fera ensuite avec le compas les trois parties CB, Cb & CK égales chacune à 1000 parties de l'échelle, qui est tracée sur l'équerre de plusieurs estuis de Mathématique. Après cela on tirera les lignes BD, bd paralleles à CM: enfin on menera par le point K la ligne DKd perpendiculaire à la méridienne CM. Fig. 2.

33 Après avoir tiré toutes ces lignes ou même avant qu'on les ait tirées, on cherchera dans des tables des sinus les tangentes des angles horaires, c'est-à-dire, des angles que les lignes horaires forment avec la méridienne. Or pour cela il faut connoître la valeur de ces angles, on la trouvera par le Problême III, ou, ce qui est beaucoup plus aisé, on les prendra dans la cinquiéme table que nous avons placée à la fin de ce Traité. Par exemple, on verra que l'angle horaire qui répond à neuf heures est de 36 deg. 58 min pour la latitude de Paris, dont la tangente est marquée dans les tables des sinus par le nombre 753. On cherchera de même les autres angles horaires & leurs tangentes. On observera cependant que quand les angles horaires auront plus de 45 degrés, on prendra les cotangentes, c'est-à-dire, les tangentes de leur complément. Ainsi l'angle horaire qui répond à 7 heures du matin, étant de 70 degrés 25 minutes à la latitude de Paris, on prendra la tangente du complément, qui est le nombre 356 en retranchant autant de chiffres à la fin qu'il en faut ôter du rayon ou sinus total pour qu'il ne reste que le nombre 1000.

34. Quand on aura les tangentes des angles horaires, on prendra avec un compas ordinaire sur l'échelle des parties égales les nombres qui expriment ces tan-

Fig. 2. gentes : ainsi pour neuf heures on prendra sur l'échelle 753 parties, c'est-à-dire, qu'on ouvrira le compas, ensorte que l'intervalle des pointes contienne 753 parties de l'échelle : on gardera cette ouverture & on mettra une de ces pointes sur le point K de la méridienne, & on décrira ensuite de côté & d'autre sur la ligne Dd des petits arcs qui coupent cette ligne, les points d'intersection seront ceux de neuf heures du matin & de trois heures du soir. On fera la même chose pour tous les angles qui ne seront pas au-dessus de 45 degrés.

35. Quant à ceux qui surpasseront 45 deg. on prendra pareillement les nombres qui expriment les tangentes des complémens, on les prendra, dis-je, sur l'échelle avec le compas, on mettra une pointe sur le point B, & on décrira de l'autre un petit arc qui coupe BD : puis en conservant toujours la même ouverture on mettra aussi une pointe sur le point b, & on décrira un arc qui coupe la ligne bd ; les points d'intersections seront les points horaires des lignes BD & bd. On tirera ensuite du centre à tous ces points des lignes droites ; ce seront les lignes horaires.

On voit bien que les angles que font les lignes horaires avec la ligne BCb sont les complémens des angles horaires, c'est-à-dire, des angles que font ces mêmes lignes avec la méridienne CM : c'est pourquoi on prend les cotangentes des angles horaires qui surpassent 45 degrés, afin de les marquer sur les lignes BD & bd.

Afin d'éviter les méprises en cherchant les tangentes des angles horaires il sera bon d'écrire dans une colomne la valeur des angles horaires moindres que 45 degrés, & de mettre a la gauche les heures qui leur répondent. Ensuite on placera les tangentes des angles à la droite. On écrira pareillement la valeur des angles horaires qui surpassent 45 degrés dans une colomne avec les heures à la gauche & les cotangentes à la droite. Voici un exemple de la maniere de disposer les

colomnes des heures, des angles horaires & des tangentes: on suppose la latitude de 48 deg. 50 min.

heures du soir.

heu.	min.	deg.	mi.	tang.	heu.	mi.	deg.	mi.	cotan.
0	15^m	2^d.	50'.	49	4^h	0m	52	31	767
0	30	5	40.	99	4	30	61	11	550
0	45	8	31.	150	5	0	70	25	356
1	0	11	24.	202	5	30	80	5	175
1	15	14	20.	256					
1	30	17	19	312					
1	45	20	22	371					
2	0	23	30	435					
2	30	30	1	578					
3	0	36	58	753					
3	30	44	27	981					

Nous avons toujours supposé qu'il y avoit une échelle de mille parties égales gravée sur l'équerre, comme elle s'y trouve effectivement dans plusieurs estuis de mathématique : mais si cette échelle ne s'y trouvoit pas, on pourroit se servir de celle de 200 parties qui est toujours sur le compas de proportion. Nous expliquerons dans le quatriéme Livre à la fin de la méthode de tracer la méridienne du tems moyen, comment on peut faire usage de cette échelle de 200 parties, en faisant attention que 200 est la cinquiéme partie de 1000.

QUATRIE'ME ME'THODE de tracer un Cadran horisontal.

Il y a une autre méthode très-facile & très-sûre dans la pratique, pour trouver les points horaires sur l'équinoctiale : l'application en est d'autant plus commode, qu'elle ne suppose ni table des tangentes, ni échelle divisée en parties égales. Voici cette méthode.

36. 1°. Il faut prendre avec un compas ordinaire la ligne M9 égale au rayon AM, & prendre aussi la ligne M3 de la même longueur, les points 9 & 3 seront les points de neuf & de trois heures. 2°. On ouvrira le compas de maniere que la distance des deux extrémités Fig. 5.

Fig. 5. ou pointes ſoit égale au diametre FG, ou à la ligne 9-3, qui eſt une partie de l'équinoctiale: on mettra enſuite une pointe ſur le centre A, & on portera l'autre ſur la ligne équinoctiale de côté & d'autre du point M: cette ſeconde pointe déſignera les points 8 & 4, de huit heures du matin & de quatre heures du ſoir. 3°. On gardera la même ouverture du compas, puis on appliquera une de ſes extrémités ſur le point 8, & on portera l'autre ſur la partie de l'équinoctiale oppoſée à la méridienne: cette autre extrémité déſignera le point de ſept heures du matin. Mais ſi on tourne la ſeconde extrémité vers l'autre partie de l'équinoctiale, cette extrémité marquera le point d'une heure après midi au delà de la méridienne, pourvû que la premiere demeure toujours poſée ſur le point 8. Pareillement gardant la même ouverture du compas, & une des extrémités étant appliquée au point 4, l'autre extrémité déterminera les points 5 & 11. Enfin on diviſera les lignes M8 & M4 chacune en trois parties égales, les deux points de diviſion les plus proches du point M ſeront ceux de 10 heures & de 2 heures.

37. On peut faire ici une remarque, ſemblable à celle que nous avons faite après le premier Corollaire du ſecond Problême (art. 26). Si la ligne équinoctiale n'étoit pas aſſez longue, il faudroit lui mener une parallele plus proche du centre du Cadran, & regarder cette parallele comme une autre équinoctiale, dont le rayon ſeroit moindre que celui de la premiere équinoctiale à proportion de la diſtance du centre du Cadran; enſorte que ſi la diſtance C*m* du centre à la ſeconde équinoctiale étoit, par exemple, la moitié de CM, qui eſt la diſtance du même centre à la premiere, ſon rayon *am* ou *sm* ne ſeroit auſſi que la moitié du premier rayon AM ou SM. Si C*m* étoit le quart de CM, le rayon *am* ſeroit auſſi le quart de AM, à cauſe des triangles ſemblables CMS & C*ms*. Cela poſé, au lieu du premier rayon équinoctial AM, il faudroit prendre

le second *am*, & marquer les points horaires sur la seconde équinoctiale, afin de tirer du centre des lignes qui passent par ces points ; ce seroient les lignes horaires. Fig. 5.

38. On peut encore se servir de l'article 16 pour mener les autres lignes horaires, quand on a tiré les suivantes C4, C3, C1, C11, C9, C8. Il faut couper la ligne C3 par une parallele à C9, & au moyen de cette parallele on tirera C2, qui doit être autant éloignée de C3 que C4, & pareillement on tirera C5, autant éloignée de C3 que C1 ; en prenant ces éloignemens sur la parallele.

Cette quatriéme méthode suppose trois propositions de Géométrie que nous allons prouver.

39. 1°. La tangente d'un arc ou d'un angle de 45 degrés est égale au rayon. Soit l'angle ACE de 45 deg. je dis que sa tangente AE est égale au rayon CA : car le triangle CAE étant rectangle en A, la somme des angles C & E est égale à un angle droit. Or l'angle C ou ACE est de 45^d par l'hypothèse ; donc l'autre angle E vaut aussi 45^d : ainsi puisque ces deux angles sont égaux, les côtés qui leur sont opposés sont aussi égaux, c'est-à-dire, que la tangente AE est égale au rayon CA. Fig. 6.

40. 2°. La sécante d'un arc ou d'un angle de 60 degrés est égale au diametre. Soit l'angle ACF de 60 degrés, il faut prouver que la sécante CF est égale au diametre du cercle. L'angle ACF ou ACD étant par l'hypothèse de 60 degrés, la corde AD est égale au rayon CD ou CA, & le triangle DAC est équilateral ; par conséquent l'angle CAD est aussi de 60 degrès. Ainsi l'angle DAF, qui est l'autre partie de l'angle droit CAF, est de 30 deg. Or l'angle CFA est aussi de 30 degrés, puisque l'on suppose que l'angle ACF du triangle rectangle CAF est de 60 degrés. Par conséquent les angles A & F du triangle ADF étant chacun de 30 degrés, il faut que les côtés opposés DF & AD ou CD soient égaux. Ainsi les deux parties CD & DF de la sécante CF sont chacune égales au rayon ; donc la sécante entiere est égale au diametre.

Fig. 6. 41. 3°. La tangente de 60 degrés est triple de celle de 30 degrés. Soit la tangente AF de 60 degrés & l'autre tangente AB de 30; il faut prouver que la premiere est triple de la seconde. L'angle ACF étant par l'hypothèse de 60 degrés, & l'autre ACB de 30, il s'ensuit que le premier est partagé également par CB: donc les deux parties de la base sont proportionnelles aux côtés de ce premier angle: (Géom. Liv. I, Art. 161) c'est-à-dire, que BF est à BA, comme CF est à CA. Or CF est double de CD ou de CA, comme on vient de le prouver. Donc BF est aussi double de AB. Par conséquent AF est triple de AB.

Ces trois propositions étant prouvées, il n'y a plus qu'à en faire l'application pour rendre raison de la quatriéme méthode.

Fig. 5. 42. 1°. La ligne M9 ou M3 est égale au rayon, parce que c'est la tangente de l'angle MA9 ou MA3, qui est de 45 degrés. 2°. Lorsqu'on ouvre le compas de maniere que la distance de ses extrémités est égale au diametre FG, si on en met une sur le point A, l'autre désignera les points 8 & 4: car la sécante d'un angle de 60 degrés, tel qu'est l'angle MA8 ou MA4, est égale au diametre: cette sécante est le rayon prolongé A8 ou A4. 3°. Dans le triangle rectangle AM8, l'angle MA8 est de 60 degrés: par conséquent l'autre angle aigu A8M contient 30 degrés; ainsi dans l'autre triangle A87, l'angle 8, qui est le supplément de l'angle A8M, contient 150 degrés, & d'ailleurs l'angle A ou 7A8 étant de 15 degrés, le troisiéme angle 7 est aussi de 15 degrés; par conséquent le côté 8-7 est égal au diametre ou au côté A8. De plus dans le triangle 8A1 l'angle en A est égal à l'angle en 1, parce qu'ils contiennent chacun 75 degrés; par conséquent le côté 8-1 est égal au côté A8 ou au diametre: il faut dire la même chose des lignes 4-5, & 4-11, qui sont aussi égales chacune au diametre. 4°. Enfin la tangente de 60 degrés étant trois fois plus grande que la tangente de 30 deg,

M8 sera triple de M10, & M4 sera aussi triple de M2 : c'est pourquoi on trouvera les points de dix & de deux heures, si on partage les lignes M8 & M4 chacune en trois parties égales.

43. Cette quatriéme méthode peut aussi être employée pour marquer les demies & même les quarts sur la ligne équinoctiale ; c'est ce que nous allons expliquer. Pour marquer les demies après midi, en commençant par celles qui sont plus près de la méridienne, il faut mettre une des pointes du compas sur l'équinoctiale aux points des heures impaires, c'est-à-dire, de 7, de 9, de 11, de 1, de 3, de 5, & ouvrir le compas jusqu'à ce que l'autre pointe tombe sur le centre A : après quoi la premiere pointe du compas étant toujours appliquée sur l'endroit de l'équinoctiale où on l'a mise, l'autre pointe portée aussi sur l'équinoctiale marquera une demie : ainsi 1°. je mets une pointe du compas sur l'équinoctiale au point de sept heures du matin, & j'ouvre le compas jusqu'à ce que l'autre pointe tombe sur le centre A, alors tenant toujours la premiere pointe sur le point de sept heures, je transporte la seconde sur l'équinoctiale, & le point où elle tombe est celui de midi & demi. 2°. Mettant de même une pointe sur neuf heures, & ouvrant le compas jusqu'à ce que la distance des deux pointes soit égale à 9A, je transporte la seconde pointe sur l'équinoctiale en laissant la premiere au point de neuf heures, & pour lors la seconde pointe atteint au point de $1^{h}\frac{1}{2}$. Je continue de même pour marquer les autres demies : c'est pourquoi afin de marquer $5^{h}\frac{1}{2}$ du soir, je mets une pointe du compas sur cinq heures du soir, & l'autre sur le centre A : ensuite laissant la premiere pointe à sa place, je porte l'autre sur l'équinoctiale, & le point où elle tombe est celui de $5^{h}\frac{1}{2}$. Fig. 7.

44. Après que les demies ont été marquées sur une partie de l'équinoctiale d'un côté de la méridienne, on pourroit se servir de la même méthode pour marquer

Fig. 7. aussi les demies sur l'autre partie: mais il est plus aisé de les déterminer en prenant sur l'équinoctiale, depuis la méridienne, des distances égales à celles qui sont du côté où les demies ont été marquées.

45. Quand les demies sont désignées, on peut déterminer ainsi les points des quarts après midi, en commençant par ceux qui sont les plus près de midi. Il faut mettre une pointe du compas sur tous les points des demies, tant celles qui précedent midi, que celles qui le suivent. Après cela on ouvre le compas autant qu'il est nécessaire pour que la seconde pointe tombe sur le centre A : puis laissant toujours la premiere pointe dans l'endroit où elle est, on transporte la seconde sur l'équinoctiale, le point où elle tombe est un quart. Ainsi pour marquer midi & un quart, je mets une pointe de compas sur $6^h\frac{1}{2}$ du matin, & j'ouvre le compas jusqu'à ce que l'autre pointe tombe au centre A; après cela tenant la premiere pointe à sa place, je transporte la seconde sur l'équinoctiale vers la méridienne, le point auquel elle aboutit est celui de midi un quart. On pourroit par la même méthode se servir des quarts pour marquer les demi-quarts.

46. Au reste, comme il arrive souvent qu'on ne peut assez prolonger l'équinoctiale pour qu'elle contienne le point de $6^h\frac{1}{2}$ du matin, on pourra aisément trouver le point de midi un quart, en divisant par le milieu la partie de l'équinoctiale comprise entre la méridienne & la ligne de midi & demi : car le point de division sera celui de midi un quart : de même en divisant par le milieu la partie de l'équinoctiale comprise entre la ligne de midi & demi & celle d'une heure, le point de division sera celui de midi trois quarts. Il n'y a point dans cette pratique d'erreur sensible, sur-tout pour le point de midi un quart. Ces deux points feront trouver ceux de onze heures trois quarts & de onze heures un quart, puisque ces deux derniers points sont autant éloignés de la méridienne, que ceux de midi un quart & de midi

trois quarts. On peut de la même maniere marquer les demi-quarts auprès de la méridienne en partageant les intervalles des quarts en deux parties égales.

47. Pour démontrer la pratique des art. 43 & 45; nous supposerons que chacun des angles sur la base d'un triangle isocele est égal à un angle droit moins la moitié de l'angle compris entre les côtés égaux : par exemple, si l'angle compris entre les côtés égaux d'un triangle isocele est de 52 degrés, chacun des angles sur la base est égal à un angle droit moins la moitié de 52 degrés, car dans ce cas chaque angle sur la base est de 64 degrés. Or $64 = 90 - 26$. Cela vient de ce que les deux angles sur la base, qui sont égaux entre eux, étant joints au troisiéme, valent ensemble deux angles droits : car de-là il s'ensuit que chaque angle sur la base plus la moitié de l'angle au sommet valent un angle droit.

48. Cela posé, nous prendrons pour exemple le point de midi & demi (nous l'appellerons L) que l'on trouve en mettant une pointe du compas sur le point de sept heures du matin. Il faut prouver que l'angle MAL est de $7^d \frac{1}{2}$, puisque le soleil parcourant 15 deg. par heure, il doit faire $7^d \frac{1}{2}$ dans une demie-heure. Le triangle AM7 est rectangle en M; de plus MA7 est de 75 degrés, puisqu'il y a 5 heures d'intervalle depuis 7 heures du matin jusqu'à midi; ainsi l'angle A7M étant le complément de l'angle MA7, il vaut 15 degrés. Cela étant, en tirant la ligne AL on aura le triangle A7L, qui est isocele par la construction, & dont chacun des angles sur la base AL est un angle droit moins la moitié de l'angle opposé à la base, lequel est de 15 deg. Ainsi l'angle LA7 est de 90 degrés moins $7^d \frac{1}{2}$, c'est-à-dire, qu'il vaut $82^d \frac{1}{2}$. Or l'angle MA7 est de 75 degrés; par conséquent l'angle MAL, qui est l'autre partie de LA7, vaut $7^d \frac{1}{2}$. On prouvera par un raisonnement semblable que l'angle MAR est de $22^d \frac{1}{2}$. (Nous nommons R le point que l'on a trouvé pour une heure & demie.) Il Fig. 7.

Fig. 7. en est ainsi des autres points que l'on trouve pour marquer les demies.

On fera voir aussi de la même maniere que les points des quarts sont bien marqués en suivant la méthode prescrite. Nous allons le prouver pour le point K, qui est celui de midi un quart, que l'on détermine en mettant une des pointes du compas sur le point de $6^h \frac{1}{2}$ du matin, que nous appellons O. Il faut montrer que l'angle MAK est de $3^d\ 45'$.

49. Dans le triangle rect. OMA, l'angle MAO vaut $82^d\ 30'$; ainsi l'angle O est de $7^d\ 30'$. Or le triang. AOK est isocele par la construction; par conséquent chacun des deux angles sur la base AK est égal à un angle droit moins $3^d\ 45'$ qui est la moitié de l'angle O; donc l'angle OAK est de $86^d\ 15'$. Or l'angle MAO vaut $82^d\ 30'$: donc l'angle MAK, qui est l'autre partie de OAK, est de $3^d\ 45'$.

On prouvera par un raisonnement semblable que pour trouver midi trois quarts il faut mettre une pointe du compas sur $7^h \frac{1}{2}$ du matin; pour $1^h \frac{1}{4}$, sur $8^h \frac{1}{2}$; pour $1^h \frac{3}{4}$, sur $9^h \frac{1}{2}$; pour $2^h \frac{1}{4}$, sur $10^h \frac{1}{2}$; pour $2^h \frac{3}{4}$, sur $11^h \frac{1}{2}$; pour $3^h \frac{1}{4}$, sur midi & demi; pour $3^h \frac{3}{4}$, sur $1^h \frac{1}{2}$; ainsi de suite.

PROBLÊME III.

Fig. 2. 50. *La hauteur du Pole sur l'horison étant connuë; trouver les angles horaires* MCI, MCII, MCIII, MCIIII, &c. *du Cadran horisontal, ou ceux qui leur sont égaux* MCXI, MCX, MCIX, MCVIII, &c.

Il faut faire l'analogie suivante, dont les trois premiers termes sont connus par les tables des sinus & des tangentes.

Comme le sinus total est au sinus de la hauteur du Pole, ainsi la tangente de l'angle horaire MAI *ou* MAII, *ou* MAIII, *dans le Cadran Equinoctial, est à la tangente de l'angle horaire* MCI, *ou* MCII, *ou* MCIII, *dans le Cadran Horisontal.*

DÉMONSTRATION.

DÉMONSTRATION.

Qu'on prenne le coté CM dans le triangle rectangle CMI du Cadran horisontal pour le sinus total dont le centre soit C, le côté MI sera la tangente de l'angle horaire MCI : ainsi on aura cette proportion, CM. MI : : S.T. T.MCI, c'est-à-dire, CM est à MI, comme le sinus total est à la tangente de l'angle horaire MCI. De même si dans le triangle rectangle AMI du Cadran équinoctial on prend le côté AM pour le sinus total ou le rayon, le côté MI sera la tangente de l'angle MAI ; on aura donc cette autre proportion, AM. MI : : S.T. T.MAI. Or comme dans toute proportion le produit des extrêmes est égal à celui des moyens, la premiere proportion donnera cette égalité, CM×T.MCI = MI×S.T, & la seconde proportion donnera AM×T. MAI=MI×S.T. Or le second membre de ces deux équations est le même ; par conséquent les deux premiers membres CM×T.MCI & AM×T.MAI sont égaux : d'où on tire la nouvelle proportion CM. AM : : T.MAI. T.MCI. Mais la ligne AM est égale à la ligne SM par l'hypothèse ; on aura donc la proportion suivante ; CM.SM : : T.MAI.T.MCI. Or cette ligne SM est le sinus de l'angle MCS, ou de la hauteur du pole, en prenant CM pour rayon ou sinus total. Par conséquent la derniere proportion se réduit à celle-ci ; *Le sinus total est au sinus de la hauteur du Pole, comme la tangente de l'angle horaire du Cadran équinoctial est à la tangente de l'angle horaire correspondant dans le Cadran horisontal.* Ce qu'il falloit démontrer. Fig. 24

51. Les angles MAI, MAII, MAIII du Cadran équinoctial sont égaux à la distance du soleil au méridien à une heure, à deux heures, à trois heures : ainsi on pourroit mettre ces distances à la place de ces angles. D'ailleurs la latitude est toujours égale à l'élévation du pole ; ainsi la proportion précédente se réduit à

celle-ci, *Le ſinus total eſt au ſinus de la latitude, comme la tangente de la diſtance du Soleil au méridien pour une heure propoſée, eſt à la tangente de l'angle horaire horiſontal qui répond à cette heure.*

COROLLAIRE.

52. Dans tous les Cadrans horiſontaux qui ſont ſur un même cercle parallele à l'équateur, les angles horaires de l'un ſont égaux aux angles correſpondans de l'autre : mais il n'en eſt pas de même, ſi on compare les Cadrans horiſontaux d'un parallele avec ceux d'un autre parallele : car les angles des Cadrans d'un parallele plus proche de l'équateur ſont moindres que les angles de ceux d'un parallele plus éloigné. Cela paroît par la proportion établie ci-deſſus, puiſque quand il s'agit des Cadrans d'un parallele plus proche de l'équateur, le ſecond terme de cette proportion, qui eſt le ſinus de la latitude, étant plus petit, il faut que le 4me terme ſoit auſſi plus petit. Or ce 4me terme eſt la tangente de l'angle horaire horiſontal.

53. Cela n'empêche pas que dans un lieu d'une certaine latitude on ne puiſſe ſe ſervir d'un Cadran horiſontal fait pour un autre degré de latitude : par exemple, ſi un Cadran horiſontal eſt tracé pour le 50me degré de latitude, on peut s'en ſervir dans un lieu qui eſt au 40me degré; pourvû que dans ce lieu on l'incline de façon qu'il ſoit parallele à l'horiſon du 50me degré ſous le même méridien, & que d'ailleurs il ſoit bien orienté, c'eſt-à-dire, placé comme il faut par rapport au nord & au ſud, à l'orient & à l'occident : car dans ce cas le Cadran pourra être conſidéré comme s'il étoit dans le plan de l'horiſon du 50me degré : mais il eſt évident que ce Cadran ne ſera pas horiſontal ſur le 40me degré, puiſqu'il doit y être incliné, afin qu'il puiſſe montrer les heures.

54 Il n'eſt pas fort difficile de diſpoſer dans un lieu un plan parallele à l'horiſon d'un autre lieu qui eſt ſous le même méridien, mais dont la latitude eſt différente: car il ſuffit pour cela que ce plan faſſe avec l'horiſon du lieu où il eſt, un angle égal à la différence des latitudes des lieux: par exemple, pour rendre un plan qui eſt au 40me degré de latitude parallele à l'horiſon du 50me degré ſous le même méridien, il faut diſpoſer ce plan de maniere qu'il faſſe un angle de dix degrés avec l'horiſon du lieu où il eſt, de ſorte que le ſommet de cet angle ſoit vers le nord, & la baſe tournée vers le ſud: mais ſi on vouloit diſpoſer ſur le 50me degré un plan parallele à l'horiſon du 40me, il faudroit que le ſommet de l'angle fût tourné au ſud & la baſe au nord.

55. Afin qu'on entende mieux la méthode de ce Problême, nous allons donner un exemple d'un Cadran horiſontal qu'il s'agit de tracer à la latitude de Paris, qui eſt de 48^d^ 51'. Le ſinus total eſt 100000, le ſinus de la hauteur du pole eſt 75299, la tangente de l'angle horaire MAI dans le Cadran équinoctial, c'eſt-à-dire, la tangente de 15 degrés eſt 26795; par conſéquent dans la préſente hypothèſe, les trois premiers termes de la proportion ſont, 100000, 75299, 26795. Ainſi pour avoir le quatriéme, il faut multiplier le ſecond & le troiſiéme l'un par l'autre, & diviſer le produit 2,017,636,705 par 100000, le quotient 20176 ſera la tangente de l'angle horaire MCI dans le Cadran horiſontal. Or ce nombre eſt la tangente d'un angle de 11 degrés & environ 24 minutes; par conſéquent l'angle horaire MCI du Cadran horiſontal dans un lieu dont la latitude ou la hauteur du pole eſt de 48^d^ 51' contient 11^d^ 24'. On trouvera de la même maniere les autres angles horaires du Cadran horiſontal. Fig. 28

56. Il ſeroit beaucoup plus facile de ſe ſervir des logarithmes: nous allons en faire uſage pour le même

Fig. 2. exemple. Les logarithmes des trois premiers termes, tels qu'on les trouve dans les Tables ordinaires à côté des angles, en retranchant les deux derniers chiffres : sont : 1000000, 987679 ; 942805. Il faut donc, comme nous le dirons ensuite, ajouter ensemble les deux derniers logarithmes, & retrancher le premier de la somme 1,930,484, le reste sera 930484. On cherchera ce nombre dans la Table parmi les logarithmes des tangentes, & on trouvera que c'est le logarithme de la tangente de 11^{d} 24'.

Nous exposerons dans la préparation aux Livres suivans, la nature & l'usage des logarithmes.

Nous donnerons à la suite de ce Traité une Table composée sur ce Problême, laquelle contient les angles horaires du Cadran horisontal depuis le commencement du 44me degré de latitude, jusqu'à la fin du 53me degré.

CINQUIE'ME METHODE de décrire un Cadran Horisontal

57. On peut aisément par le moyen de ce Problême & de la premiere Table que nous donnerons à la fin de ce Traité, tirer les lignes horaires dans le Cadran horisontal par le moyen d'un quart de cercle divisé exactement, ou plutôt d'une échelle divisée en parties égales : en effet pour tracer une ligne horaire comme CI, on décrira du centre du Cadran une circonférence dont le rayon CM contienne, par exemple, 1000 parties égales de l'échelle ; ensuite du point M, comme centre, & d'un intervalle égal à la corde de l'angle MCI que nous supposons de 11^{d} 24', laquelle contient 199 parties, le rayon en ayant 1000, il faut décrire un arc qui coupe la circonférence en un point : après quoi on tirera du centre C du Cadran une ligne au point d'intersection de l'arc avec la circonférence : ce sera la li-

gne horaire CI. On fera la même chose pour les autres Fig. 2.
lignes horaires, en prenant toujours le point M pour le centre de tous les arcs qui coupent la circonférence.

58. On cherchera dans une table des sinus combien la corde de chaque angle horaire doit contenir de ces parties égales. Or la corde d'un angle est toujours double du sinus d'un autre angle qui est la moitié du premier : par exemple, la corde d'un angle de $11^d\ 24'$ est double du sinus d'un angle de $5^d\ 42'$; par conséquent le sinus de cet angle étant de 99 parties $\frac{1}{2}$ en supposant le rayon de 1000, la corde de l'angle de $11^d\ 24'$ est de 198, ou plutôt de 199.

59. Si le rayon CM contient plus ou moins de parties que 1000, alors les cordes des angles horaires deviendront plus grandes ou plus petites à proportion : par exemple, si le rayon CM contenoit 2000 parties, la corde de $11^d\ 24'$ en auroit 398, qui est un nombre double de 199. Si le rayon étoit de 1500 parties, la corde de $11^d\ 24'$ seroit de 298, lequel nombre contient 199, & de plus la moitié de 199, sçavoir 99.

60. Nous avons donc donné cinq méthodes pour faire des Cadrans horisontaux : la premiere, qui est expliquée dans le second Problême, est géométrique : la seconde, qui est exposée dans le premier Corollaire du second Problême, la troisiéme & la cinquiéme s'exécutent par un calcul que l'on trouve tout fait dans les Tables, & supposent aussi qu'on a une échelle de parties égales. Enfin la quatriéme est géométrique, ainsi que la premiere. Outre ces cinq méthodes, nous en avons ajouté une (art. 16), par laquelle sept lignes horaires consécutives étant déja tracées, on donne la maniere de tirer les autres.

61. Nous finirons ce Livre par une remarque sur une petite erreur des Cadrans au moins à certaines heures; ce sont celles d'avant & d'après midi : un Cadran, quoique bien fait & bien orienté avance un peu le matin & retarde un peu le soir. Cela vient de ce que la réfrac-

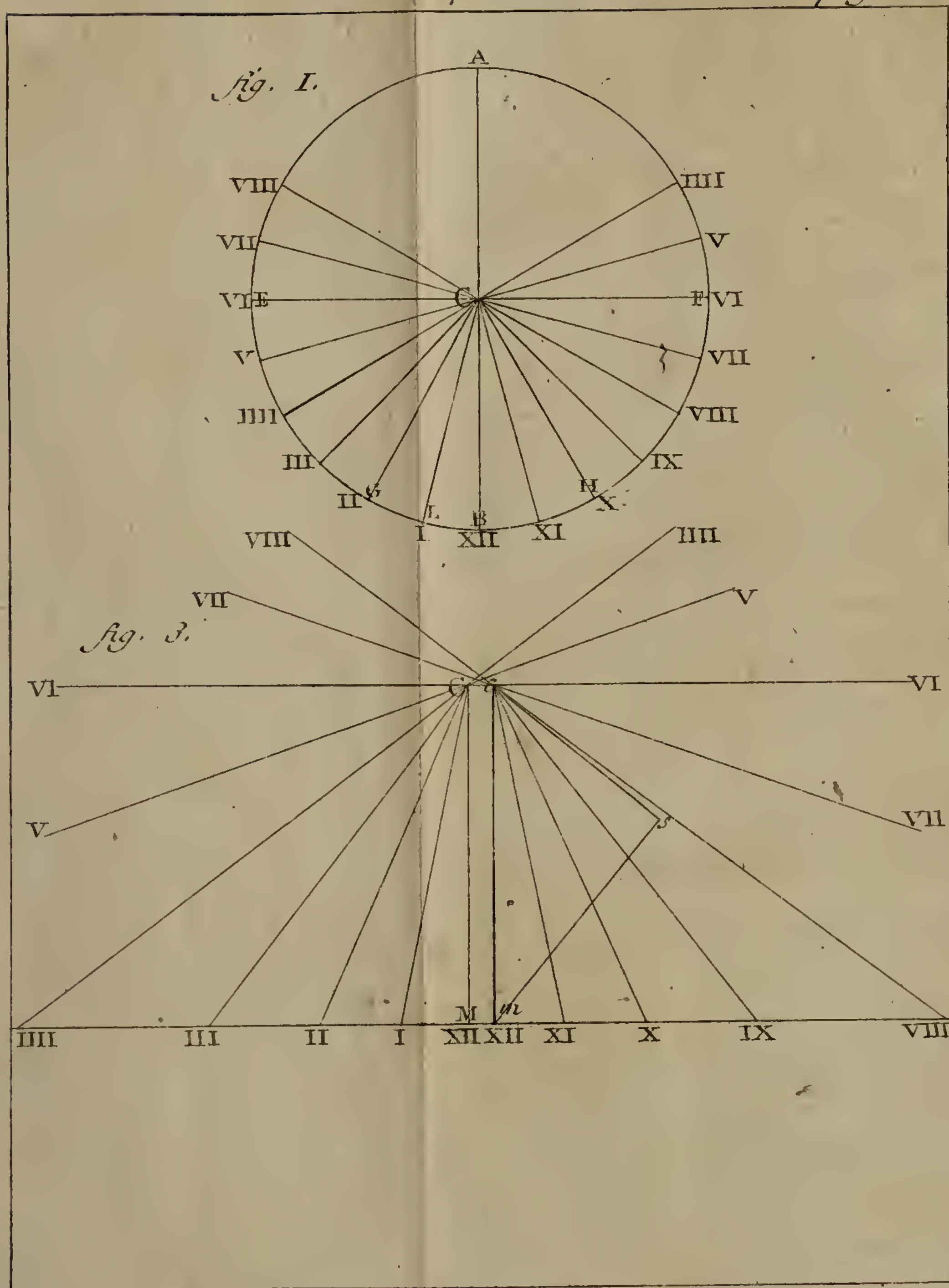
tion des rayons de lumiere causée par l'air, fait paroître le Soleil plus élevé qu'il n'est, d'une quantité qui diminue à proportion que le Soleil s'éloigne davantage de l'horison, comme on le peut voir par la Table que nous avons placée après le quatriéme Problême de la seconde section du Livre suivant. Ainsi l'erreur est d'autant moindre, que les heures marquées par le Cadran sont moins éloignées de midi. Cette erreur est même insensible vers les dix ou onze heures avant midi, & vers une heure ou deux après midi en Esté, à cause de la grande élévation du Soleil à ces heures là.

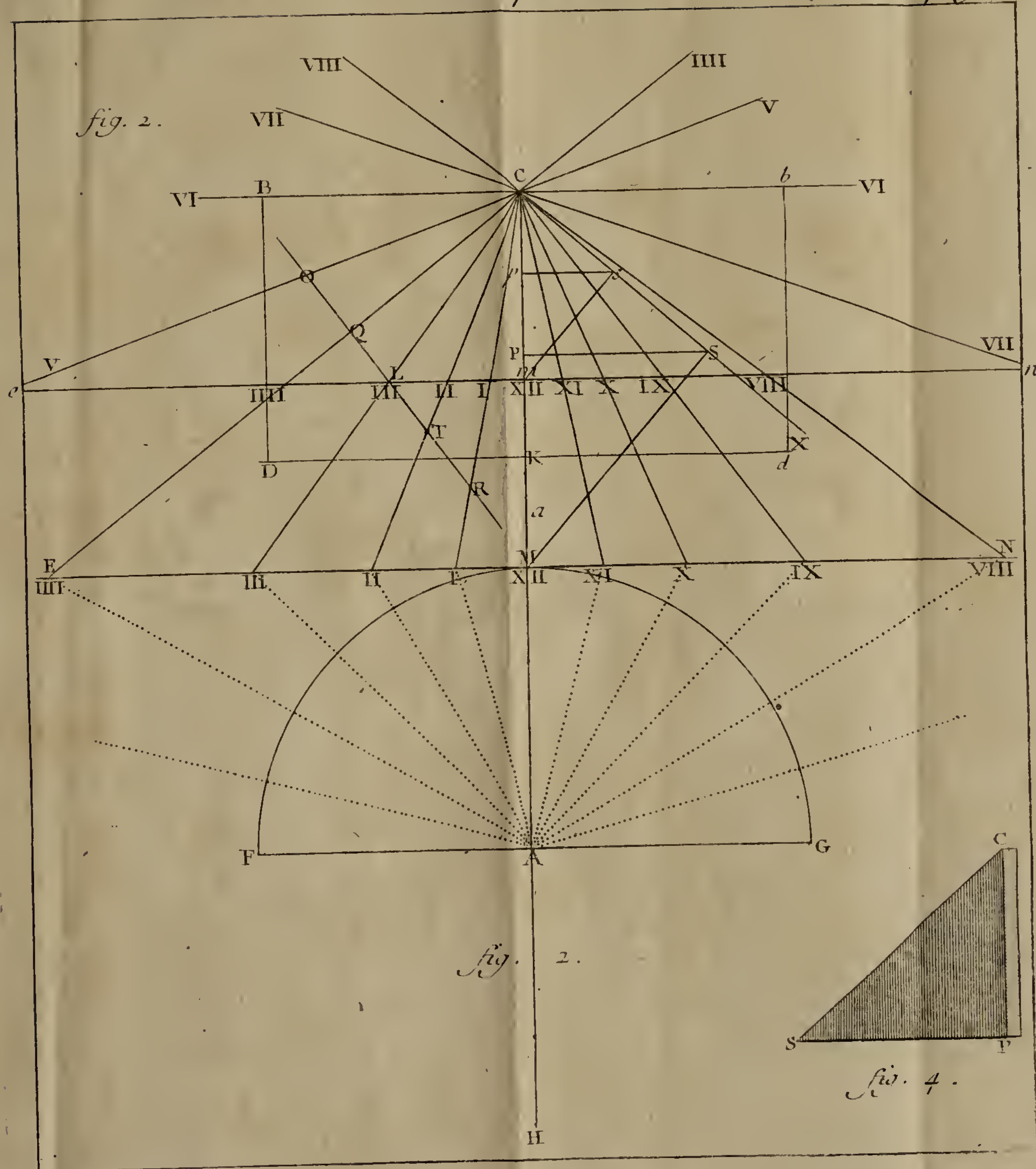
Il paroît d'abord que cette réfraction devroit aussi causer de l'erreur à midi au moins en Hiver, puisque le Soleil est alors peu élevé sur l'horison. Mais il faut prendre garde que quand un astre est au méridien, l'excès d'élévation causé par la réfraction de l'air, ne le fait pas paroître hors du méridien, mais seulement à un point un peu plus élevé de ce cercle qu'il n'est effectivement : ainsi l'ombre de l'axe du Cadran ne peut tomber que sur la méridienne qui est l'intersection du plan du Cadran avec celui du méridien, soit que le Soleil soit plus élevé à cette heure, ou qu'il le soit moins. Cette remarque a lieu pour les Cadrans verticaux & pour les inclinés.

PRÉPARATION

AUX LIVRES SUIVANS.

DANS la construction des Cadrans Verticaux on emploie souvent le calcul de la Trigonométrie rectiligne pour la résolution des triangles : on trouvera la méthode générale de ce calcul expliquée dans nos Élémens de Géométrie pour toutes sortes de triangles rectilignes ; mais comme presque tous les triangles dont


fig. I.
A
VIII
VII
VI E
V
IIII
III
II G
I L
B
XII
XI
H X
IX
VIII
VII
F VI
V
IIII
C
fig. 3.
VIII
VII
VI
V
IIII
III
II
I
M
XII
XII
m
XI
X
IX
VIII
VII
VI
V
IIII
C
G
S


fig. 2.
VIII
IIII
VII
V
C
B
b
VI
VI
O
Q
p
P
S
V
VII
e
L
m
n
IIII
III
II
I
XII
XI
X
IX
VIII
T
X
D
K
d
R
a
M
N
E
IIII
III
II
I
XII
XI
X
IX
VIII
F
A
G
C
fig. 2.
S
P
fig. 4.
H

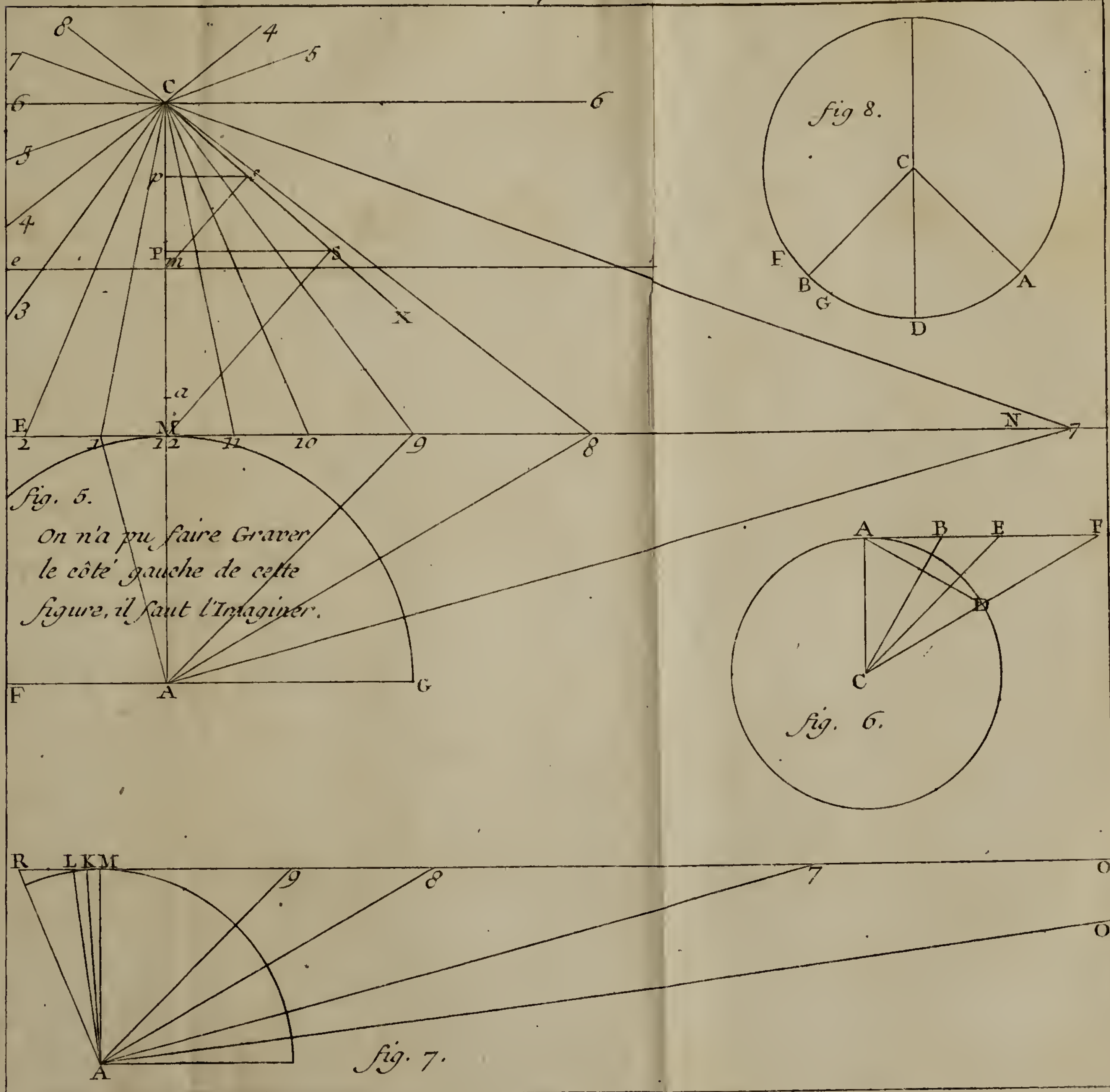


fig 8.
fig. 5.
On n'a pu faire Graver le côté gauche de cette figure, il faut l'Imaginer.
fig. 6.
fig. 7.

on cherche la résolution dans la Gnomonique sont rectangles, & qu'il y a pour ces sortes de triangles des méthodes particulieres presque toujours beaucoup plus courtes & plus faciles que les générales, nous allons donner ces méthodes propres aux triangles rectangles; nous expliquerons ensuite l'usage des logarithmes, parce que nous nous en servirons souvent dant la suite; après quoi nous donnerons la description du compas à verge, & celle du faux stile dont il est à propos de se servir pour prendre des points d'ombre, ou plutôt des points de lumiere. Ce sont quatre choses qui sont nécessaires pour entendre ce que nous avons à dire touchant les Cadrans, soit Verticaux, soit Inclinés.

De la résolution des Triangles rectangles.

La résolution des triangles rectangles renferme plusieurs cas qui ont rapport aux trois hypothèses que l'on peut faire: sçavoir 1°. que l'on connoisse deux angles & un côté, 2°. deux côtés & un angle, 3°. enfin les trois côtés. Suppofons 1°. que dans le triangle BAC rectangle en A on connoisse deux angles & un côté, alors si le côté connu est l'hypotenuse BC on trouvera le côté AB ou AC en faisant la proportion suivante, *Le sinus total est à l'hypotenuse* BC, *comme le sinus de l'angle* B *est au côté* AC. Cette proportion est fondée sur ce que l'on regarde l'hypotenuse BC comme sinus total ou comme rayon, dont le centre est B, auquel cas le côté AC devient sinus de l'angle B. Pareillement pour trouver l'autre côté AB il faut faire une proportion semblable, en disant, *Le sinus total est à l'hypotenuse, comme le sinus de l'angle* C *est au côté* AB; & pour lors on considere l'hypotenuse BC comme rayon, & le point C comme centre; auquel cas AB devient sinus de l'angle C. ART. I. Fig. 1.

2. Quand on a une Table des sécantes, on peut employer l'analogie suivante, dans laquelle on regarde le côté cherché comme sinus total, & alors l'hypote-

nuſe devient la ſécante de l'angle aigu compris entre
Fig. 1. l'hypotenuſe & le côté cherché. *La ſécante de l'angle* B *eſt à l'hypotenuſe, comme le ſinus total eſt au côté* AB.

3. Si le côté connu eſt un de ceux qui forment l'angle droit, comme AB, alors il faut regarder AB comme ſinus total, & le point B comme centre; auquel cas AC devient tangente de l'angle oppoſé B, & BC eſt ſécante du même angle: ainſi pour trouver AC, on dira, *Le ſinus total eſt au côté* AB, *comme la tangente de l'angle* B *eſt au côté* AC; & pour avoir l'hypotenuſe BC, on dira, *Le ſinus total eſt au côté* AB, *comme la ſécante de l'angle* B *eſt à* BC. Cette derniere analogie ſuppoſe pour la pratique, qu'on a une table des ſécantes: mais ſi on n'en a point, il faudra ſe ſervir de la proportion de l'article ſuivant, afin de trouver l'hypotenuſe.

4. Le côté AB ou AC étant connu on pourroit auſſi regarder l'hypotenuſe BC comme ſinus total, & alors chacun des côtés de l'angle droit ſeroit ſinus de l'angle oppoſé; ainſi on trouveroit l'hypotenuſe, en diſant, *Le ſinus de l'angle* C *eſt au côté* AB, *comme le ſinus total eſt à* BC.

5. 2°. Quand on connoît deux côtés d'un triangle rectangle avec l'angle droit, on peut trouver les deux autres angles avec le troiſiéme côté. Ce cas en renferme deux autres, parce que les côtés connus peuvent être ou ceux qui contiennent l'angle droit, ou un de ces côtés avec l'hypotenuſe.

6. Si les deux côtés connus terminent l'angle droit, comme AB & AC, il faut faire la proportion ſuivante afin de trouver un des angles aigus: *Comme le côté* AB *eſt au ſinus total, ainſi le côté* AC *eſt à la tangente de l'angle oppoſé* B. Cette proportion eſt fondée ſur ce que l'on regarde le côté AB comme rayon, dont le centre eſt le point B, auquel cas le côté AC eſt la tangente de l'angle B. Réciproquement, ſi on conſidere AC comme ſinus total, le côté AB devient tangente de

l'angle C; ce qui donne lieu à cette autre proportion, semblable à la précédente, *Comme le côté* AC *est au sinus total, ainsi le côté* AB *à la tangente de l'angle* C. Fig. 1.

7. Mais si les deux côtés connus du triangle rectangle sont un des côtés de l'angle droit & l'hypotenuse, comme AB & BC qui contiennent l'angle B, on fera la proportion suivante, pour trouver la valeur d'un des angles aigus; *L'hypotenuse* BC *est au sinus total, comme le côté* AB *au sinus de l'angle opposé* C, ou bien, *Le côté* AB *est au sinus total, comme* BC *est à la sécante de l'angle* B. Dans la premiere de ces deux proportions on considere l'hypotenuse BC comme rayon, & le côté AB comme le sinus de l'angle opposé : dans la seconde, c'est le côté AB que l'on prend pour sinus total ou rayon, & le point B pour centre; & alors l'hypotenuse devient la sécante de l'angle B. On est obligé de se servir de la premiere de ces proportions quand on n'a point de tables des sécantes.

Lorsqu'on connoît un des angles aigus avec deux côtés, on trouve comme dans le premier cas, le troisiéme côté, qui peut être ou l'hypotenuse, ou un des deux qui comprennent l'angle droit.

8. On peut aussi trouver le troisiéme côté d'un triangle rectangle dont on connoît les deux autres côtés, sans chercher auparavant un des angles aigus : car si on connoît les deux côtés qui contiennent l'angle droit, on ajoutera leurs quarrés ensemble, & on tirera la racine quarrée de la somme; cette racine sera l'hypotenuse : mais si on connoît l'hypotenuse avec un des côtés de l'angle droit, il faut retrancher le quarré de ce côté du quarré de l'hypotenuse, le reste sera le quarré du côté cherché : ainsi il faudra tirer la racine quarrée de ce reste, & on aura le côté qu'on cherche. Cette méthode est une suite évidente de l'article 183 du II Livre de nos Elémens de Géométrie, lequel article contient la 47me Proposition du premier Livre d'Euclide.

9. 3°. Lorsqu'on connoît les trois côtés d'un trian-

Fig. 1. gle rectangle, on peut aiſément trouver les deux angles aigus. Ce troiſiéme cas ſe rapporte au ſecond, parce que dans un triangle rectangle on connoît toujours un angle, ſçavoir l'angle droit: ainſi on dira, *L'hypotenuſe eſt au ſinus total, comme le côté oppoſé à un des angles aigus eſt au ſinus de cet angle.* On pourra dire auſſi, *Un des côtés de l'angle droit, comme* AB, *eſt au ſinus total, comme l'autre côté* AC *eſt à la tangente de l'angle oppoſé* B. Et encore: *Le côté* AB *eſt au ſinus total, comme l'hypotenuſe* BC *eſt à la ſécante de l'angle* B.

10. Ire REMARQUE. Il paroît par ces trois cas, que quand l'hypotenuſe eſt priſe pour le rayon, alors les deux autres côtés ſont chacun ſinus des angles qui leur ſont oppoſés: mais ſi on prend un des côtés de l'angle droit pour ſinus total, l'autre côté de cet angle devient la tangente de l'angle oppoſé, & l'hypotenuſe devient la ſécante du même angle: c'eſt ſur cette remarque que ſont fondées toutes les analogies du triangle rectangle, comme on pourra aiſément l'appercevoir, en faiſant attention que les nombres qu'on trouve dans les tables des ſinus, des tangentes & des ſécantes, ſont ceux que les côtés du triangle rectangle contiendroient, en ſuppoſant celui qu'on regarde comme ſinus total diviſé en 100000, ou en 10000000 parties. C'eſt ce que l'on verra clairement en prenant pour exemple l'analogie du premier cas (art. 3), de laquelle on ſe ſert pour trouver le côté AC, lorſqu'on connoît le côté AB, & l'angle B auquel eſt oppoſé le côté AC: en voici l'alterne, *Le ſinus total* 100000 *eſt à la tangente* 107237 *de l'angle* B *de* 47 *deg. comme le côté* AB, que je ſuppoſe de 500 toiſes, *eſt au côté* AC, que l'on trouvera de 536 toiſes: c'eſt comme ſi l'on diſoit: En concevant que le côté AB eſt partagé en 100000 parties, on trouve par les Tables que le côté AC en contient 107237; ainſi en diviſant le côté AB ſeulement en 500 parties, combien en contiendra l'autre côté AC?

11. II^de^. REMARQUE. Quand on regarde l'hypotenuſe comme ſinus total, il eſt facile de voir que l'analogie que l'on fait alors pour le triangle rectangle eſt la même que celle qui eſt preſcrite dans le premier Problême général de la Trigonométrie.

DE L'USAGE DES LOGARITHMES.

12. Tout le monde ſçait combien l'Addition eſt plus facile que la Multiplication, & la Souſtraction que la Diviſion; ainſi pour faire ſentir tout d'un coup l'utilité des logarithmes, il ſuffit de dire que par leur moyen on réduit la Multiplication en Addition, & la Diviſion en Souſtraction : en un mot les logarithmes ſont ſi utiles pour abréger les calculs, que l'on fait ſouvent dans moins d'une heure par leur ſecours, ce que l'on feroit à peine dans un jour en ne les employant pas.

13. Les logarithmes ſont des nombres en proportion Arithmétique correſpondants à d'autres nombres qui ſont en proportion Géométrique ; par exemple, ſi on prend les quatre nombres, 3, 6, 4, 8, qui ſont en proportion Géométrique, on trouvera que les logarithmes qui leur répondent dans la Table, ſçavoir, 4771213, 7781513, 6020600, 9030900 ſont en proportion Arithmétique, puiſque la différence du premier au ſecond eſt la même que celle du troiſiéme au quatriéme.

Le premier des chifres qui compoſent les logarithmes de tous les nombres depuis l'unité juſqu'à 10,000, 000, 000 excluſivement, eſt appellé *caracteriſtique*. Dans le logarithme de ce nombre & de ceux qui ſont plus grands, la caracteriſtique contient pluſieurs chifres. En général il y a autant d'unités dans la caracteriſtique, qu'il y a de chifres dans le nombre avant celui qui eſt au rang des unités, c'eſt-à-dire, avant le dernier: ainſi la caracteriſtique de tous les nombres naturels depuis 1000 juſqu'à 10000 excluſivement, eſt 3, & celle de de 10000 & de tous les nombres juſqu'à 100000 non compris, eſt 4.

14. Pour trouver le produit de deux nombres par le moyen des logarithmes, il faut chercher dans la Table leurs logarithmes & les ajouter ensemble; leur somme sera le logarithme du produit qui se trouvera dans la Table vis-à-vis de cette somme: par exemple, si je veux avoir le produit de 57 par 34, je cherche dans la Table les logarithmes qui répondent vis-à-vis de ces deux nombres: je trouve 17558748 & 15314789, que j'ajoute ensemble, la somme est 32873537. Je cherche donc ce logarithme, & je trouve que le nombre qui lui répond est 1938; ainsi ce nombre est le produit de 57 par 34.

15. Pour trouver le quotient d'un nombre divisé par un autre, en employant les logarithmes, il faut retrancher le logarithme du diviseur de celui du dividende, le reste sera le logarithme du quotient. Pour avoir le quotient du nombre 9642 divisé par 64, je prends 39841671 & 18061800, qui sont les logarithmes de 9642 & de 64, & je retranche le second du premier, le reste 21779871 est le logarithme du quotient. Or en cherchant ce reste dans la Table, je trouve que le logarithme le plus approchant est 21760913, auquel répond 150, qui par conséquent est le quotient cherché. Mais il y a un reste, parce que 21779871 est plus grand que 21760913.

16. Pour faire une Regle de trois avec les logarithmes, il faut ajouter ensemble les logarithmes des deux moyens connus & retrancher de la somme le logarithme du premier terme, le reste sera le logarithme du quatriéme terme cherché. Ainsi pour trouver le quatriéme terme de cette proportion, 425 . 1275 :: 634 . x, j'ajoute ensemble les deux nombres 31055102 & 28020893, qui sont les logarithmes des moyens; la somme est 59075995: ensuite je retranche de cette somme le nombre 26283889, qui est le logarithme du premier terme; le reste est 32792106, c'est le logarithme de 1902. Ainsi ce nombre 1902 est le qua-

triéme terme chérché. On se sert aussi des logarithmes, soit pour avoir les racines d'un nombre, soit pour en trouver les puissances.

17. Afin de trouver la racine quarrée d'un nombre, il faut prendre la moitié de son logarithme, ce sera celui de la racine cherchée; ainsi pour trouver la racine de 7225, je cherche son logarithme dans la Table, & je trouve 38588379, dont la moitié 19294189 est le logarithme de la racine: je cherche donc cette moitié dans la Table, & je trouve que c'est le logarithme de 85: ainsi 85 est la racine quarrée de 7225. Si on vouloit avoir la racine cubique d'un nombre, il faudroit prendre le tiers de son logarithme, ce tiers seroit le logarithme de la racine cubique du nombre proposé. Il en est de même à proportion des autres racines.

18. Pour élever un nombre à son quarré, il faut prendre le double de son logarithme, ce sera le logarithme du quarré cherché : je veux par éxemple, élever 96 à son quarré : Je trouve dans la Table que le logarithme de 96 est 19822712, dont le double 39645424 est le logarithme de 9216. Ainsi ce nombre est le quarré de 96. S'il s'agit de trouver le cube d'un nombre, on prend le triple de son logarithme. C'est la même chose à proportion pour les autres puissances.

Les logarithmes des sinus, des tangentes & des sécantes, sont appellés sinus, tangentes & sécantes *artificielles*, pour les distinguer des sinus, des tangentes & des secantes véritables que l'on appelle sinus, tangentes & sécantes *naturelles*, ou simplement sinus, tangentes & sécantes.

19. REMARQUE. Dans l'usage ordinaire on retranche les deux derniers chifres de chaque logarithme pour abreger le calcul, & le reste suffit, à moins qu'on n'ait besoin d'une éxactitude entiere, comme il arrive souvent dans les calculs Astronomiques. Lorsqu'on retranche ainsi les deux derniers chifres, s'ils valent plus de 50, on ajoute une unité au dernier chifre du reste

pour plus grande éxactitude : mais s'ils valent moins de 50, on n'ajoute rien au reste : enfin s'ils valent 50, on peut indifféremment ajouter ou non une unité. S'il s'agit, par exemple, du logarithme de 7225, qui est 385883379, on prend 385884, à cause que les deux derniers chifres 79 valent plus de 50. La raison de cette pratique est que le chifre qui suit le 3 étant plus grand que 5 il vaut plus de la moitié d'une unité du 3, puisque la valeur des chifres d'un nombre augmente en proportion décuple, en allant de droite à gauche. Ainsi en mettant 4, le nombre approche plus du véritable logarithme que si on laissoit 3.

DU COMPAS À VERGE.

20. Le Compas à verge est une regle de métail ou de bois, qui a deux pointes d'acier que l'on peut faire glisser pour les éloigner ou pour les approcher. Ces pointes sont attachées au bord de deux boëtes percées à jour, dans lesquelles on fait entrer la regle. Il y a une vis à chaque boëte pour la fixer sur quel endroit on
Fig. 2. veut de la regle. Dans la fig. 2. AB est la regle qui doit avoir environ trois ou quatre pieds : si elle est de bois, il faut que ce soit du cormier, ou quelque autre bois dur & compacte, qui ne soit pas récemment coupé, de peur qu'elle ne se plie. C & D sont les deux boëtes mobiles de cuivre auxquelles sont attachées des pointes d'acier qui doivent être perpendiculaires à la regle. Pour voir plus distinctement les différentes parties de ces boëtes, on en a représenté une en grand dans la
Fig. 3. fig. 3. la pointe de cette boëte est G, la vis est F : l'une & l'autre est d'acier. L'extrémité de la vis ne s'applique pas immédiatement sur la regle, de peur qu'elle n'y fasse des empreintes, mais elle pose sur une lame d'acier HL, qui en se pliant vers le milieu serre la regle, & empêche la boëte de glisser.

21. Quand on veut décrire une circonférence avec ce compas, on écarte les deux boëtes jusqu'à ce que la

distance des pointes soit égale au rayon du cercle à décrire: ensuite on applique une pointe du compas sur le point qui doit servir de centre, & on fait tourner le compas autour de cette pointe, en sorte que l'autre grave une trace sur le plan, cette trace sera la circonférence cherchée. On se sert beaucoup du compas à verge pour marquer sur un plan les longueurs qu'on veut, en écartant ou en approchant les deux pointes: mais afin de rendre l'usage de ce compas plus étendu & plus commode, il faut y faire une échelle, ou même deux, dont l'une contienne des parties égales, & l'autre marque les longueurs des cordes des différens arcs: pour cet effet le côté de la regle sur lequel on veut tracer l'échelle, doit avoir environ un pouce & demi de largeur. Fig. 3.

22. L'échelle des parties égales doit contenir 2 ou 3 mille de ces parties marquées de centaine en centaine par des nombres & par des perpendiculaires à des lignes paralleles tirées selon la longueur de la regle. Pour ce qui est des parties intermédiaires depuis le commencement d'une centaine jusqu'à la fin, on les marque par dix paralleles tirées, comme nous venons de dire, selon la longueur de la regle, & par dix transversales tracées entre le commencement & la fin de chaque centaine, ensorte que toutes les paralleles sont également éloignées l'une de l'autre, & de même les transversales sont aussi à égale distance l'une de l'autre. (Nous ne comptons que dix paralleles, parce que nous n'y comprenons pas celle qui passe par les commencemens des perpendiculaires & des transversales). Pour faire concevoir clairement la construction de cette échelle, nous avons fait graver la fig. 4. qui représente une partie d'un côté de la regle sur lequel cette échelle se trouve. AB ou *ab* contient cent parties, BC en contient aussi cent, &c. Les perpendiculaires B*b*, C*c*, désignent la fin de chaque centaine, & pour marquer les parties intermédiaires, on se sert des paralleles telles que 1-1, 2-2, 3-3, 4-4, 5-5, 6-6, 7-7, 8-8, 9-9, 10-10, & des transversales, comme AI, I-II, II-III, III-IV, Fig. 4.

Fig. 4. IV-V, V-VI, VI-VII, VII-VIII, VIII-IX, IX*b*, qui ſont dans l'eſpace de chaque centaine. Ce ſont les interſections des paralleles & des tranſverſales qui déſignent le nombre des parties depuis le commencement de la regle juſqu'à ces interſections : c'eſt-à-dire, que les interſections de la premiere tranſverſale d'une centaine avec les dix paralleles déſignent les dix premieres parties : pareillement les interſections de la ſeconde tranſverſale avec les dix paralleles déſignent les dix parties ſuivantes : ainſi des huit autres tranſverſales. D'où il paroît que la fin ou la dixiéme interſection de la derniere tranſverſale ſe doit réunir avec la perpendiculaire qui termine la centaine. Pour plus grande facilité on marque auſſi les cinquantaines par des perpendiculaires, comme V-V.

23. On voit donc par ce qu'on vient de dire, que pour avoir la longueur qu'occupe un certain nombre de parties, par exemple 147, il faut prendre l'eſpace de la premiere centaine, enſuite celui qui eſt entre le commencement de la premiere & la fin de la quatriéme tranſverſale de la ſeconde centaine, parce qu'il y a quatre dixaines marquées par le 4: enfin on ajoutera encore l'eſpace qui eſt entre la quatriéme tranſverſale & la ſeptiéme interſection de la cinquiéme tranſverſale, à cauſe des ſept unités: la ſomme de tous ces eſpaces ſera la longueur 7 DE des 147 parties.

24. Pour ce qui eſt de l'échelle des cordes, il eſt à propos de la faire ſur le côté oppoſé, s'il eſt plus large que les deux autres qui reſtent : en voici la conſtruction, qui reſſemble beaucoup à celle de l'échelle des parties égales, qui doit être comme la baſe & le fondement de celle-ci. On ſuppoſe donc le rayon du cercle dont on veut marquer les cordes, égal à 1000 parties de la premiere échelle, je veux dire, de celle des parties égales, ou du moins à un nombre qui ſoit formé des aliquotes de 1000, comme 500, ou 800, ou 1200, ou 1500, ou 2000, &c. Pour plus grande facilité

facilité nous ſuppoſerons ici ce rayon de 1000 parties. Or le rayon eſt égal à la corde de 60 degrés. Ainſi la corde de 60 degrés doit contenir 1000 parties de la premiere échelle. On tire donc une ligne perpendiculaire aux paralleles que je ſuppoſe tracées ſelon la longueur de la regle, comme dans la premiere échelle; laquelle perpendiculaire réponde à celle qui déſigne 1000 parties égales dans la premiere échelle. Pour avoir le nombre des parties que doivent contenir les autres cordes, il faut chercher dans une table ordinaire les ſinus des arcs qui ne ſont que la moitié de ceux dont on veut avoir les cordes, & retrancher de chaque nombre qui exprime ces ſinus, autant de chifres qu'il y en a de plus au ſinus total de la table qu'au nombre 1000, qui eſt le ſinus total de l'échelle. Par exemple, pour avoir la corde de 30 degrés, je cherche le ſinus de 15, qui eſt 25881 : mais comme ce nombre ſuppoſe le rayon ou le ſinus total de 10 0000, & qu'il ne doit être que de 1000 ſur l'échelle, il faut retrancher les deux derniers chifres de 25881, parce qu'il y a deux zeros de moins dans 1000 que dans 100000. Par conſéquent le ſinus de 15 degrés en ſuppoſant le rayon de 1000, contient 258 parties, ou plutôt 259, à cauſe du premier chifre retranché 8, qui vaut plus de la moitié d'une unité du 8 précédent. Or on ſçait que la corde d'un arc eſt double du ſinus de la moitié de cet arc: ainſi pour avoir la corde de 30 degrés, il faut multiplier le ſinus de 15 deg. qui eſt 259 par 2, & le produit 518 ſera la corde de 30 degrés, qui a 1000 pour rayon. On trouve de la même maniere les cordes des autres arcs.

25. Quand on a trouvé les cordes de tous les degrés depuis 1 juſqu'à 90, on les marque ſur le côté de la regle par des perpendiculaires aux paralleles, comme nous avons dit par rapport à la corde de 60 degrés : & on écrit ſur ces perpendiculaires de cinq en cinq, ou de dix en dix les nombres qui déſignent les degrés de

ces cordes : par exemple, on écrit 35 ſur la perpendiculaire qui déſigne la fin de la corde de 35 degrés.

26. De plus on tire une tranſverſale du commencement de chaque perpendiculaire à la fin de la ſuivante : ces tranſverſales coupent les dix paralleles, & les dix points d'interſections marquent les minutes d'un degré de ſix en ſix, parce que le degré contenant 60 minutes, la dixiéme partie en contient ſix. Il eſt vrai que les interſections de ces tranſverſales ſuppoſent que les différentes cordes qui ſe rapportent au même degré, par exemple, celles de $35^{d}\ 6'$, de $35^{d}\ 12'$, de $35^{d}\ 18'$, de $35^{d}\ 24'$ & de 36^{d}, ont des différences égales, ou bien, croiſſent en proportion arithmétique, ce qui néanmoins n'eſt pas dans l'exacte vérité : mais cela ne peut cauſer d'erreur ſenſible, puiſqu'à peine peut-on s'appercevoir de l'inégalité entre les deux eſpaces que renferment deux degrés qui ſe ſuivent, par exemple, entre l'eſpace qui eſt depuis le 35me degré au 36me, & celui qui eſt depuis ce 36me juſqu'au 37me.

27. Comme l'erreur inſéparable de la pratique eſt moindre à proportion en employant de grandes meſures qu'en ſe ſervant de petites, il eſt à propos de conſtruire l'échelle des cordes, en ſuppoſant le rayon de 2000 parties au lieu de 1000, & pour lors on trouvera les nombres de parties que les différentes cordes contiennent en doublant ou en multipliant par 2 les nombres qui expriment des cordes ſemblables, leſquelles ſuppoſent le rayon de 1000. Ainſi la corde de 30 degrés étant de 518 parties quand le rayon en contient 1000, elle ſera de 1036 parties, en ſuppoſant le rayon de 2000.

28. Il paroît par-là qu'une ſeule échelle des cordes ſuffit, & peut ſuppléer à pluſieurs autres en augmentant ou en diminuant le nombre des parties de l'échelle faite ſur le côté d'une regle : par exemple, connoiſſant par une échelle dont le rayon eſt de 2000 parties, que la corde de 30 degrés en contient 1036, j'en conclus

que si le rayon étoit de 3000 parties, la corde semblable en contiendroit 1554, parce que comme 3000 contient 2000 plus la moitié de 2000, de même 1554 contient 1036 plus la moitié de 1036.

29. On peut aisément par le moyen de cette échelle des cordes faire sur un plan avec le compas à verge un angle de tant de degrés qu'on voudra : pour cela il faut d'abord tracer sur ce plan une ligne droite, comme AB, dont je suppose que l'on prenne le point A pour être le sommet de l'angle : ensuite on décrira de ce point comme centre, & d'un intervalle égal au rayon de l'echelle, ou à la corde de 60 degrés, un arc de cercle indéfini qui coupe la ligne AB au point B. Afin de décrire cet arc il faut fixer une boëte, que j'appelle la premiere, au commencement de la regle, comme est celle qui est marquée G dans la figure 2; ensuite on éloignera la seconde, en sorte que le bord auquel est attachée la pointe, réponde à la corde de 60 degrés. (La premiere boëte doit toujours être ainsi fixée quand on se sert de ce compas, soit pour faire des angles, soit pour prendre des longueurs). Quand ce premier arc sera décrit, on écartera la seconde boëte du compas à verge de la premiere, en sorte que la distance des deux pointes soit égale à la corde de l'angle à décrire, que je suppose, par exemple, de 50 degrés; & on mettra une des pointes du compas sur le point B, pour décrire de ce point, comme centre, avec l'intervalle égal à la corde de 50 degrés, un second arc qui coupe le premier au point C. Je dis que si on tire une ligne du sommet A au point C, on aura l'angle BAC de 50 degrés. Cela est évident, puisque si on tire une droite BC, ce sera une corde de 50 degrés; & par conséquent l'arc BC que cette corde soutient, est de 50 deg. d'où il suit que l'angle BAC dont cet arc est la mesure, est aussi de 50 degrés. Fig. 5.

30. Quoiqu'il n'y eût point d'échelle pour les cordes sur le compas à verge, on pourroit néanmoins

Fig. 5. faire un angle de quelle grandeur on voudroit, pourvû qu'il y eût une échelle de parties égales : mais alors il faudroit avoir une table des sinus. Pour cet effet on décrira, comme nous avons dit, du point A comme centre, & d'un intervalle égal au rayon, que je suppose de 2000 parties, un arc qui coupe la ligne AB au point B. Après cela on cherchera par le moyen de la table des sinus qu'elle doit être la corde de 50 deg. en supposant le rayon de 2000 parties. On trouvera cette corde par la méthode expliquée dans la construction de l'échelle des cordes (24 & 27) : dans notre exemple elle est de 1690 parties. On fera le reste comme nous venons de le dire.

31. Il est aisé par cette méthode d'élever une perpendiculaire sur une ligne d'un point donné dans cette ligne : car pour cela il n'y a qu'à faire un angle droit, qui ait son sommet à ce point. Or pour faire un angle droit il suffit de prendre une corde de 1414 parties, si le rayon est de 1000 ; ou de 2828, si le rayon est de 2000, parce que 1414 est le double du sinus de 45 degrés quand le rayon est de 1000.

32. On se sert pareillement du compas à verge pour connoître la grandeur d'un angle tracé sur un plan, tel que l'angle BAC. Pour cela, après avoir pris une distance des deux pointes du compas égale au rayon de l'échelle des cordes, lequel est de même longueur que la corde de 60 degrés, il faut décrire du sommet A comme centre, & de cette distance, un arc qui coupe les deux côtés de l'angle, & prendre ensuite la longueur de la corde de l'arc compris entre les deux côtés : cette corde fera connoître la grandeur de l'angle.

33. S'il n'y avoit point d'échelle des cordes sur le compas, mais seulement celle des parties égales ; après avoir décrit un arc, comme on vient de le dire, il faudroit chercher par une Regle de trois à quel angle appartiendroit la corde dont on auroit trouvé la longueur : les trois premiers termes de cette regle sont

le rayon de l'arc qu'on a décrit entre les deux côtés de l'angle, que je suppose de 2000 parties; la corde trouvée, que je suppose de 1690, & le rayon de 1000 parties. Dans cette hypothèse on trouvera le nombre 845 pour quatriéme terme, lequel est la corde d'un angle égal à celui qu'on cherche; c'est, dis-je, la corde de cet angle, en supposant le rayon de 1000 parties. Or pour trouver par le moyen des tables quel est l'angle de cette corde, il faut en prendre la moitié, sçavoir, $422\frac{1}{2}$ ou 422, ce sera le sinus de la moitié de l'angle, dont on veut connoître la grandeur. On cherchera donc dans les tables des sinus quel est l'angle dont 422 est le sinus, en observant que comme 1000 contient deux zeros de moins que 100000, qui est le sinus total des tables, de même aussi il faut retrancher les deux derniers chifres du sinus, tel qu'il est dans les tables; & pour lors on trouvera que 422 est le sinus de 25 degrés; par conséquent 845 est la corde de 50 deg. le rayon étant de 1000 parties. Ainsi la corde 1690 est aussi celle de 50 degrés, en supposant le rayon de 2000. Fig. 5.

34. Quand on suppose le rayon de 2000 parties, comme nous l'avons fait, il est plus court de prendre tout d'un coup le quart de la corde qu'on a mesurée, c'est le sinus de la moitié de l'angle cherché; dont le rayon est 1000. Ainsi dans notre exemple il suffit de prendre le quart de la corde 1690, on trouvera 422, qui, comme nous l'avons vû, est le sinus de la moitié de l'angle cherché. Si le rayon de l'arc qu'on a décrit étoit seulement de 1000, il ne faudroit prendre que la moitié de la corde comprise entre les deux côtés, ce seroit le sinus de la moitié de l'angle contenu entre ces côtés.

35. Tout le monde n'ayant pas la facilité d'avoir un compas à verge tel qu'on vient de le représenter, on en peut faire un soi-même de la maniere suivante: on prendra une regle de bois, qui ait environ trois pieds

& demi & qui ſoit par tout de même groſſeur. On tracera une ligne droite le long de cette regle, que l'on diviſera en parties égales avec un compas ordinaire. Pour cet effet on ouvrira le compas de façon que la diſtance des pointes ſoit à peu près égale à un pouce 8 lignes, & on portera les pointes du compas ſuceſſivement d'un bout à l'autre de la ligne, en gardant toujours la même ouverture du compas. On obſervera les points de la ligne marqués par les pointes, & on tirera par ces points des perpendiculaires à la ligne qui ſera alors diviſée en parties égales qu'il faudra conſiderer comme des centaines. On diviſera chaque centaine en deux parties égales qui ſeront des cinquantaines, & on tirera par les points de diviſion des perpendiculaires moindres que les premieres. On diviſera de même par des points chaque cinquantaine en cinq parties égales qui ſeront des dixaines, & on tirera encore par ces points des perpendiculaires moindres que celles qui marquent les cinquantaines : enfin on diviſera chaque dixaine en deux parties égales, & par les points de diviſion on tirera des perpendiculaires qui ſoient plus petites que celles des dixaines : on mettra les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6 &c. ſur les perpendiculaires qui ſont à la fin des centaines, dont la premiere eſt celle qui eſt la plus proche de la pointe immobile dont nous allons parler: la ligne ainſi diviſée eſt ce qu'on appelle l'échelle. Quand l'échelle eſt faite ou même avant, il faut attacher à la regle une pointe de fer ou plutôt d'acier, qui ait environ un pouce & demi, ſans compter la partie enfoncée dans le bois. Le ſommet de cette pointe doit répondre préciſément au commencement de l'échelle. Enfin on fera faire une boëte de cuivre ou de fer, au bord de laquelle ſoit attachée une autre pointe d'acier égale à la premiere : cette boëte doit être dans ſon interieur égale à la groſſeur de la regle afin qu'elle puiſſe gliſſer d'un bout à l'autre de cette regle. On aura alors un compas à verge, dont on pourra ſe ſervir pour

tracer un Cadran. L'inſtrument dont les Cordonniers ſe ſervent pour prendre meſure de ſouliers, eſt un compas à verge ou il y a deux boëtes, dont l'une eſt immobile & l'autre mobile. Elles portent au lieu de pointes d'acier des languettes de bois perpendiculaires à la regle, de même que les pointes de notre compas. Il feroit bon auſſi d'avoir un compas ordinaire dont chaque branche eût environ un pied & demi de longueur. Les Tailleurs de pierre en ont de cette grandeur, qui ſont de fer.

Description et usage du faux Stile.

36. Le faux ſtile eſt ainſi appellé, parce qu'on ne l'emploie que pour tracer le Cadran, & non pas pour marquer les heures après qu'il eſt tracé. Il ne ſert même, comme nous le verrons dans la ſuite, que pour prendre la déclinaiſon du plan, laquelle étant une fois connue, on n'a plus beſoin du faux ſtile.

37. Ce ſtile peut être compoſé de deux ou de trois piéces : nous ſuppoſons d'abord qu'il n'en contient que deux, ſçavoir, une verge de fer recourbée & une plaque ronde de fer ou de cuivre, qui s'attache à l'extrémité de la verge de fer par une vis. On peut diſtinguer deux parties dans cette verge de fer recourbée, ſçavoir, le tronc ABCDE & la branche ES. On enfonce Fig. 6. la partie droite ABC du tronc dans le mur dont le profil ou la coupe ſelon l'épaiſſeur, eſt repréſenté par MR ; en ſorte que cette partie ABC ſoit à peu près perpendiculaire au plan du mur. La partie recourbée FG doit être une vis que l'on fait entrer dans un écrou qui tient à la plaque, & l'extrémité GS doit finir en pointe. Le faux ſtile doit avoir environ deux pieds de longueur, ou même davantage.

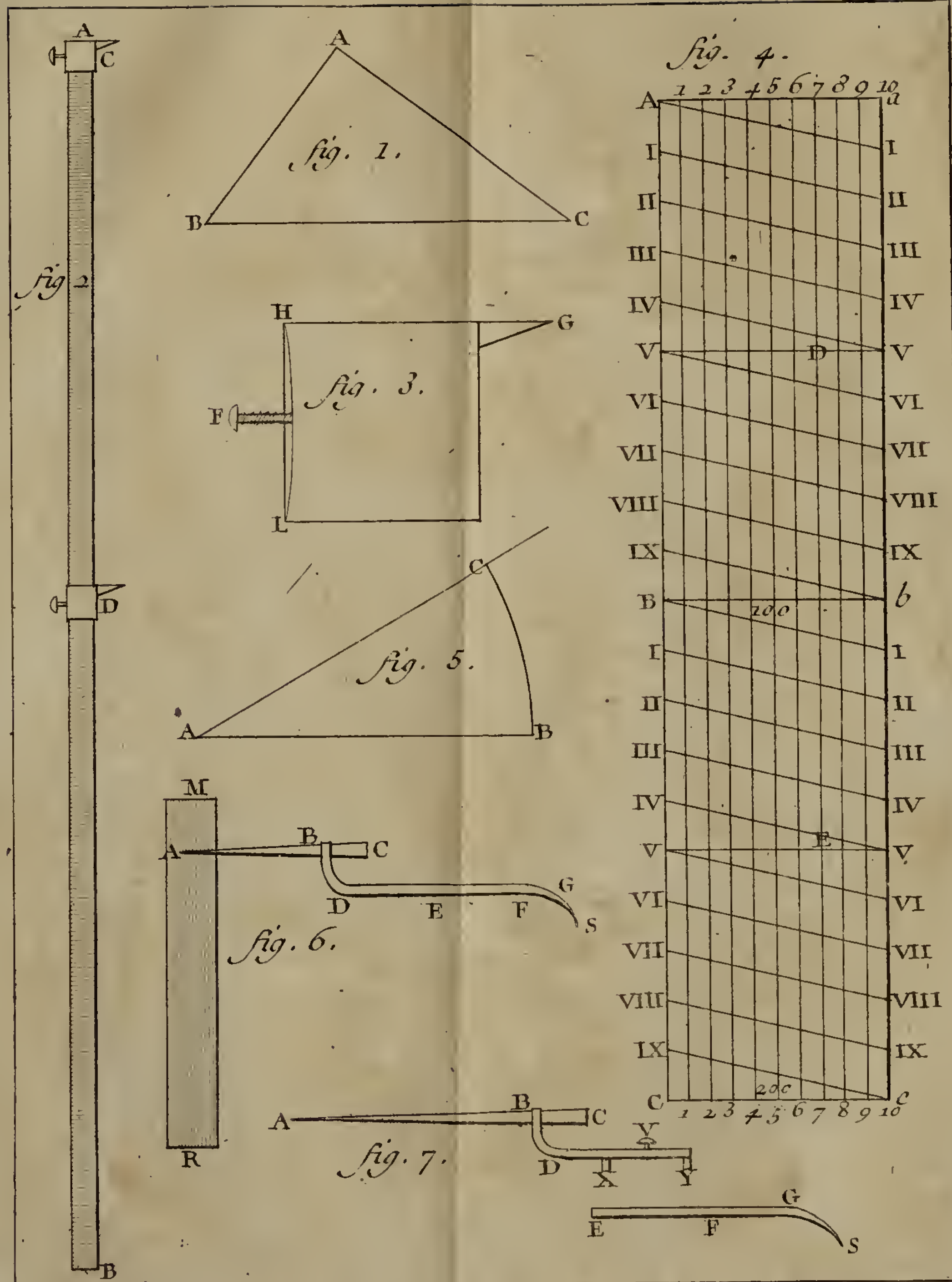
Pour ce qui eſt de la plaque qu'on attache par une vis à l'extrémité du ſtile ; il eſt bon qu'elle ait $3\frac{1}{2}$ pouces ou quatre pouces de diametre. Il doit y avoir

dans le milieu un trou rond d'environ deux lignes & demie de diametre pour laiſſer paſſer les rayons du ſoleil qui vont tomber ſur le plan. On fait entrer la vis dans l'écrou de la plaque juſqu'à ce que la pointe du ſtile ſoit au centre du trou rond qui eſt au milieu.

38. Nous avons dit que le ſtile peut être compoſé de trois piéces; alors le tronc & la branche ſont deux piéces qui peuvent être ſéparées l'une de l'autre, comme on voit par la fig. 7, dans laquelle la branche EFS ne tient au tronc que par les deux anneaux X & Y, & par la vis V, qui ſerre la branche contre les anneaux dans leſquels on a inſéré la branche. Ce ſtile ne differe en rien du premier par rapport à la plaque ronde, qui eſt la troiſiéme piéce. Il a été inventé afin de pouvoir diminuer ou augmenter la longueur du ſtile en inſérant plus ou moins avant la branche dans les anneaux du tronc; & en cela ce ſecond ſtile eſt préférable au premier. C'eſt Mr Deparcieux, Maître de Mathématiques très-verſé dans la théorie & la pratique des Cadrans, qui a imaginé de ſéparer la branche d'avec le tronc, afin d'allonger ou de racourcir le faux ſtile ſelon les beſoins: il a auſſi beaucoup perfectionné le compas à verge, en y ajoutant l'échelle des parties égales, & celle des cordes, & en diſpoſant les deux pointes, comme nous l'avons dit. L'échelle des parties égales eſt néceſſaire pour meſurer les longueurs des lignes: celle des cordes ſert à connoître les angles déja décrits, & à en faire de quelle grandeur on veut ſur un plan. En un mot ces deux échelles ajoutées au compas à verge rendent cet inſtrument auſſi commode qu'on le puiſſe deſirer.

Fig. 7.

39. Comme le ſommet du ſtile qui eſt au centre du trou de la plaque eſt une pointe aſſez fine, on n'apperçoit pas l'ombre de ce ſommet, mais ſeulement la lumiere du ſoleil qui paſſe par le trou, & on marque un point au milieu de cette lumiere, ſoit ronde, ſoit ovale, lequel eſt communément appellé le point d'ombre, parce que ce ſeroit ſur ce point que tomberoit l'ombre du

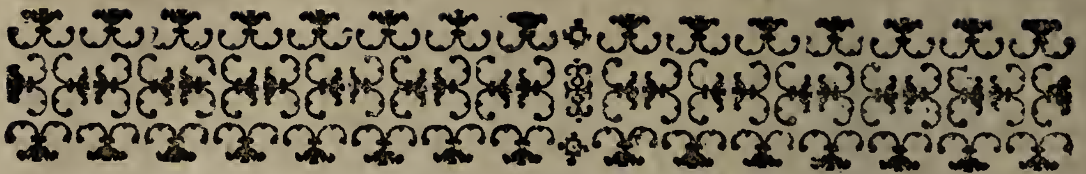

fig. 1.
A
B
C
fig 2
A
C
D
B
fig. 3.
H
G
F
L
fig. 4.
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
A
a
I
II
III
IV
V
D
VI
VII
VIII
IX
B
b
200
E
C
c
fig. 5.
fig. 6.
M
R
E
F
G
S
fig. 7.
V
X
Y

ſommet du ſtile, ſi cette ombre n'étoit pas diſſipée par la lumiere environnante. Nous enſeignerons dans la ſuite comment on trouve le pied du ſtile, c'eſt-à-dire, le point du plan que rencontreroit une ligne tirée du ſommet perpendiculairement ſur le plan.

40. On pourroit ſupprimer dans le faux ſtile la pointe & la vis qui tient la plaque, & attacher cette plaque à la branche du ſtile par une autre vis, à peu près comme cette branche eſt attachée au tronc : cela donne roitlieu de trouver facilement le pied du ſtile avec une plaque appliquée au mur de la maniere dont nous l'expliquerons dans le premier Problême préliminaire ſur les Cadrans déclinans. On prendroit pour lors la hauteur du ſtile avec la verge de fer dont on ſe ſerviroit pour marquer le pied du ſtile, ou même avec une baguette de bois dont on meſureroit la longueur avec l'échelle des parties égales du compas à verge.

Si on n'a pas la commodité de ſe ſervir d'un faux ſtile tel à peu près que celui dont nous venons de donner la deſcription, il faut prendre une verge de fer d'environ deux pieds ou deux pieds & demi, dont l'extrémité qui ſera hors du mur finiſſe en une pointe émouſſée. On le fera ſceller un peu obliquement dans le mur, afin que le pied du ſtile ſoit à quelque diſtance de l'endroit ou ce ſtile pénetrera dans le mur.





LIVRE SECOND.

DES CADRANS VERTICAUX.

CE livre qui eſt plus long que les autres ſera partagé en trois ſections : la premiere contiendra pluſieurs notions ſur les Cadrans verticaux ou inclinés en général, la maniere de tracer des Cadrans réguliers Méridionaux, Septentrionaux, Orientaux & Occidentaux ; enfin la notion & les propriétés du centre diviſeur. La ſeconde renfermera pluſieurs Problêmes préliminaires qui ſervent à la deſcription des Cadrans verticaux. Dans la troiſiéme nous expoſerons différentes méthodes pour tracer des Cadrans ſolaires.

PREMIERE SECTION.

ART. I. On appelle Cadrans *Verticaux*, comme nous l'avons déja dit, ceux dont les plans ſont perpendiculaires à l'horiſon : tels ſont ceux que l'on trace ordinairement ſur les ſurfaces des murs ; car ces ſurfaces ſont ſenſiblement verticales. Il y en a quatre qu'on appelle *Réguliers*, ſçavoir, deux que l'on fait ſur le plan du premier vertical, l'un ſur la ſuperficie qui eſt tournée vers le midi, & qu'on appelle pour cette raiſon, *Méridional*, l'autre ſur la ſuperficie qui regarde le ſeptentrion, & qu'on appelle *Septentrional* ; & les deux autres qu'on trace ſur le plan du méridien, dont l'un s'appelle *Oriental*, & l'autre *Occidental*, parce que le premier eſt directement tourné du côté de l'orient, & le ſecond vers l'occident. Les autres Cadrans verticaux s'appellent quelquefois *Irréguliers* ; on les appelle auſſi *déclinants*, parce que leurs plans ſont des angles obliques avec le premier vertical.

Avant d'expoſer la maniere de faire les Cadrans réguliers, il eſt à propos de faire quelques obſervations.

2. 1°. Pour mieux entendre ce que nous avons à dire, il faut remarquer qu'on peut repréſenter la moitié du Ciel ſur un plan, ſçavoir, celle vers laquelle il eſt tourné. S'il s'agit d'un plan horiſontal, la moitié du Ciel qu'on peut repréſenter ſur le plan eſt toute entiere ſur l'horiſon. Quant aux plans verticaux, la moitié du Ciel qu'on y peut repréſenter eſt coupée en deux parties egales par l'horiſon, dont l'une eſt au-deſſus, & l'autre au-deſſous de ce cercle. Enfin la moitié du Ciel vers laquelle eſt tourné un plan incliné eſt coupée en deux parties inégales par l'horiſon, dont la ſupérieure eſt d'autant plus grande, que l'inclinaiſon de ce plan, ou l'angle aigu qu'il fait avec l'horiſon, eſt moindre.

3. 2°. Afin de connoître ſur quel point du plan auquel je ſuppoſe un ſtile attaché, on doit marquer un point particulier de la moitié du Ciel vers laquelle eſt tourné le plan, il faut concevoir une ligne droite tirée de ce point du Ciel, laquelle paſſe par le ſommet du ſtile, le point du plan auquel aboutira cette ligne, ſera celui qui repréſentera le point du Ciel duquel on conçoit la ligne tirée.

4. 3°. Il ſuit de là que les grands cercles de la Sphere doivent être repréſentés ſur le plan par des lignes droites : car le ſommet du ſtile n'étant pas ſenſiblement éloigné du centre de la Terre, eu égard à la diſtance immenſe du Ciel, on peut regarder ce point comme le centre de tous les grands cercles de la Sphere : par conſéquent toutes les lignes droites tirées des points de la circonférence de chaque cercle au ſommet du ſtile ſont dans le plan de ce même cercle, puiſqu'elles en ſont des rayons : toutes ces lignes prolongées juſqu'au plan auquel eſt attaché le ſtile, aboutiront donc à des points qui ſeront compris dans l'interſection de ce plan avec celui du cercle. Or l'interſection d'un plan par un autre ne peut être qu'une ligne droite.

Ainſi tous les points auxquels aboutiront les lignes tirées de la circonférence d'un grand cercle, ſeront dans une ligne droite. Donc ce grand cercle ou ſa circonférence doit être repréſenté par une ligne droite.

5. 4°. Au contraire les petits cercles de la ſphere, ou plutôt leurs circonférences, doivent être repréſentés ſur un plan par des lignes courbes : car comme le centre de la terre ou le ſommet du ſtile n'eſt pas dans le plan de ces cercles, les lignes tirées de la circonférence de quelqu'un de ces cercles, par exemple, d'un tropique au ſommet du ſtile ne ſeront pas dans le plan de ce cercle : mais elles ſeront dans la ſurface d'un cone qui a le même ſommet que le ſtile, & qui a pour baſe le cercle dont il s'agit. Que ſi on conçoit que ces lignes ſont prolongées juſqu'au plan du ſtile, elles formeront la ſurface d'un cone oppoſé au premier par le ſommet, & l'interſection de cette ſurface avec le plan ſera la ligne qui repréſentera la circonférence du petit cercle. Or il eſt évident que cette interſection ne ſera pas une ligne droite, mais quelques-unes des ſections coniques : ce ſeroit la circonférence d'un cercle, ſi le plan étoit parallele au cercle repréſenté, parce que la partie du plan compriſe dans la ſurface du cone, & le cercle repréſenté ſeroient pour lors des ſections ou des figures ſemblables, à cauſe de leur parallelisme.

6. 5°. Les lignes droites qui repréſentent les grands cercles de la ſphere perpendiculaires au plan du Cadran paſſent toujours par le pied du ſtile : car ces cercles paſſent par le ſommet du ſtile, puiſqu'on le regarde comme le centre de la Sphere ou du Monde. D'ailleurs comme on les ſuppoſe perpendiculaires au plan du Cadran, de même que la hauteur du ſtile, il faut qu'ils paſſent auſſi par tous les points de cette hauteur, & par conſéquent par ſon pied; donc les lignes droites qui ſont les interſections de ces cercles avec le

plan du Cadran, doivent paſſer par ce pied.

7. 6°. Par une raiſon contraire les lignes droites qui repréſentent les grands cercles de la Sphere qui ſont obliques ſur le plan du Cadran, ne paſſent point par le pied du ſtile. Car comme ces cercles paſſent par le ſommet du ſtile, s'ils paſſoient auſſi par le pied du ſtile, ils ſeroient alors perpendiculaires au plan, ainſi que la hauteur elle-même : ce qui eſt contre l'hypothèſe.

8. Pour déterminer la poſition de certaines lignes que nous allons définir, nous établirons la propoſition ſuivante, que nous avons ſuppoſée ailleurs (art. 12 prélim.) Lorſque deux plans qui ſe coupent à angles droits rencontrent un autre plan, & que l'un des deux premiers eſt perpendiculaire à ce troiſiéme, alors les deux lignes d'interſection que forment les deux premiers plans ſur le troiſiéme, ſont perpendiculaires l'une ſur l'autre. Pour prouver la vérité de cette propoſition, nous nommerons A & B les deux premiers plans qui ſont perpendiculaires entre eux, dont le premier, A, eſt auſſi perpendiculaire au troiſiéme, C. Afin d'aider l'imagination, que le plan ſur lequel la premiere figure eſt gravée ſoit le plan que nous appellons C, & que la commune interſection du plan A avec C ſoit la ligne EF, & celle du plan B avec C ſoit GH. Cela poſé, je démontre ainſi la propoſition: Puiſque A eſt perpendiculaire à C, le plan C l'eſt auſſi au plan A : d'ailleurs par l'hypothèſe, B eſt perpendiculaire au plan A : donc B & C étant perpendiculaires à A, GH commune ſection de B & de C l'eſt au même plan A : & par conſéquent GH fait des angles droits avec toutes les lignes du plan A qu'elle rencontre : elle eſt donc perpendiculaire à EF, qui eſt une ligne de ce plan. Fig. 1.

9. On peut ſe ſervir de la même figure pour faire voir que ſi deux plans, comme A & B, ſont chacun perpendiculaires au troiſiéme, C, (il n'eſt pas néceſſaire ici qu'ils ſoient perpendiculaires entre eux) l'angle

Fig. 1. EOG que forment leurs interſections EF & GH eſt égal à l'angle que font entre eux ces deux plans A & B: ou, ce qui revient au même, l'angle EOG ou ſon ſupplément EOH, eſt la meſure de l'inclinaiſon des deux plans A & B: car ces deux plans étant chacun perpendiculaires au troiſiéme, réciproquement ce troiſiéme plan eſt auſſi perpendiculaire à ces deux. Or ce plan C coupant perpendiculairement les deux autres, on prend l'angle EOG ou EOH que font les communes ſections EF & GH de ce plan avec les deux premiers pour la meſure de l'inclinaiſon de ces deux plans. Si ces deux angles EOG & EOH ſont droits, on peut prendre l'un ou l'autre indifféremment pour la meſure de l'inclinaiſon des deux premiers plans: mais ſi ces angles ſont inégaux; c'eſt celui qui eſt aigu qui eſt la meſure de cette inclinaiſon.

10. La ligne horiſontale eſt l'interſection du plan du Cadran par un plan horiſontal que l'on imagine paſſer par le ſommet du ſtile. Il paroît par cette définition qu'il n'y a point de ligne horiſontale ſur le Cadran de même nom, parce qu'un plan horiſontal, c'eſt-à-dire, parallele à l'horiſon, ne peut couper le plan de ce Cadran. Mais il y en a une dans les Cadrans verticaux & dans les inclinés.

11. La ligne horiſontale paſſe par le pied du ſtile des Cadrans verticaux (6); parce que le plan horiſontal eſt perpendiculaire au plan vertical. Par la raiſon contraire, elle ne paſſe pas par ce point lorſque le Cadran eſt incliné.

12. Tous les points qui ſont dans la partie inférieure de la moitié du Ciel vers laquelle eſt tourné un plan vertical ou incliné, doivent être repréſentés au-deſſus de la ligne horiſontale, & tous ceux qui ſont dans la partie ſupérieure doivent être marqués au-deſſous de cette ligne. Ainſi quand dans la partie ſeptentrionale du Monde le plan d'un Cadran vertical ou incliné eſt tourné vers la moitié du Ciel qui contient le pole mé-

ridional, le centre du Cadran, qui eſt le point du plan qui repréſente ce pole, eſt au-deſſus de l'horiſontale, parce que le pole méridional eſt au-deſſous de l'horiſon. Par la raiſon contraire, lorſque le Cadran eſt tourné vers le pole ſeptentrional, le centre doit être au-deſſous de l'horiſontale. Pour ſentir la vérité de ce que nous diſons ici, il ſuffit de concevoir des lignes tirées de ces points du Ciel au plan, leſquelles paſſent par le ſommet du ſtile.

13. La verticale du plan eſt l'interſection du plan par un cercle vertical perpendiculaire au plan, & qui paſſe par le ſommet du ſtile. Ce cercle eſt appellé *le vertical du plan.* La verticale du plan rencontre le pied du ſtile (6), parce que le cercle qui la forme eſt perpendiculaire au plan.

14. Cette verticale du plan eſt toujours perpendiculaire à l'horiſontale, ſoit ſur les plans verticaux, ſoit ſur les inclinés : car tout cercle vertical étant perpendiculaire à l'horiſon, & le vertical dont il s'agit l'étant auſſi au plan du Cadran, il faut que les interſections faites ſur ce plan par ce cercle vertical, & par l'horiſon ſoient auſſi perpendiculaires (8) l'une ſur l'autre.

15. La ſouſtilaire eſt l'interſection du plan du Cadran par un méridien perpendiculaire à ce plan, & qui paſſe par le ſommet du ſtile. La ſouſtilaire paſſe non-ſeulement par le pied du ſtile (6), parce qu'elle eſt formée par un plan perpendiculaire à celui du Cadran, mais auſſi par le centre du Cadran : ce que l'on prouve de la même maniere que nous avons montré (art. 8 prélim.) que les lignes horaires paſſent par ce point.

16. La ſouſtilaire eſt auſſi appellée quelquefois *Ligne méridienne du plan*, parce qu'elle repréſente le *méridien du plan*, c'eſt-à-dire, celui qui eſt perpendiculaire au plan du Cadran. Mais il ne faut pas confondre cette méridienne du plan avec la méridienne

du lieu qui se nomme simplement méridienne ; & dont nous avons donné la définition (art. 13 prélim.) Pour mieux sentir la différence qu'il y a entre ces deux lignes, il faut prendre quelque corps, par exemple, un morceau de bois dont un des côtés soit une superficie plane, sur laquelle on élevera un stile perpendiculairement, auquel cas le pied du stile n'est pas différent du point du plan que ce stile rencontre. Si cette superficie plane est située horisontalement, la méridienne ne sera qu'une même ligne avec la soustilaire, parce qu'alors le méridien du lieu étant perpendiculaire au plan, il devient aussi le méridien de ce plan : mais si on incline un peu ce plan vers l'orient ou vers l'occident autour d'une ligne parallele à l'horison, laquelle tende du nord au sud, le méridien du lieu que l'on conçoit toujours passer par l'extrémité du stile, ne rencontrera pas le pied, mais il tranchera le plan au-dessous de ce point ; & par conséquent la ligne méridienne sera au-dessous du pied du stile : au contraire la soustilaire passera toujours par ce point, puisqu'elle est formée par le méridien qui est perpendiculaire au plan & qui rencontre le sommet du stile. Soit donc qu'on tourne le plan à l'orient ou à l'occident, de sorte qu'il fasse des angles obliques avec l'horison, la méridienne prolongée jusqu'au centre du Cadran sera inférieure à la soustilaire. Par conséquent lorsqu'on abbaissera le côté oriental du plan, la méridienne sera à l'orient de la soustilaire : lorsqu'au contraire on abbaissera le côté occidental, la méridienne se trouvera à l'occident de la soustilaire.

17. La soustilaire est toujours perpendiculaire à l'équinoctiale dans toutes sortes de Cadrans (8), parce que ces deux lignes représentent deux cercles qui se coupent perpendiculairemenr, sçavoir, un méridien & l'équateur ; & que d'ailleurs le méridien par l'interfection duquel la soustilaire est formée, est perpendiculaire au plan du Cadran.

18. La

18. La ligne de six heures est l'interfection du plan du Cadran avec le sixiéme cercle horaire, lequel est coupé à angles droits par le méridien. Cette ligne de six heures passe nécessairement par le point d'intersection de la ligne équinoctiale & de la ligne horisontale, c'est-à-dire, que ces trois lignes ont un même point d'intersection, quand elles se coupent. La raison en est que dans la Sphere le sixiéme cercle horaire, l'équateur & l'horison, se coupent dans la même ligne, qui par conséquent est la commune intersection de ces trois cercles.

On remarquera que ces trois lignes sont paralleles dans les Cadrans méridionaux & septentrionaux, parce qu'elles y sont toutes trois perpendiculaires à la méridienne, comme nous le dirons ensuite.

19. Toutes ces lignes dont nous avons parlé se déterminent par rapport au sommet du stile, parce qu'on suppose que tous les grands cercles passent par ce point, & qu'il en est même le centre: c'est pourquoi si, par exemple, un plan horisontal qui ne passeroit pas par le sommet du stile, rencontroit le plan sur lequel on décrit le Cadran, la ligne d'intersection seroit à la vérité une horisontale, parce qu'elle seroit parallele à l'horison; mais elle ne seroit pas celle que l'on appelle l'horisontale du Cadran.

20. Avant de passer aux Cadrans réguliers nous remarquerons qu'en traitant des Cadrans on distingue deux sortes de hauteurs du pole, l'une sur l'horison du lieu, l'autre sur le plan du Cadran. La premiere, qu'il faut toujours entendre quand on dit simplement la hauteur du pole, sans spécifier de laquelle on parle, est mesurée par l'arc du méridien compris entre le pole & l'horison. Pour entendre ce que c'est que la seconde, il faut concevoir que le plan est continué jusqu'au Ciel, & alors la hauteur du pole sur le plan sera l'arc du méridien perpendiculaire au plan, lequel arc est contenu entre le pole & le plan. Ce méridien n'est

pas différent de celui qui par ſon interſection avec le plan du Cadran forme la ſouſtilaire : c'eſt pourquoi l'angle qui eſt compris entre la ſouſtilaire & l'axe, eſt égal à cette hauteur du pole, parce que cet angle a pour meſure le même arc.

Des Cadrans Verticaux qu'on appelle Réguliers.

Nous ſuppoſons ici que l'on ſçait la ſituation du plan vertical ſur lequel on veut tracer un Cadran : nous expoſerons dans la ſuite pluſieurs méthodes pour la connoître, c'eſt-à-dire, pour s'aſſurer s'il eſt déclinant, ou s'il eſt tourné directement vers quelqu'un des quatre points du midi, du ſeptentrion, de l'orient & de l'occident : ce ſera dans le troiſiéme, le cinquiéme & le ſixiéme Problêmes des Cadrans verticaux irréguliers, qu'on enſeignera à trouver la déclinaiſon du plan.

Nous avons dit qu'il y a quatre ſortes de Cadrans réguliers, le Méridional, le Septentrional, l'Oriental & l'Occidental : nous parlerons d'abord du Meridional & du Septentrional.

Des Cadrans Méridionaux & Septentrionaux.

21. Un Cadran méridional ſe fait de la même maniere qu'un Cadran horiſontal, avec cette différence pourtant que l'axe du premier fait ſur le plan du Cadran un angle égal à l'élévation de l'équateur, & non pas à la hauteur du pole ſur l'horiſon. (L'élévation de l'équateur eſt égale au complément de la hauteur du pole.) Le centre de ce Cadran eſt ſupérieur par rapport à la ligne horiſontale (12), parce qu'il repréſente le pole méridional, qui dans la partie ſeptentrionale de la terre eſt toujours ſous l'horiſon. Par la même raiſon l'extrémité de l'axe qui paroît hors du plan regarde la terre.

22. Pour concevoir la raiſon pour laquelle l'axe fait avec le plan de ce Cadran un angle égal à l'élévation

de l'équateur ou au complément de la hauteur du pole sur l'horison du lieu, il n'y a qu'à considérer la figure 2, dans laquelle la ligne CH représente la partie de l'axe du Monde comprise entre l'horison HR, & le plan méridional CP, qui est perpendiculaire à l'horison. Dans le triangle rectangle CPH l'angle P étant droit & l'angle H égal à la hauteur du pole, il est nécessaire que l'angle C compris entre l'axe & le plan méridional soit égal au complément de la hauteur du pole. Fig. 2.

23 L'angle que fait l'axe avec le plan d'un Cadran est toujours le même que celui de cet axe avec la soustilaire, parce que cette ligne est formée par un méridien perpendiculaire au plan, & qui d'ailleurs renferme l'axe comme tous les autres méridiens. Par conséquent l'angle au centre du Cadran méridional ou septentrional, compris entre l'axe & la soustilaire, est égal au complément de la hauteur du pole. Il en faut dire autant de l'angle formé par l'axe & la méridienne, parce que dans ce Cadran cette ligne & la soustilaire se confondent. Cet angle compris entre l'axe & la soustilaire ou entre l'axe & le plan est, comme nous avons dit, (20) la hauteur du pole sur le plan.

24. Dans ce Cadran la ligne de six heures, l'horisontale & l'équinoctiale sont perpendiculaires à la méridienne, parce que le cercle de six heures, l'horison & l'équateur sont tous les trois perpendiculaires au méridien, & que d'ailleurs le méridien est perpendiculaire au plan du Cadran. Il faut entendre la même chose par rapport à la soustilaire qui est ici la même que la méridienne. Il suit de-là que ces trois lignes, celle de six heures, l'horisontale & l'équinoctiale, sont paralleles. De plus l'horisontale est supérieure à l'équinoctiale, parce que la moitié de l'équateur représentée sur ce Cadran est celle qui est sur l'horison. Or tout ce qui est au-dessus de l'horison doit se représenter sur un plan vertical ou incliné au-dessous de l'horisontale, comme il paroît par l'article 12. Par une raison

contraire l'horisontale est au-dessous de l'équinoctiale dans le Cadran septentrional, parce que la moitié de l'équateur qui y est représentée est celle qui est au-dessous de l'horison.

25. Il faut observer que le Cadran méridional marque toutes les heures du jour en Automne & en Hyver, ou lorsque le soleil est dans la partie méridionale du Monde, & même lorsqu'il parcourt l'équateur : mais lorsque le soleil est arrivé à la partie septentrionale du Monde, ce Cadran ne marque plus ni les premieres heures après le lever du soleil, ni les dernieres avant son coucher : & même il commence d'autant plus tard à marquer les heures d'avant midi, & cesse d'autant plutôt de marquer celle d'après midi, que le soleil s'approche davantage du tropique de l'écrévisse; en sorte que lorsqu'il est une fois arrivé à ce tropique, il ne commence à jouïr de la présence du soleil que vers 7 $\frac{1}{2}$ heures du matin, & cesse d'en être éclairé par des rayons directs à 4 $\frac{1}{2}$ heures du soir, la latitude étant supposée d'environ 49 dégrés, telle qu'elle est à Paris. Cela s'entendra mieux par la figure suivante.

Fig. 3. 26. Soit le méridien HZRN, l'horison HR, le premier vertical ZN, l'équateur AT, l'axe de l'équateur ou du monde P*p*, qui représente aussi le cercle de six heures, parce qu'il fait avec l'horison le même angle que cet axe. Les lignes SDEF & *s*GLM paralleles à AT représentent des arcs de cercles que le soleil décrit lorsqu'il est dans la partie septentrionale du monde, & le point S ou *s* désigne le soleil lorsqu'il est à l'horison oriental. Tant que le soleil parcourra l'arc SDE d'un parallele en allant du point S au point D, il regardera la face boréale du premier vertical : ce qui arrivera au Printems & en Eté, même aprés six heures du matin, ou après que le soleil aura atteint le sixiéme cercle horaire qui est représenté par l'axe P*p*. Or le soleil se montre d'autant plus long-tems après six heures du matin, qu'il est plus éloigné de l'équateur : car,

par exemple, l'arc GL du cercle parallele eſt plus grand Fig. 5.
que l'arc DE. Mais lorſque le ſoleil eſt dans la partie méridionale, il paroît devant la face méridionale auſſi-tôt qu'il eſt ſur l'horiſon; par exemple, s'il monte un peu au-deſſus du point O, il eſt auſſi-tôt viſible devant la face méridionale du plan ZN.

27. Le Cadran ſeptentrional ſe fait de la même maniere que le méridional; mais dans une ſituation renverſée: car le centre eſt au-deſſous de la ligne horiſontale, & l'extrémité de l'axe qui paroît hors du mur regarde en haut: d'ailleurs la ligne horiſontale qui eſt ſupérieure à l'équinoctiale dans un Cadran méridional, lui devient inférieure dans le ſeptentrional (24). Elle paſſe dans l'un & dans l'autre par le pied du ſtile, parce que le plan horiſontal coupe à angles droits le plan du Cadran.

28. Il paroît par ce que nous venons de dire ſur le Cadran méridional, 1°. que le Cadran ſeptentrional n'indique point d'heures en Automne & en Hyver dans la Sphere oblique boréale, puiſqu'il ne voit point le ſoleil pendant ces deux ſaiſons. 2°. Qu'il ne faut point marquer ſur le Cadran ſeptentrional les heures du milieu du jour; par exemple, à la latitude de Paris qui eſt à peu-près de 49 dégrés, il ne faut point marquer les heures depuis 7 $\frac{1}{2}$ heures du matin juſqu'à 4 $\frac{1}{2}$ heures du ſoir; parce que le ſoleil diſparoît de devant la face ſeptentrionale depuis 7 $\frac{1}{2}$ heures du matin juſqu'à 4 $\frac{1}{2}$ heures du ſoir.

Si ces deux eſpeces de Cadrans ſont ſitués ſous l'équateur, ils ſont équinoctiaux: nous en avons parlé ci-deſſus (Liv. 1. art. 1.)

29. Avant de paſſer aux Cadrans orientaux & occidentaux, nous obſerverons qu'un Cadran méridional d'un lieu n'eſt point différent de l'horiſontal d'un autre lieu dont la latitude eſt le complément de la latide du premier lieu; par exemple un Cadran méridional à Paris dont la latitude eſt d'environ 49 degrés,

Fig. 3. n'eſt point différent d'un Cadran horiſontal d'un lieu qui a 41 degrés de latitude : car, dans ces deux Cadrans l'axe fait le même angle avec la méridienne, comme il paroît par l'article 23. Il faut dire la même choſe du Cadran ſeptentrional.

Des Cadrans Orientaux & Occidentaux.

30. Les Cadrans orientaux & occidentaux ſont tracés l'un & l'autre ſur le plan du méridien du lieu, le premier du côté de l'orient, le ſecond du côté de l'occident.

31. Pour faire un Cadran oriental il faut tirer la ligne HR parallele à l'horiſon, laquelle on prendra pour l'horiſontale du Cadran : on pourra choiſir ſur cette ligne quel point on voudra pour le pied du ſtile P :
Fig. 4. enſuite on tracera pareillement l'autre ligne EN, laquelle doit paſſer par le pied du ſtile, & faire avec l'horiſontale un angle égal à l'élévation de l'équateur ſur l'horiſon ; & ce ſera l'équinoctiale. Enfin il faut tirer une troiſiéme ligne CA qui paſſe auſſi par le pied du ſtile, & qui faſſe avec l'horiſontale l'angle de la hauteur du pole : cette troiſiéme ligne eſt celle de ſix heures, parce qu'elle eſt formée par l'interſection du ſixiéme cercle horaire. Ces méthodes de tracer l'équinoctiale & la ligne de ſix heures, ſont fondées ſur l'article 9 : car d'abord pour ce qui eſt de l'équinoctiale, il faut qu'elle faſſe avec l'horiſontale un angle égal à l'élévation de l'équateur, parce que l'équateur & l'horiſon étant l'un & l'autre perpendiculaires au méridien, les interſections de ces deux premiers cercles avec le plan du méridien font un angle égal à celui que font entre eux ces deux mêmes cercles. Par la même raiſon la ligne de ſix heures fait avec l'horiſontale l'angle de la hauteur du pole : car le cercle de ſix heures & l'horiſon ſont tous les deux perpendiculaires au méridien ; & d'ailleurs le cercle de ſix heures fait avec l'horiſon l'angle de la hauteur du pole, puiſque ce cercle horaire

fait le même angle avec l'horifon que l'axe du monde : Fig. 4
or l'angle compris entre l'axe du monde & l'horifon eft l'angle de la hauteur du pole.

32. La ligne CA eft la fouftilaire, puifqu'elle eft formée par l'interfection d'un méridien perpendiculaire au plan du Cadran. Par conféquent dans un Cadran oriental ou occidental la fouftilaire fait avec l'horifontale l'angle de la hauteur du pole fur l'horifon.

33. On peut décrire la fouftilaire par une autre méthode, lorfque l'équinoctiale eft tracée : il fuffit d'élever du pied du ftile une perpendiculaire fur l'équinoctiale : car la fouftilaire eft perpendiculaire à l'équinoctiale dans toutes fortes de Cadrans, excepté dans le Cadran équinoctial, lequel n'a point de ligne de même nom.

34. Nous avons fuppofé que l'horifontale, l'équinoctiale & la fouftilaire doivent paffer par le pied du ftile. Or cela eft évident (6), parce que ces lignes repréfentent des cercles perpendiculaires au plan du méridien, qui eft le plan du Cadran.

35. Après que ces lignes feront tracées, voici comment il faudra tirer les lignes horaires. On prendra fur la fouftilaire CA le point A autant éloigné qu'on voudra du point P, & autour de ce point A on décrira une circonférence dont le rayon eft d'une grandeur arbitraire : on la divifera en 24 parties égales, en commençant au point de la circonférence par lequel paffe la fouftilaire, & enfuite du centre du cercle on tirera par les points de divifion de la circonférence des lignes à l'équinoctiale, elles marqueront les points horaires fur cette équinoctiale : c'eft pourquoi fi on tire par ces points des lignes paralleles à la fouftilaire, elles feront des lignes horaires, & la fouftilaire fera la ligne de fix heures du matin : les paralleles qui font fupérieures à la fouftilaire marqueront les heures avant la fixiéme, c'eft-à-dire, la cinquiéme, la quatriéme, &c. & celles qui font inférieures par rapport à cette fouftilaire défigneront les heures d'avant midi après la fixiéme.

Fig. 4. 36. Dans ce Cadran, comme dans tous les autres, il faut que l'axe passe par l'extrémité du stile, mais il doit être parallele au plan du Cadran ; parce que ce plan étant celui du méridien, l'axe du monde lui est necessairement parallele ; & même l'axe de ce Cadran doit être parallele à la soustilaire & à toutes les lignes horaires, parce que toutes ces lignes sont les communes sections du méridien & des cercles horaires, qui renferment chacun l'axe du monde dans leur plan. Cet axe étant donc dans le plan du cercle de six heures, lequel est perpendiculaire au plan du Cadran & forme la soustilaire ; si on choisit deux points de cette ligne, & qu'on y attache des stiles perpendiculaires au plan, dont les parties extérieures, c'est-à-dire, celles qui ne sont point enfoncées dans le mur, soient égales à la ligne AP, & qu'on attache une verge de fer aux extrémités de ces stiles, cette verge sera l'axe du Cadran.

37. Afin d'appercevoir clairement que les points horaires doivent être déterminés sur l'équinoctiale de la maniere qu'on le vient d'exposer, il faut concevoir que le cercle décrit, est élevé perpendiculairement sur le plan du méridien, & qu'il est posé sur la ligne équinoctiale, en sorte que son axe soit le même que celui du Cadran oriental, ou du monde : alors il représentera un Cadran équinoctial, puisqu'ayant le même axe que le monde, il est parallele à l'équateur ; donc les lignes horaires de ce Cadran équinoctial seront les rayons du cercle élévé, lesquels passent par les 24 points de division : par conséquent si on prolonge ces rayons jusqu'à l'équinoctiale, ils marqueront les points horaires sur cette ligne : or si on remet ce cercle dans sa premiere situation, & qu'il ne fasse plus qu'un même plan avec celui du méridien, ces rayons de division se termineront aux mêmes points de l'équinoctiale auxquels ils se terminoient lorsque le cercle étoit élevé ; donc ces points de l'équinoctiale sont les points horaires de cette ligne.

38. Dans un Cadran oriental on peut trouver les points horaires par le moyen des tangentes, de la même maniere qu'on les trouve dans un Cadran horisontal (Liv. I, art. 23): car la ligne P-VII est la tangente de l'angle PAVII qui est de 15 dégrés (nous supposons que le rayon du cercle décrit est AP): pareillement P-VIII est la tangente d'un angle de 30 degrés, P-IX est tangente de 45 degrés; & ainsi de suite. Or le rayon de ces tangentes est AP, ou la hauteur du stile, laquelle étant prise égale à 1000 parties d'une échelle, on trouvera dans les tables des tangentes combien les tangentes PVII, PVIII, PIX, &c. doivent contenir de ces parties. Il est facile de voir que pour marquer les points horaires sur l'équinoctiale, on peut aussi employer la quatriéme méthode de tracer un Cadran horisontal, expliquée dans le Livre I, article 36 & suivans. Fig. 4.

39. Il est évident qu'un Cadran oriental ne peut marquer que les heures d'avant midi, puisque le soleil commence à disparoître de devant le plan oriental au moment précis de midi.

40. La construction d'un Cadran occidental est précisément la même que celle d'un Cadran oriental; à cela près que sa situation est renversée, & que les heures y sont désignées par des nombres qui marquent le tems d'après-midi. On concevra aisément la construction de ce Cadran par la figure 5.

41. Si on faisoit sur l'équateur, où il n'y a point d'élévation du pole, un Cadran oriental ou occidental, alors les lignes horaires seroient paralleles à l'horison: car dans ce Cadran la soustilaire ne fait qu'une même ligne avec l'horisontale, parce que le sixiéme cercle horaire n'est point différent de l'horison dans cet endroit-là. Or toutes les lignes horaires sont paralleles à la soustilaire dans les Cadrans, soit orientaux, soit occidentaux.

DES CADRANS VERTICAUX,

Qu'on appelle ordinairement Irréguliers *ou* Déclinants.

42. Les Cadrans verticaux ſont appellés irréguliers, quand ils déclinent du premier vertical, c'eſt-à-dire, lorſqu'ils ſont avec lui des angles obliques; c'eſt pour cela qu'on les appelle *Déclinants.* Ainſi la déclinaiſon d'un Cadran n'eſt autre choſe que l'angle oblique compris entre le premier vertical & le plan du Cadran: ſoit
Fig. 6. par exemple, AB le plan du Cadran, ou plutôt l'interſection de ce plan avec l'horiſon repréſenté par le cercle PSVM: ſoit pareillement PV le premier vertical, la déclinaiſon ſera l'angle ACP, ou BCV dont la meſure eſt l'arc horiſontal AP ou BV compris entre le premier vertical & le plan.

43. La déclinaiſon peut auſſi ſe prendre de l'angle compris entre le méridien & le cercle vertical du plan, c'eſt-à-dire, le vertical perpendiculaire au plan propoſé; ainſi pour déterminer la déclinaiſon du plan AB par le méridien SM, il faut mener la ligne FG perpendiculaire à la ligne AB, & alors l'angle SCF ou GCM ſera la déclinaiſon du plan: pour que cela ſoit vrai, il ſuffit que l'angle SCF ſoit égal à l'angle ACP ou BCV. Or je démontre ainſi que ces deux angles ſont égaux: L'angle ACF eſt droit, car la ligne FG eſt ſuppoſée perpendiculaire au plan AB; pareillement l'angle SCP eſt droit, parce que le premier vertical coupe le méridien à angles droits. Si donc de ces deux angles droits ACF & SCP on ôte l'angle commun ACS, les reſtes, ſçavoir, SCF & ACP ſeront égaux; & par conſéquent ils peuvent être pris indifféremment l'un pour l'autre. Donc on peut appeller déclinaiſon du plan l'angle compris entre le plan & le premier vertical, ou celui qui eſt compris entre le méridien & le cercle vertical du plan.

Il paroît par cette figure, que la déclinaiſon d'un plan eſt le complément de l'angle que fait ce plan avec le méridien : ACP, par exemple, eſt le complément de l'angle SCR à cauſe de l'angle droit SCP. Fig. 6.

44. Un plan déclinant, tel que celui qui eſt repréſenté par AB eſt de deux eſpeces, l'un regarde obliquement le nord ou le ſeptentrion S, & l'autre regarde le ſud ou le midi M. S'il s'agit du plan qui eſt tourné du côté du ſeptentrion S, ou il décline vers l'orient ou vers l'occident. Il faut dire la même choſe du plan qui eſt tourné du côté du midi M. Si le point P déſigne l'orient & le point V l'occident, le plan AB, en tant qu'il eſt tourné du côté du ſeptentrion, décline à l'occident vers le point V ; mais ſi la ligne AB repréſente un plan qui regarde le midi, il déclinera à l'orient, ſçavoir, vers le point P du côté duquel il eſt tourné obliquement. On ſuppoſe ici que le cercle PSVM repréſente l'horiſon.

45. Les plans qui ſont tournés obliquement vers le midi, & qui déclinent vers l'orient ou vers l'occident, ſont appellés communément *Déclinans du midi à l'orient* ou *à l'occident*, les autres qui regardent obliquement le ſeptentrion, ſont nommés *Déclinans du ſeptentrion à l'orient* ou *à l'occident*; mais cette dénomination peut faire croire que la déclinaiſon ſe prend de la diſtance du plan au méridien, au lieu que c'eſt la diſtance du plan au premier vertical, laquelle eſt meſurée par l'arc AP : c'eſt pourquoi nous appellerons *Plans du midi déclinans vers l'orient* ou *vers l'occident* ceux qui ſont tournés obliquement vers le midi, & *Plans du ſeptentrion déclinans à l'orient* ou *à l'occident* ceux qui regardent obliquement le ſeptentrion. Les premiers peuvent auſſi être appellés *Plans du ſud-eſt* ou *du ſud-oueſt*, ſelon qu'ils déclinent à l'orient ou à l'occident, & les autres, *Plans du nord-eſt* ou *du nord-oueſt*.

46, Nous avons ſuppoſé qu'un plan vertical peut être tourné obliquement vers le ſeptentrion ou vers le

Fig. 6. midi. Or cela arrive ainſi de la maniere dont on l'entend, quand la méridienne SM qui joint ces deux points, eſt oblique à la ligne AB, qui repréſente le plan vertical.

47. En regardant un Cadran vertical on peut juger s'il eſt régulier ou déclinant; & poſé qu'il ſoit déclinant, quelle eſt ſa ſituation, ou de quel côté il décline. Ce que nous avons déja dit ſuffit pour diſtinguer un Cadran régulier d'avec un déclinant : car ſi la ligne méridienne eſt perpendiculaire à l'équinoctiale, le Cadran ſera méridional ou ſeptentrional; on peut encore reconnoître ces deux Cadrans en ce que l'axe qui eſt oblique ſur le plan, en tant qu'il eſt dirigé ou vers le bas ou vers le haut, n'eſt jamais incliné ni vers l'orient ni vers l'occident dans ces deux eſpeces de Cadrans. Si les lignes horaires ſont paralleles entre elles, le Cadran ſera oriental ou occidental.

48. On peut diſtinguer par-là les Cadrans réguliers d'avec les déclinans: mais s'ils ſont déclinans, ils ſont tournés obliquement vers le ſud ou le midi, ou bien vers le nord ou le ſeptentrion. Ceux qui regardent obliquement le midi ſont diſtingués d'avec les autres, en ce que l'extrémité de l'axe qui eſt hors du mur eſt tournée du côté de la terre, ou regarde en bas; & que le centre du Cadran eſt ſupérieur par rapport à la ligne équinoctiale; ce que l'on pourroit connoître, quoique l'équinoctiale ne fût pas tracée, parce que quand le centre eſt ſupérieur, alors les lignes horaires vont en s'écartant vers le bas. Au contraire dans les Cadrans qui regardent obliquement le ſeptentrion, l'extrémité de l'axe qui paroît hors du mur, regarde en haut, & leur centre eſt au-deſſous de la ligne équinoctiale; ce que l'on reconnoît aiſément, parce que dans ce cas les lignes horaires vont en s'écartant vers le haut. Cette marque pour diſtinguer les Cadrans déclinans eſt une ſuite de ce que nous avons dit ſur les Cadrans méridionaux & ſeptentrionaux.

49. Si dans un Cadran vertical qui regarde obliquement le midi ou le ſud, l'axe eſt incliné vers la partie orientale, le Cadran déclinera vers l'occident; ſi au contraire l'axe eſt incliné vers la partie occidentale, ce Cadran déclinera vers l'orient. Pareillement, ſi dans un Cadran vertical déclinant qui regarde obliquement le ſeptentrion, l'axe eſt incliné vers la partie orientale, le Cadran déclinera à l'occident. Ce ſera le contraire, ſi l'axe eſt incliné vers la partie occidentale. En un mot l'axe eſt toujours incliné vers la partie oppoſée à celle vers laquelle le Cadran décline: c'eſt-à-dire, ſi par exemple, le Cadran décline à l'orient, l'axe eſt incliné vers l'occident. Dans tous ces Cadrans déclinans la ſouſtilaire, qui eſt toujours placée directement au-deſſous de l'axe, puiſque le méridien du plan qui forme la ſouſtilaire eſt perpendiculaire au Cadran; cette ſouſtilaire, dis-je, eſt ſituée par rapport à la méridienne de la même maniere que l'axe: c'eſt à-dire, que ſi l'axe eſt incliné vers l'orient, la ſouſtilaire ſera à l'orient de la méridienne. Fig. 6.

50. Il ſera facile de comprendre tout ce que nous avons expoſé pour diſtinguer les différens Cadrans déclinans les uns d'avec les autres par l'inclinaiſon de l'axe, ſi on conçoit un plan vertical qui tourne autour de l'axe de l'horiſon, c'eſt-à-dire, autour d'une ligne perpendiculaire à l'horiſon, laquelle ſoit imaginée dans le plan. Car ſi on ſuppoſe d'abord ce plan parallele au premier vertical, & qu'une ligne ſenſible, par exemple, une verge de fer parallele à l'axe du Monde traverſe le plan, cette ligne ne ſera inclinée ſur le plan ni vers l'orient ni vers l'occident: mais ſi on tourne ce plan autour de l'axe de l'horiſon en allant d'orient en occident, alors la verge de fer que l'on ſuppoſe immobile ſera inclinée vers l'orient, ou bien fera un angle aigu avec la partie orientale. Ce ſera tout le contraire, ſi le plan tourne d'occident en orient.

51. On peut ajouter que la ſouſtilaire ſe trouve entre

les heures d'avant midi, lorſque le Cadran décline vers l'orient, & qu'elle ſe trouve parmi les heures d'après midi quand il décline vers l'occident; car comme l'axe eſt incliné ſur la partie oppoſée à celle vers laquelle le Cadran décline, ſi le Cadran décline vers l'orient, la ſouſtilaire qui répond néceſſairement au-deſſous de l'axe, eſt ſituée dans la partie occidentale du Cadran. Or les heures d'avant midi ſont toujours marquées dans la partie occidentale du Cadran. Pareillement, ſi le Cadran décline vers l'occident, la ſouſtilaire ſe trouvera entre les heures d'après midi, parce que ces heures ſont marquées dans la partie orientale; & d'ailleurs poſé cette déclinaiſon, la ſouſtilaire doit être décrite dans la même partie, puiſque l'axe eſt alors incliné vers cette partie.

52. Le Cadran méridional ou ſeptentrional peut être regardé comme un Cadran déclinant, dont la déclinaiſon eſt infiniment petite. Mais on peut conſidérer le Cadran oriental ou occidental, comme s'il avoit la plus grande déclinaiſon qu'il ſoit poſſible, ſçavoir, de 90 degrés, puiſque le plan du méridien eſt perpendiculaire au premier vertical; ainſi le Cadran méridional ou ſeptentrional, l'oriental ou l'occidental peuvent être regardés comme les deux termes extrêmes entre leſquels ſe trouvent tous les Cadrans déclinans; par conſéquent ces Cadrans approchent d'autant plus du méridional ou du ſeptentrional, quant à la poſition & à la ſituation des lignes & des points, que leur déclinaiſon eſt plus petite; & ils approchent d'autant plus de l'oriental ou de l'occidental, que leur déclinaiſon eſt plus grande. On peut déduire de-là pluſieurs Corollaires.

53. 1°. Puiſque dans un Cadran méridional ou ſeptentrional la ligne ſouſtilaire coupe l'horiſontale à angles droits (24), & que dans le Cadran oriental ou occidental la ſouſtilaire fait avec l'horiſontale l'angle de la hauteur du pole (32), il s'enſuit que l'angle compris entre la ſouſtilaire & l'horiſontale ſera d'autant plus

petit dans un Cadran déclinant, que la déclinaiſon eſt plus grande ; & cependant cet angle ſera toujours plus grand que la hauteur du pole ſur l'horiſon du lieu.

54. 2°. Dans un Cadran méridional ou ſeptentrional, l'horiſontale & l'équinoctiale ſont paralleles ; & par conſéquent on les peut regarder comme ſi elles formoient un angle infiniment petit ; mais dans un Cadran oriental ou occidental ces deux lignes font un angle égal à l'élévation de l'équateur (31). Ainſi dans les Cadrans déclinans ces mêmes lignes font un angle d'autant plus grand, que la déclinaiſon eſt plus grande ; mais cependant l'angle compris entre ces lignes eſt toujours plus petit que l'élévation de l'équateur.

55. On peut remarquer que cet angle de l'horiſontale avec l'équinoctiale, ſçavoir, BRP, eſt toujours égal à l'angle LCP que fait la ſouſtilaire avec la méridienne : car les deux triangles rectangles RBP & CLP ayant les angles oppoſés en P égaux, & de plus les angles droits en L & en B, il faut que les angles R & C ſoient auſſi égaux. Fig. [illegible].

Quant à la ſouſtilaire & à l'équinoctiale comparées entre elles, elles s'entrecoupent à angles droits dans toutes ſortes de Cadrans, comme nous l'avons déja fait voir (17).

56. 3°. Dans un Cadran méridional ou ſeptentrional l'angle formé au centre du Cadran par la ſouſtilaire & l'axe, eſt égal au complément de la hauteur du pole ſur l'horiſon (23) ; & dans un Cadran oriental ou occidental cet angle peut être regardé comme infiniment petit, puiſque l'axe eſt parallele à la ſouſtilaire (36). Par conſéquent plus la déclinaiſon du Cadran vertical eſt grande, plus l'angle au centre compris entre l'axe & la ſouſtilaire eſt petit.

57. REMARQUE. Il n'en eſt pas de même de l'angle compris entre l'axe & la méridienne. Ce dernier ne change point quand la latitude eſt la même. Il eſt toujours égal à l'élévation de l'équateur, ou, ce qui revient au

même, au complément de la hauteur du pole sur l'horison. Car supposons que le Cadran soit méridional, l'angle entre l'axe & la méridienne sera égal au complément de la hauteur du pole (23). Or si on suppose à présent que le plan devienne déclinant en tournant autour de la méridienne, comme on l'a dit article 50, l'axe fera toujours le même angle avec la méridienne, comme il est facile de le concevoir. Ainsi cet angle est toujours égal au complément de la hauteur du pole.

58. 4°. Un Cadran méridional marque autant d'heures avant qu'après midi; mais un Cadran oriental marque toutes les heures d'avant midi, & ne marque aucune de celles d'après midi; ainsi plus un Cadran vertical qui regarde obliquement le midi est déclinant à l'orient, plus il marque d'heures avant midi, & moins il en marque après midi. Pareillement un Cadran occidental ne marque aucune des heures d'avant midi, mais il marque toutes celles d'après midi qui arrivent avant le coucher du Soleil. Par conséquent s'il s'agit d'un Cadran vertical qui regarde obliquement le midi; plus sa déclinaison vers l'occident est grande, moins il montre d'heures avant midi, & plus il en montre après.

59. 5°. Un Cadran septentrional marque autant d'heures avant qu'après midi; mais un Cadran oriental marque toutes les heures depuis le lever du soleil jusqu'à midi, & n'en marque aucune après midi. Par conséquent plus un Cadran vertical qui regarde obliquement le septentrion, décline vers l'orient, plus il montre d'heures avant midi, & moins il en montre après. Pareillement un Cadran occidental ne marque point d'heures avant midi, & marque toutes celles d'après qui sont avant le coucher du soleil. Ainsi quand un Cadran vertical regarde obliquement le septentrion; plus sa déclinaison vers l'occident est grande, moins il y a d'heures d'avant midi à marquer sur ce Cadran, & plus il en faudra marquer de l'après-midi. Dans cha-

çun de ces Corollaires nous ſuppoſons que la latitude du lieu ou la hauteur du pole ſur l'horiſon n'eſt point changée.

Il y a pluſieurs pratiques pour décrire dans les Cadrans déclinans & verticaux, l'horiſontale, la ſouſtilaire, la méridienne, l'équinoctiale, &c. Nous expliquerons ces différentes méthodes, après que nous aurons donné la notion du *centre diviſeur*, qui eſt fort en uſage chez pluſieurs Auteurs qui ont écrit ſur la Gnomonique.

60. Afin de concevoir plus aiſément ce qu'on entend par centre diviſeur, & l'uſage qu'on en peut faire; il faut ſe ſouvenir que les grands cercles de la Sphere ſont repréſentés ſur un plan par des lignes droites, leſquelles paſſent par le pied du ſtile, ſi elles repréſentent des cercles perpendiculaires au plan (6); au lieu qu'elles paſſent à côté de ce point lorſque les cercles ſont obliques au plan (7). Or le centre diviſeur d'une de ces lignes eſt un point autant éloigné de cette ligne que le ſommet du ſtile: il faut même que la diſtance qui eſt entre le centre diviſeur d'une ligne & ſes différens points, ſoit égale à celle du ſommet aux mêmes points: d'où il ſuit que ſi du centre diviſeur on tire des lignes à deux de ces points, l'angle qu'elles forment eſt égal à celui qui ſeroit compris entre les lignes tirées du ſommet du ſtile aux mêmes points. Et réciproquement, ſi ces angles ſont égaux, & qu'un côté de chacun aboutiſſe au même point, l'autre côté de chaque angle aboutira auſſi à un même point. Soit, par exemple, la ligne EG qui repréſente un grand cercle, le ſommet du ſtile S, le centre diviſeur D, ſi l'angle PDH eſt égal à PSH, & que DP & SP aboutiſſent au point P, les deux autres côtés DH & SH aboutiront auſſi à un même point H. Cela ſuppoſé, nous allons donner la définition du centre diviſeur, & la maniere de le trouver. Fig. 7.

61. Le centre diviſeur d'une ligne droite qui repré-

Fig. 7. ſente un cercle ſur un plan, eſt un point qui eſt auſſi éloigné de cette ligne que le ſommet du ſtile, pourvû que ce point ſoit pris dans une ligne tirée du pied du ſtile perpendiculairement à la premiere qui repréſente le cercle. On verra dans la ſuite qu'il y a plus d'un point qu'on peut prendre pour centre diviſeur. Il eſt facile de trouver un tel point; car ou cette premiere ligne paſſe par le pied du ſtile, ou à côté.

62. Si la ligne paſſe par le pied du ſtile, comme la ligne EG qui repréſente le cercle EFG; du pied du ſtile, ſçavoir du point P, il faut élever PD perpendiculaire à la ligne EG qui ſoit égale à la hauteur du ſtile, l'extrémité D de cette perpendiculaire ſera le centre diviſeur de la ligne EG: car il eſt évident que ce point D eſt autant éloigné de la ligne EG que l'extrémité ſupérieure du ſtile, puiſque la perpendiculaire PD eſt égale à la hauteur du ſtile; il eſt donc clair qu'on trouve le centre diviſeur d'une ligne qui paſſe par le pied du ſtile, ſi de ce point, c'eſt-à-dire, du pied du ſtile, on éleve une perpendiculaire à cette ligne qui ſoit égale à la hauteur du ſtile; car elle ſera terminée au centre diviſeur.

63. Mais ſi la ligne EG ne paſſe point par le pied du
Fig. 8. ſtile, comme on le peut voir dans la fig. 8, du pied du ſtile P il faut tirer deux lignes, l'une perpendiculaire à la droite EG, & prolongée indéfiniment au-delà de la ligne EG, telle qu'eſt PBD; l'autre parallele à cette même ligne droite EG, & par conſéquent perpendiculaire à la premiere PBD, & de plus égale à la hauteur du ſtile, comme eſt la ligne AP: alors on menera l'hypotenuſe AB, & du point B on prendra BD égale à cette hypotenuſe, le point D ſera le centre diviſeur de la ligne EG; car ce point eſt autant éloigné de cette ligne, que le ſommet du ſtile.

64. Afin de prouver que le point D eſt autant éloigné de la ligne EG que le ſommet du ſtile, il n'y a qu'à concevoir que la hauteur du ſtile eſt perpendicu-

laire au plan sur lequel a été décrite la ligne EG, & pareillement que le triangle APB est élevé perpendiculairement sur ce même plan, en sorte que le côté AP ne fasse qu'une même ligne avec la hauteur SP : dans cette hypothèse la ligne AB, qui deviendra perpendiculaire à la ligne EG, quoique oblique sur le plan, mesurera la distance de l'extrémité S à la ligne EG, parce que les deux points A & S ne feront qu'un seul point, à cause de l'égalité de la ligne AP & de la hauteur SP. D'ailleurs par la construction, la ligne BD est aussi égale à la base AB, & perpendiculaire à la ligne EG; par conséquent le point D est autant éloigné de la ligne EG, que l'extrémité S du stile. Donc ce point est le centre diviseur de la ligne EG. Fig. 8.

Ce que nous venons de dire (63) renferme une méthode pour trouver le centre diviseur d'une ligne droite, quand elle ne passe point par le pied du stile : nous la répétons en la prenant par articles, afin qu'on la retienne mieux, d'autant qu'elle sera d'un grand usage dans la suite.

65. Voici cette méthode : Du pied du stile il faut mener 1°. Une ligne indéfinie laquelle soit perpendiculaire à la ligne EG dont on cherche le centre diviseur; 2°. Une autre ligne droite PA qui soit parallele à cette même ligne EG, ou perpendiculaire à la premiere ligne tirée, & égale à la hauteur du stile : enfin il faut décrire l'hypotenuse AB. Après cela on prendra BD égale à l'hypotenuse AB, le point D sera le centre diviseur de la ligne EG.

66. On remarquera que l'on peut prendre le centre diviseur de EG de côté & d'autre de cette ligne ou vers D ou vers Z, pourvû que ce soit sur une perpendiculaire qui passe par le pied du stile : & même si on imagine un plan qui passe par le sommet du stile & qui coupe perpendiculairement la ligne EG, & que l'on conçoive sur ce plan une circonférence dont le centre soit le Fig. 7 & 8.

point de rencontre du plan avec la ligne, & le rayon soit la distance de ce point au sommet du stile, chaque point de cette circonférence pourra être regardé comme le centre diviseur de la ligne, parce qu'il sera autant éloigné de tous les points de cette ligne que le sommet, lequel on peut considérer comme le centre diviseur général de toutes les lignes qui représentent des grands cercles, dont ce sommet est le centre.

67. Afin d'appercevoir clairement l'usage du centre diviseur, il faut remarquer que comme un grand cercle de la Sphere, ou plutôt sa moitié est représentée par une ligne droite tracée sur le plan du Cadran : de même aussi une partie de cette ligne représente un arc du même cercle. Or si du centre diviseur d'une ligne on tire deux rayons sur cette ligne, la partie comprise entre les rayons, représentera un arc de cercle qui est la mesure de l'angle contenu entre ces rayons, dont le sommet est le centre diviseur : par exemple, si du centre D (fig. 7) de la ligne EG qui traverse le pied du stile, on tire les rayons DP & DI, la partie PI de la ligne EG comprise entre les rayons, représentera l'arc qui est la mesure de l'angle PDI : afin de le prouver, nous remarquerons que le sommet S se trouve au centre du grand cercle EFG représenté par la ligne EG, puisque le sommet du stile est regardé comme le centre de la Sphere. Cela posé, qu'on fasse l'angle PSL égal à l'angle PDI, & qu'on prolonge les côtés PS & LS jusqu'à ce qu'ils rencontrent la circonférence EFG aux points Z & F ; l'angle FSZ étant au centre S, a pour mesure l'arc FZ compris entre ses côtés : or les angles FSZ & PSL sont égaux, parce qu'ils sont opposés au sommet. Donc l'angle PSL a pour mesure le même arc FZ ; mais par la construction l'angle PDI est égal à l'angle PSL. Donc il a aussi pour mesure l'arc FZ. Or la partie PL, qui est la base de l'angle PSL, représente cet arc, puisque l'arc & la base sont contenus entre les mêmes lignes FL & ZP, qui s'entrecou-

pent au centre du cercle. D'ailleurs la base PI est aussi égale à la base PL; car ces deux triangles DPI & SPL étant tous deux rectangles, & ayant les angles D & S égaux, aussi-bien que les côtés DP & SP; il est nécessaire que ces triangles soient égaux en tout. Donc la base PI de l'angle PDI représente l'arc FZ, lequel arc est la mesure de cet angle. On fera voir de la même maniere que la partie PH représente l'arc XZ, & par conséquent que l'autre partie HL représente l'arc FX. Fig. 1.

68. On prouvera la même chose & de la même maniere, s'il s'agit du centre diviseur d'une ligne qui ne passe point par le pied du stile: dans ce cas on ne prolonge point la ligne SP fig. 8, mais la ligne AB, que l'on doit concevoir perpendiculaire à la ligne EG, comme nous l'avons dit ci dessus (64); & alors il ne faut pas concevoir le cercle EFG couché sur le plan où est décrite la ligne EG, comme s'ils se réunissoient en un même plan, mais l'on doit concevoir qu'il est oblique à ce plan, en sorte qu'il fasse avec lui un angle égal à l'angle ABP: dans le premier cas au contraire, c'est-à-dire, quand la ligne EG passe par le pied du stile, il faut concevoir que le cercle est perpendiculaire au plan.

69. Les centres diviseurs de deux cercles qui s'entrecoupent, ou plutôt les centres diviseurs des deux lignes qui représentent ces cercles, sont également éloignés du point d'intersection. Soient, par exemple, la méridienne CM & l'équinoctiale EN qui s'entrecoupent au point M, je dis que leurs centres diviseurs, sçavoir H & A, sont également éloignés du point M. Car que l'on conçoive PS hauteur du stile dans sa situation naturelle, je veux dire élevée perpendiculairement sur le plan du Cadran; dans cette hypothèse les centres diviseurs de toutes les lignes sont autant éloignés de leurs lignes que le sommet du stile, qui est le centre de la Sphere: par exemple, le centre H est aussi éloigné de la ligne CM que le sommet S du stile, ainsi qu'il Fig. 18.

Fig. 18. paroît par la notion du centre diviseur. Donc si les triangles LHM & BAM sont conçus tellement inclinés sur le Cadran, & appuyés sur les bases LM & BM, que les sommets H & A ne fassent qu'un seul point avec S ; alors les deux lignes HM & AM, n'en feront plus qu'une. Par conséquent les centres H & A sont également éloignés du point M.

70. Il suit de-là que les centres diviseurs des lignes horaires & de toutes celles qui représentent des méridiens, sont également éloignés du centre du Cadran. Car toutes ces lignes s'entrecoupent dans ce centre.

71. Nous avons dit (66) qu'on peut regarder le sommet du stile comme le centre diviseur de la soustilaire, aussi-bien que de toutes les autres lignes qui représentent des grands cercles. Cela posé, la distance du centre du Cadran au centre diviseur de la soustilaire est la partie de l'axe comprise entre ces deux points ; par conséquent la soustilaire représentant un méridien, cette partie de l'axe est la distance du centre du Cadran au centre diviseur de toutes les lignes horaires & de toutes celles qui représentent des méridiens. Or on peut prendre l'extrémité de l'axe pour le sommet du stile, en concevant que le pied du stile est un point de la soustilaire, auquel aboutit une perpendiculaire tirée de cette extrémité. Ainsi dans ce cas la distance du centre du Cadran au centre diviseur de toutes les lignes horaires sera la longueur de l'axe.

SECONDE SECTION.

PROBLÊMES PRÉLIMINAIRES qui servent à la description des Cadrans Verticaux.

72. Avant de faire aucune opération sur le plan, & d'y attacher le faux stile, il faut d'abord s'assurer que c'est un véritable plan, & qu'il est vertical. On voit s'il est vertical par le moyen d'un plomb suspendu par

une ficelle : car ſi la ficelle qui ſoutient le plomb eſt autant éloignée du plan en bas qu'en haut, c'eſt une marque qu'il eſt vertical ; & d'ailleurs ſi une regle juſte étant appliquée ſur le plan, ſoit horiſontalement, ſoit perpendiculairement à l'horiſon, ſoit obliquement, toute l'étendue du côté appliqué touche toujours le plan, c'eſt une marque qu'il eſt effectivement plan. On a aſſez de peine à faire faire un plan exact par un Ouvrier. Souvent on n'a pas lieu d'être content de ſon ouvrage après l'avoir obligé d'y retoucher deux ou trois fois. Voici comment il doit s'y prendre pour y réuſſir : il faut qu'il faſſe deux bandes verticales de plâtre d'environ un ou deux pouces de largeur tout au plus, l'une à droite & l'autre à gauche du plan qu'on veut faire, & qu'il s'aſſure avec ſon plomb que la ſurface anterieure de l'une & de l'autre eſt bien verticale ; il appliquera auſſi une bonne regle ſur l'une & ſur l'autre pour voir ſi cette regle touche la bande dans toute la longueur du côté appliqué; après cela il remplira de plâtre l'eſpace qui eſt entre les deux bandes, & en appliquant ſa regle horiſontalement ou obliquement, de maniere qu'elle touche l'une & l'autre bande, il jugera en la faiſant gliſſer de haut en bas ſi toutes les parties du plan ſont de niveau avec les bandes : auquel cas cette ſurface ſera un véritable plan vertical.

Au lieu des deux bandes de plâtre on pourroit appliquer deux regles de bois au mur ſelon leur longueur, en les enfonçant un peu, de ſorte que le côté extérieur de l'une & de l'autre fût vertical.

73. Après cela il faudra enfoncer le faux ſtile dans le mur, ou plutôt le faire ſceller perpendiculairement au plan, autant qu'il ſera poſſible : il doit toujours être placé vers la partie ſupérieure du plan, mais près du bord occidental, ſi c'eſt un plan du midi qui décline beaucoup vers l'orient; & près du bord oriental, s'il décline vers l'occident. On obſervera le contraire ſur les plans du nord : enfin on mettra le ſtile à peu près vers

le milieu de la largeur sur les plans soit du midi, soit du nord, dont la déclinaison est petite, par exemple de 15 à 20^d. On peut remarquer que le bord oriental d'un plan du midi est à la droite de la personne qui le regarde; c'est le contraire dans un plan du nord.

Pour ce qui est de la hauteur du stile, il est à propos qu'elle soit la plus longue qu'il est possible, eu égard à l'étendue du plan que je suppose à peu-près quarré; c'est-à-dire, par exemple, que si le côté du quarré contient environ quatre ou cinq pieds, la hauteur du stile doit être d'environ un pied & demi, ou deux pieds. Voici sur quoi on doit se régler: Quand le soleil a commencé à éclairer le plan de maniere à faire une ombre bien marquée, il faut que l'ombre de l'extrémité du stile tombe vers le bord du plan. En général plus la hauteur du stile est grande, plus les opérations que l'on fait en conséquence sont exactes: c'est pourquoi si on pouvoit prendre le point d'ombre sur un petit de même que sur un grand plan, avec un long stile, il faudroit employer la même hauteur du stile pour un petit comme pour un grand plan. Il paroît par la description du faux stile (Préparation art. 38), qu'on le peut allonger ou accourcir suivant les besoins lorsque la branche est une piece séparée du tronc. Nous allons commencer par le Problême qui enseigne à trouver le pied du stile.

Problême premier.

Fig. 9. 74. *Trouver le pied du stile, c'est-à-dire, le point du plan auquel aboutit une perpendiculaire tirée du sommet du stile.*

Soit le stile ST dont on cherche le pied. Il faut par le moyen d'un compas ou d'une baguette qui ne se plie pas, prendre trois points sur le plan vertical qui soient tous les trois également éloignés du sommet du stile S, tels que sont les points A, B, C, & tirer ensuite les lignes EF & GH, dont la premiere EF passe par tous les points

également éloignés de A & de B (Géom. Liv. I, art. 28), & la seconde par tous ceux qui sont à égale distance de B & de C ; le point d'intersection P des lignes EF & GH sera le pied du stile. Fig. 9.

Il faut marquer légerement les lignes EF & GH, & ne les tracer que vers l'endroit où l'on voit qu'elles se doivent couper, afin de ne pas charger le plan de lignes.

75. Pour s'assurer si on a bien opéré, il faut voir si le point d'intersection P est également distant des trois points A, B, C, auquel cas on est sûr que le point P est le pied du stile, pourvû que les trois points A,B,C, soient à égale distance du sommet, & que d'ailleurs la surface du mur soit un véritable plan.

76. Il est à propos de s'assurer encore d'une autre maniere de la justesse de cette opération fondamentale. Il faut choisir trois nouveaux points plus ou moins éloignés du pied du stile que les trois premiers, & voir s'ils sont également distans du point que l'on a trouvé d'abord pour le pied du stile.

77. Si on voit que le plan du mur est bien exact autour du pied du stile, il ne faut pas que la distance des trois points à ce pied soit plus de la moitié ou des deux tiers de cette hauteur, que l'on peut toujours connoître à peu près avant même cette opération : une plus grande distance ne pourroit servir qu'à faire couper les lignes dans un point un peu différent du véritable pied du stile. Mais s'il y a quelque élévation ou quelque enfoncement dans cette partie du plan, on prendra cette distance au moins égale à la hauteur du stile ou même plus grande : car alors celui des trois points A, B, C, qui est marqué sur une élévation, est plus éloigné que les autres du véritable pied du stile, & celui qui est pris dans un enfoncement en est plus près. Or ce défaut cause une erreur plus grande à proportion si la distance est petite, que si elle est plus grande. Pour ce qui est de la distance des trois points entre eux, elle

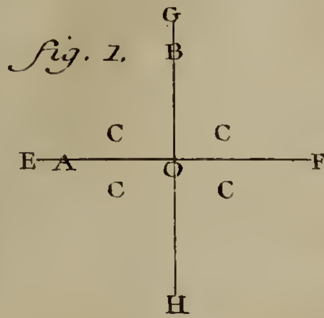
Fig. 9. doit être telle que les deux extrêmes A & C ſoient à peu près également éloignés de B, & qu'elle occupe environ une demi-circonférence, afin que les lignes qu'on tire ſe coupent preſque à angles droits.

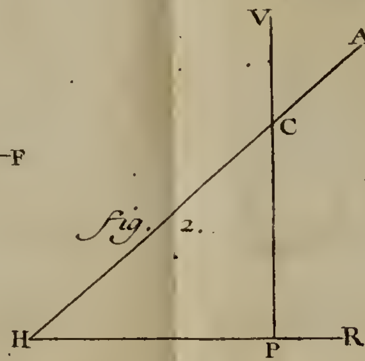
Quand on a trouvé le pied du ſtile, il eſt à propos d'y mettre un clou dont la tête ait un petit trou dans l'endroit qui répond au pied du ſtile ; ce trou ſert à mettre & à fixer une pointe du compas pour différentes opérations ; ainſi il ne doit avoir qu'une très-petite profondeur.

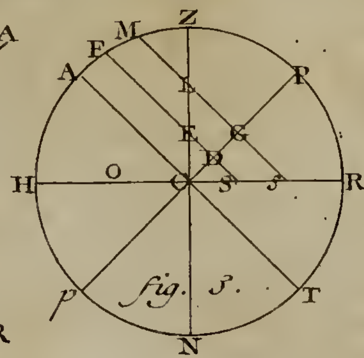
DÉMONSTRATION DU PROBLÊME.

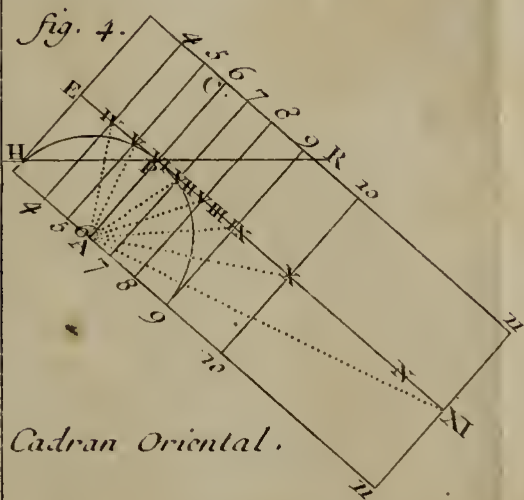
78. Afin d'entendre la raiſon de cette pratique, il faut remarquer que le pied du ſtile eſt l'extrémité d'une ligne que l'on conçoit tirée du ſommet S perpendiculairement ſur le plan du Cadran ; par conſéquent l'extrémité de cette ligne perpendiculaire au plan, c'eſt-à-dire, le pied du ſtile eſt également éloigné des extrémités des obliques égales qui ſeroient menées du point S ſur le plan. Or les points A & B qui ſont à la même diſtance du ſommet S, peuvent être conſidérés comme les extrémités des obliques égales SA & SB : donc le pied du ſtile eſt également éloigné des deux points A & B. Or la ligne EF paſſe par tous les points également éloignés d'A & de B : donc cette ligne paſſe par le pied du ſtile. On prouvera de la même maniere que la ligne GH paſſe par le pied du ſtile, parce qu'elle paſſe par tous les points qui ſont à égale diſtance des points B & C, qui ſont auſſi également éloignés du ſommet S par la conſtruction : par conſéquent les deux lignes EF & GH paſſent par le pied du ſtile. Ainſi le pied du ſtile eſt le point d'interſection des deux lignes EF & GH.

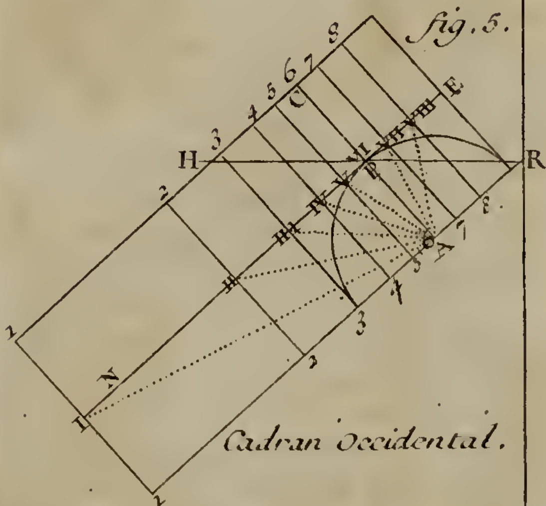
79. Il y a une autre méthode de trouver le pied du ſtile par des points : on marquera d'abord deux points tels que A & B également éloignés du ſommet S, & on tirera EF qui paſſe par tous les points qui ſont à égale diſtance de A & de B : enſuite on prendra ſur

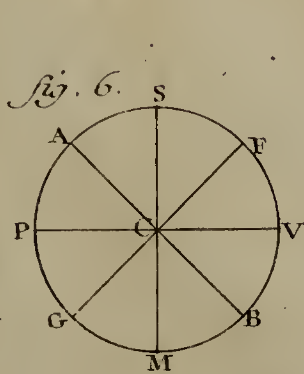

fig. 1.
G
B
C
C
E
A
O
F
C
C
H

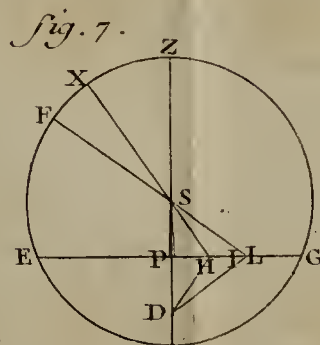

V
A
C
fig. 2.
H
P
R

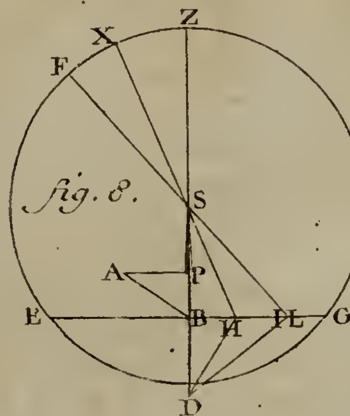

Z
M
F
A
P
H
O
C
S
R
fig. 3.
p
T
N


fig. 4.
H
R
Cadran Oriental.


fig. 5.
H
R
Cadran Occidental.


fig. 6.
S
A
F
P
C
V
G
B
M


fig. 7.
Z
X
F
S
E
P
G
D


Z
X
F
fig. 8.
S
A
P
E
B
G
D

cette ligne deux points comme E & F qui ſoient auſſi également diſtans du ſommet S ; le point P pris ſur la ligne EF à même diſtance des points E & F ſera le pied du ſtile. Voici la raiſon de cette pratique : le pied du ſtile eſt ſur la ligne EF, comme il paroît par la démonſtration précédente. D'ailleurs ce pied du ſtile & la hauteur entiere SP qui eſt perpendiculaire ſur le plan, & par conſéquent ſur la ligne EF qu'elle rencontre, doivent être à égale diſtance des deux obliques égales, SE, SF. Donc le point P étant pris dans la ligne EF à même diſtance de ces obliques, ou, ce qui revient au même, des points E & F, eſt néceſſairement le pied du ſtile. Fig. 6.

80. On pourroit trouver auſſi le pied du ſtile par le moyen d'une plaque de métail percée au milieu, au trou de laquelle il y auroit un canal ſoudé d'environ trois ou quatre pouces de longueur : ce canal, qui doit être perpendiculaire à la plaque ſervira à recevoir une verge de fer bien droite d'un égal diametre, & pointue par une des extrémités. On appliquera la plaque (il eſt bon qu'elle ſoit ronde & environ de 5 ou 6 pouces de diametre) contre le plan du mur à l'endroit où l'on voit à peu près que doit être le pied du ſtile, puis on fera paſſer la verge de fer par le ſommet du ſtile, ou plutôt par le trou d'une autre plaque, duquel le centre eſt conſidéré comme le ſommet du ſtile, & on fera gliſſer la plaque appliquée au mur juſqu'à ce que la verge de fer entre ſans obſtacle dans le canal, & pénetre juſqu'au mur, le point auquel la pointe aboutira ſera le pied du ſtile : cela eſt évident, parce que le canal étant perpendiculaire à la plaque, & par conſéquent au plan du mur, la verge de fer que je ſuppoſe paſſer par le ſommet du ſtile, ſera auſſi perpendiculaire au même plan.

Ces trois méthodes de trouver le pied du ſtile ont lieu dans toutes ſortes de plans, ſoit l'horiſontal, ſoit le vertical, ſoit l'incliné.

Fig. 9. 81. Quand on a déterminé le pied du ſtile, on meſure ſa hauteur, qui eſt la diſtance du ſommet au pied : pour cela on ſe ſert du compas à verge ou d'une verge de fer, ou même d'une baguette de bois dont on meſure avec ce compas la partie égale à la hauteur du ſtile. Mais on peut auſſi trouver cette hauteur par le calcul à cauſe du triangle rectangle SPA formé par la diſtance SA, la ligne AP & la hauteur SP, dont les deux premiers côtés étant connus, on trouvera le troiſiéme SP; car en ôtant le quarré du côté AP du quarré de l'hypotenuſe SA, le reſte ſera le quarré de la hauteur SP : ainſi il faudra prendre la racine quarrée de ce reſte pour la hauteur du ſtile.

Il faut marquer avec un crayon les points dont on ſe ſert pour déterminer le pied du ſtile, ou en tirant une petite ligne au-deſſous de chacun, ou en les entourant d'une eſpece de figure comme un cercle, un triangle, &c. ſans cela on ne pourroit pas les retrouver aiſément, ou bien on les confondroit ſouvent l'un avec l'autre. Pour ce qui eſt des points d'ombre, on les marque par des lettres ou des chifres.

PROBLÊME II.

Tracer deux lignes, dont l'une ſoit la verticale du plan, & l'autre l'horiſontale du même plan.

82. 1°. La verticale du plan eſt une ligne perpendiculaire à l'horiſon, laquelle paſſe par le pied du ſtile. On trace cette ligne de la maniere ſuivante : il faut ſuſpendre un poids de cuivre ou de plomb avec un fil attaché à un clou : le clou doit être attaché au mur au-deſſus du pied du ſtile, afin que le fil qui ſoutient le poids paſſe ſur ce point : enſuite on marquera ſur le plan un autre point directement ſous le fil. (L'opération ſera d'autant plus ſûre, que ce ſecond point ſera plus éloigné du premier, qui eſt le pied du ſtile). Si on tire une ligne qui paſſe par ces deux points, ce ſera la verticale du plan, puiſqu'elle aura la même direction

que le fil, laquelle tend néceſſairement au centre de la terre.

Le vent trouble ſouvent cette opération en faiſant balancer le poids. Or afin d'empêcher les vibrations du fil ou de la corde qui ſoutient ce petit poids, il eſt à propos de mettre un vaſe rempli d'eau au-deſſous, de maniere que le poids ſoit plongé dans l'eau ſans toucher le fond, & pour lors il ne balancera plus, à moins qu'il ne faſſe un grand vent.

83. 2°. Pour avoir l'horiſontale du plan, il faut tirer une ligne qui paſſe par le pied du ſtile, & qui ſoit perpendiculaire à la verticale du plan. La raiſon de cette pratique eſt évidente : car la verticale du plan étant perpendiculaire à l'horiſon, une ligne ne peut être perpendiculaire à la verticale du plan, ſans être parallele à l'horiſon.

84. On peut auſſi tirer l'horiſontale du plan par le moyen d'un niveau d'air ou d'une autre eſpece, que l'on place ſur le côté d'une regle de bois, laquelle on applique contre le plan, de maniere que le bord ſupérieur ſoit ſur le pied du ſtile. Il faut que le côté de la regle ſur lequel eſt poſé le niveau ſoit bien applani. Lorſque la bulle d'air qui eſt dans le niveau ſe tient vers le milieu de cet inſtrument, c'eſt une marque que le côté de la regle de bois eſt dans une ſituation horiſontale ; & pour s'en aſſurer davantage, il faut retourner le niveau, enſorte que l'extrémité qui étoit à droite ſoit miſe à gauche, ſans néanmoins faire changer de place à l'inſtrument. Si dans cette ſituation la bulle d'air ſe tient encore vers le milieu, c'eſt une nouvelle preuve que la regle de bois eſt placée horiſontalement ; & par conſéquent en tirant une ligne le long du côté de la regle, elle ſera l'horiſontale du plan. Quand l'horiſontale ſera tracée, ſi on lui éleve une perpendiculaire qui paſſe par le pied du ſtile, ce ſera la verticale du plan.

85. Lorſque la verticale du plan eſt tracée, il eſt fa-

Fig. 10. cile de trouver le centre diviſeur de l'horiſontale. Il faut du pied du ſtile P prendre ſur la verticale une diſtance PD égale à la hauteur du ſtile (62), le point D ſera le centre diviſeur de l'horiſontale.

Il s'agit à préſent d'expoſer la maniere de trouver la déclinaiſon d'un plan vertical : comme cette opération eſt une des plus difficiles de la Gnomonique, & qu'elle eſt le fondement de la conſtruction des Cadrans, nous tâcherons d'applanir les difficultés autant qu'il nous ſera poſſible. Nous propoſerons d'abord un Problême qui contiendra différentes méthodes de trouver la déclinaiſon du plan, & enſuite nous en expoſerons encore pluſieurs autres ſur la même matiere : mais il eſt néceſſaire de faire auparavant quelques obſervations préliminaires.

Préparation pour le Problême ſuivant.

86. Il eſt facile de s'aſſurer ſans aucune opération ſi un plan vertical eſt tourné du côté du midi, ou vers le ſeptentrion. Car ſi à midi il eſt éclairé du ſoleil par des rayons directs, c'eſt-à-dire, qui viennent du ſoleil en ligne droite ſans réflexion, alors il regarde le midi; mais ſi ce plan n'eſt point éclairé à midi, il eſt tourné vers le ſeptentrion. Je ſuppoſe qu'il n'y a point d'objet qui empêche la lumiere du ſoleil de tomber directement ſur le plan dans le tems de midi.

87. Il eſt encore aiſé de juger ſi le plan décline vers l'orient ou vers l'occident : car ſi le plan eſt éclairé par le ſoleil plus long-tems avant midi qu'après, il décline vers l'orient : & ſi au contraire il eſt éclairé plus long-tems aprés midi qu'avant, c'eſt une marque qu'il décline à l'occident. Il faut toujours ſuppoſer que le plan eſt dégagé d'objets qui empêcheroient la lumiere du ſoleil de parvenir directement juſqu'au plan.

88. On peut encore connoître d'une maniere plus commode de quel côté le plan décline : c'eſt en remarquant ſi l'ombre de l'extrémité du ſtile tombe ſur la

verticale du plan avant ou après midi : car si c'est avant midi, le plan décline vers l'orient ; & si c'est après midi, le plan décline vers l'occident. Comme cette derniere maniere de trouver vers quel côté le plan décline pourroit être incertaine dans la pratique lorsque la déclinaison du plan est fort petite ; & cela, faute de connoître précisément le moment de midi, nous donnerons encore dans la suite une méthode pour juger dans tous les cas de quel côté se fait cette déclinaison. Fig. 10.

89. Il faut remarquer que la déclinaison du plan vertical est représentée par l'angle PDL, qui a son sommet au centre diviseur D de la ligne horisontale HR, & qui est compris entre les deux lignes DP & DL, dont la premiere est une partie de la verticale du plan égale à la hauteur du stile, & la seconde aboutit au point L, qui est l'interfection de la méridienne & de l'horisontale. Pour prouver que cet angle est la déclinaison du plan, il faut imaginer un plan horisontal qui coupe le plan du Cadran selon la ligne HR, le centre de cet horison sera le point D ; car il faut ici concevoir ce point dans le plan horisontal aussi-bien que le triangle entier PDL, & alors le point D n'est pas différent du sommet du stile, ni la ligne DP de la hauteur du stile ; cette ligne DP sera l'interfection de l'horison & du cercle qui est le vertical du plan, c'est-à-dire, qui est perpendiculaire au plan du Cadran, puisque cette interfection doit passer par le sommet D du stile, à cause que tous les grands cercles de la sphere passent par le centre de la terre, & que le sommet du stile peut être regardé comme le centre de la terre. De même la ligne DL sera l'interfection de l'horison & du méridien du lieu : car ce méridien passe par le sommet du stile, & par le point L qui est l'interfection de la méridienne & de l'horisontale, qui sont tracées sur le plan du Cadran. Ainsi on doit concevoir l'angle PDL décrit sur le plan horisontal & compris entre le vertical du plan

Fig. 10. & le méridien du lieu, qui ſont deux grands cercles qui ſe coupent néceſſairement au ſommet du ſtile. Or nous avons dit (43), que l'angle qui eſt compris entre le vertical du plan & le méridien du lieu eſt égal à la déclinaiſon du plan, & qu'on l'appelle même quelquefois la déclinaiſon du plan.

90. On peut encore tourner ce raiſonnement d'une autre maniere qui paroîtra peut-être plus claire : l'angle que fait le vertical du plan avec le méridien étant égal à la déclinaiſon du plan (43), il s'agit de montrer que PDL repréſente, ou plutôt eſt égal à l'angle que font entre eux ces deux cercles. C'eſt ce que l'on peut faire aiſément, en cette ſorte : puiſque les lignes ZPD & CLM déſignent le vertical du plan & le méridien, la partie PL de l'horiſontale repréſente l'arc de l'horiſon compris entre ces deux cercles, lequel arc eſt la meſure de l'angle qu'ils forment. Or l'angle PDL ayant ſon ſommet au centre diviſeur de l'horiſontale, a auſſi pour meſure le même arc repréſenté par PL (67). Ainſi cet angle PDL eſt égal à celui que font entre eux le vertical du plan & le méridien, ou ce qui revient au même, l'angle PDL eſt égal à la déclinaiſon du plan.

91. Nous remarquerons auſſi qu'un plan vertical eſt toujours parallele à l'horiſon d'un lieu éloigné de l'endroit où eſt ſitué le plan, de 90 degrés ou d'un quart de cercle. Pour s'en convaincre, que l'on conçoive le plan prolongé juſqu'au centre de la terre, & que de ce point il y ait un rayon tiré perpendiculairement au plan, ce rayon aboutira au lieu dont l'horiſon eſt parallele au plan : car le rayon ſera perpendiculaire à l'horiſon du point où il aboutira, puiſque tout rayon eſt perpendiculaire à la tangente du point auquel il ſe termine (Géom. Liv. I, art. 115), & que l'horiſon ſenſible eſt un plan qui touche le globe de la terre : mais d'ailleurs on ſuppoſe que ce rayon eſt perpendiculaire au plan dont il s'agit ; par conſéquent ce plan eſt parallele à l'horiſon de ce lieu. Or il eſt évident que le rayon

rayon perpendiculaire au plan ſe termine à un point qui eſt éloigné de 90 degrès du lieu où eſt ce plan.

Ce n'eſt pas ſeulement le lieu auquel aboutit ce rayon perpendiculaire qui a ſon horiſon parallele au plan : mais c'eſt auſſi l'autre lieu diamétralement opposé à celui ci. Ainſi un plan vertical eſt toujours parallele aux horiſons de deux lieux qui ſont antipodes l'un de l'autre : & même ce plan eſt l'horiſon rationel de l'un & de l'autre lieu. Mais quand on parle du lieu dont l'horiſon eſt parallele à ce plan, il faut entendre celui vers lequel le plan eſt tourné. Ainſi quand un plan vertical ſitué dans la partie ſeptentrionale de la terre, eſt tourné vers le midi, quoiqu'obliquement, le lieu dont l'horiſon lui eſt parallele eſt dans la partie méridionale de la terre.

PROBLÊME III.

92. *Trouver la déclinaiſon d'un plan vertical par quelques méthodes aiſées.*

PREMIERE ME'THODE

Qui ſuppoſe qu'on connoît le moment de midi.

On peut s'aſſurer du moment de midi ou par une méridienne horiſontale qu'on aura décrite exprès dans le voiſinage du Cadran vertical ſelon la méthode preſcrite dans le troiſiéme livre de la Sphere article 2 : ou par un Cadran que l'on ſçait être juſte ; quand bien même ce Cadran ſeroit à quelque diſtance, pourvu qu'on ait une bonne montre que l'on mettra ſur le Cadran, par exemple, à onze heures ou onze heures & demie : ou bien par une pendule à ſecondes que l'on ſçaura marquer le tems vrai exactement ſur laquelle on pourra mettre la montre trois ou quatre heures avant midi. Au défaut d'un Cadran ou d'une pendule à ſecondes, on pourroit mettre une montre ſur le ſoleil, le jour même qu'on voudroit marquer un point d'ombre à midi, comme on l'expliquera dans la préparation au ſixiéme Problême.

Supposons donc que l'on connoît le moment de midi : il faut marquer à cet instant un point d'ombre, par lequel on fera passer une verticale qui sera la méridienne du lieu, par rapport au stile qui a donné le point d'ombre. Si du centre diviseur D de l'horisontale on tire une ligne droite au point L de division
Fig. 10. de l'horisontale & de la méridienne, on aura l'angle PDL qui sera la déclinaison du plan (89) on connoîtra la valeur de cet angle par sa corde (Prep. art. 32 & 33) ou par sa tangente, qui peuvent être mésurées par une échelle divisée en parties égales.

On pourra aussi trouver la valeur de cet angle par le calcul après avoir mesuré avec une échelle de parties égales le nombre des parties que contiennent les côtés DP & PL dont le premier sera considéré comme le sinus total ou rayon qui a pour centre le point D, & le second sera la tangente, il n'y aura qu'à faire l'analogie suivante : *Le côté* DP *est au côté* PL *comme le sinus total est à la tangente de l'angle* PDL.

Cette premiere méthode est une des plus sûres, & en même-tems une des plus commodes, sur-tout à présent que les montres sont extrémement communes.

SECONDE ME'THODE.

Qui suppose qu'on connoît la hauteur du pole sur l'horison

93 Après avoir tracé la verticale du plan & l'horisontale, il faut décrire la méridienne du plan qui est l'interfection de ce plan avec le méridien perpendiculaire au même plan (c'est le méridien du lieu par rapport à l'horison parallele au plan). Cette méridienne est appellée la soustilaire, laquelle doit passer par le centre du Cadran & par le pied du stile (15). Voici la maniere de la décrire qui ne differe pas de celle que nous avons expliquée (liv. 3 de la Sphere art. 2.)

Pour tracer la méridienne sur un plan vertical, il faut donc du pied du stile, comme centre, décrire une ou plusieurs circonférences concentriques, & marquer sur une même circonférence les deux points auxquels se

termine l'ombre du ſtile lorſque l'extrémité de cette ombre entre dans le cercle, & quand elle en ſort enſuite. Après cela on diviſera l'arc compris entre ces deux points en deux également. Si du point de diviſion on tire une ligne droite au pied du ſtile, ce ſera la ſouſtilaire.

94. Afin que l'opération ſoit plus aſſurée, il faut pareillement marquer deux points ſur une autre circonférence concentrique qui déſignent l'entrée & la ſortie de l'ombre du ſtile par rapport à cette circonférence, & diviſer l'arc compris en deux parties egales. Enſuite on tirera du point de diviſion une ligne au pied du ſtile : ſi cette ligne ne differe pas de la premiere, c'eſt une marque que l'opération a été bien faite : mais ſi cette ligne fait un angle avec la premiere, on conclura qu'il s'eſt gliſſé quelque erreur dans la premiere ou dans la ſeconde opération, ou peut-être dans l'une & dans l'autre ; auquel cas il faudra décrire pluſieurs autres circonférences concentriques, & opérer ſur chacune de la maniere que nous venons d'expliquer.

La démonſtration eſt la même que celle de la méridienne du plan horiſontal, puiſqu'on peut regarder le plan vertical comme l'horiſon d'un endroit éloigné de 90 dégrés du lieu où eſt ſitué ce plan (91), & que l'on opere ſur ce plan de la même maniere qu'on le feroit ſur cet horiſon.

95. Afin que cette pratique ſoit ſûre, il faut que la déclinaiſon du ſoleil ne change pas ſenſiblement tandis que l'ombre du ſommet du ſtile paſſe d'un point de la circonférence à l'autre : c'eſt pourquoi elle eſt plus éxacte vers les ſolſtices que vers les équinoxes : car la déclinaiſon du ſoleil demeure preſque la même au moins pendant ſept ou huit heures dans le tems des ſolſtices. De plus quand la déclinaiſon du plan eſt fort grande, cette méthode devient encore fautive à cauſe de la réfraction produite par l'air, laquelle ne change pas de la même maniere la hauteur apparente du ſoleil quand l'ombre du ſtile entre dans la circonférence, que quand

elle en ſort, à moins que cette hauteur du ſoleil ſur l'horiſon n'excede environ 10 ou 12 degrés. Ainſi pour que cette pratique ſoit ſûre, deux conditions ſont néceſſaires, 1°. qu'elle ſoit employée vers le tems des ſolſtices, afin que la déclinaiſon du ſoleil demeure à peu près la même pendant l'intervalle de deux inſtans auxquels on marque les points d'ombre ; 2°. que la hauteur du ſoleil ſoit égale dans ces deux inſtans à quelques degrés près ; ou ſi elle n'eſt pas égale, il faut qu'elle excede 10 à 12 degrés dans l'un & dans l'autre inſtans : & alors la différence des réfractions n'eſt pas conſidérable.

96. Quand on a la ſituation de la ſouſtilaire à l'égard de l'horiſontale & de la verticale, on peut trouver la déclinaiſon du plan par la Géométrie (je ſuppoſe cette ſouſtilaire prolongée au-deſſus & au-deſſous de l'horiſontale). Pour cela il faut du point C de la ſouſtilaire pris à volonté mener une perpendiculaire CLM ſur l'horiſontale (fig. 18) : cette perpend. pourra être conſidérée comme la méridienne du lieu, & le point C d'où elle eſt tirée, comme le centre du Cadran. Enſuite on tracera la ligne CH qui faſſe avec la méridienne l'angle LCH égal au complément de la hauteur du pole ſur l'horiſon, l'angle CHL ſera la hauteur du pole à cauſe du triangle rectangle CLH.

Cela poſé, le point H ſera le centre diviſeur de la méridienne CM : car ſi du centre diviſeur de cette méridienne on tiroit une ligne au centre C du Cadran qui repréſente un pole du monde (3), cette ligne feroit avec l'horiſontale HR un angle qui auroit pour meſure l'arc repréſenté par CL (67), lequel arc eſt compris entre le pole & l'horiſon. Or cet arc eſt la hauteur du pole : ainſi l'angle ſeroit égal à la hauteur du pole. Mais la ligne qu'on ſuppoſe ainſi tirée du centre diviſeur de la méridienne, & qui paſſeroit par le centre C du Cadran, n'eſt pas différente de CH, puiſque CH fait le même angle avec l'horiſontale & qu'elle

paſſe auſſi par le centre C; donc le point H eſt le centre diviſeur de la méridienne. Par conſéquent ſi on prend ſur la verticale du plan un point D auſſi éloigné du point d'interſection L que le point H, ce point D ſera le centre diviſeur de l'horiſontale (69). Or pour avoir ce point de la verticale du plan, il faut décrire du point L comme centre & de l'intervalle LH une circonférence, le point où elle rencontrera la verticale ſera le point cherché; & ſi de ce point D on tire une ligne au point L, on aura l'angle PDL égal à la déclinaiſon du plan (89). Fig. 18.

97. Il faut remarquer que la méridienne qu'on aura ainſi décrite d'un point quelconque de la ſouſtilaire, ne ſera pas relative à la hauteur du ſtile qu'on aura employé pour décrire la ſouſtilaire, enſorte que le point d'ombre de ce ſtile ne tomberoit pas ſur la méridienne à midi, parce qu'en ſuivant cette méthode la ligne PD ne ſera pas égale à la hauteur du ſtile, ſi ce n'eſt par hazard. Si PD eſt plus longue que cette hauteur, la méridienne tirée ſera plus éloignée de la verticale du plan que la méridienne relative: & ſi PD eſt plus courte que la même hauteur, la méridienne qu'on aura décrite ſera plus près de la verticale que la méridienne relative à cette hauteur.

98. On peut auſſi trouver la déclinaiſon du plan par le calcul, lorſqu'on a tracé la ſouſtilaire: car l'angle BPD ou CPZ, que fait la ſouſtilaire avec la verticale ZD eſt égal à l'angle alterne LCP, parce que la verticale eſt parallele à la méridienne. Or ſi on a la ſouſtilaire, on trouvera aiſément l'angle BPD; ainſi l'angle au centre LCP, ſera pareillement connu. Or ſi on connoît l'angle LCP, on pourra trouver la déclinaiſon du plan par l'analogie ſuivante démontrée dans le dixiéme Problême, puiſque les trois autres termes ſeront connus. *La tangente du complément de la hauteur du pole ſur l'horiſon du lieu, eſt à la tangente de l'angle* LCP *compris entre la ſouſtilaire & la méridienne*,

comme le ſinus total eſt au ſinus de la déclinaiſon du plan.

TROISIEME METHODE

Qui ſuppoſe qu'on connoît la hauteur du pole ſur l'horiſon.

99. Il faut chercher la hauteur du pole ſur le plan, ou, ce qui revient au même, la hauteur du pole ſur l'horiſon qui eſt parallele au plan, à quelque endroit de la terre que cet horiſon appartienne. La pratique que nous allons donner eſt la même que celle dont on ſe ſert pour connoitre la latitude du lieu par la hauteur méridienne du ſoleil que l'on trouve à l'aide d'un ſtile attaché à un plan horiſontal, quand on connoît la déclinaiſon du Soleil.

Fig. 10. Soit le pied du ſtile P & ſa hauteur XP. Le point du Ciel auquel aboutiroit la hauteur du ſtile prolongé eſt le zenith du plan, lequel point eſt toujours dans le plan de l'horiſon, lorſque le plan auquel eſt attaché le ſtile eſt vertical, parce qu'alors la hauteur du ſtile eſt parallele à l'horiſon. Il faut prendre le point d'ombre de l'extrémité du ſtile dans le moment auquel il eſt le plus proche du pied du ſtile : pour cela on marquera pluſieurs points d'ombre vers le tems auquel on ſçait à peu près que l'extrémité de l'ombre du ſtile doit tomber ſur la ſouſtilaire, & de tous ces points on prendra le plus près du pied du ſtile, que je ſuppoſe être le point V, enſuite on meſurera la diſtance PV avec une échelle de parties égales. Je ſuppoſe que l'on a auſſi méſuré la hauteur PX du ſtile. Cela poſé, il ſera facile de trouver l'angle X du triangle rectangle XPV, en faiſant l'analogie ſuivante, dans lequel le côté XP eſt conſidéré comme rayon, dont le centre eſt X, & alors le côté PV devient la tangente de l'angle cherché : *Comme* XP *eſt à* PV, *ainſi le ſinus total à la tangente de l'angle cherché* X. Or l'angle X ou VXP eſt égal à l'oppoſé SXZ, qui eſt la diſtance du ſoleil au zenith du plan, cette diſtance ſera donc connue. Il

faudra y ajouter la déclinaiſon du ſoleil ſi elle eſt méridionale, ou l'en retrancher ſi elle eſt ſeptentrionale, & la ſomme ou la différence ſera la diſtance du zenith du plan à l'équateur, laquelle eſt égale à la hauteur du pole ſur le plan. Nous ſuppoſons que c'eſt un plan du midi, qui peut être conſideré comme un horiſon de la ſphere auſtrale auquel ce plan eſt parallele : mais ſi c'eſt un plan du nord, on fera le contraire, c'eſt-à dire, que ſi la déclinaiſon du ſoleil eſt méridionale, il faudra la retrancher de la diſtance du zenith du plan au ſoleil, & ſi elle eſt ſeptentrionale, il faudra l'ajouter à cette diſtance ; & la différence ou la ſomme ſera pareillement la diſtance du zenith du plan à l'équateur, qui eſt égale à la hauteur du pole ſur le plan.

Si le Soleil étoit à l'équateur, la diſtance du zenith au Soleil ſeroit pour lors égale à la hauteur du pole ſur le plan.

100. Pour entendre la raiſon de cette pratique, il faut conſidérer la fig. 17, dans laquelle le cercle HZPR eſt le méridien, qui paſſe par le zenith Z & le pole P du monde, HR eſt l'horiſon, AT l'équateur, S ou *s* le ſoleil, qui répond à un point du méridien ; AZ diſtance de l'équateur au zenith eſt la latitude laquelle eſt toujours égale à la hauteur du pole ſur l'horiſon, & SA ou *s*A diſtance du ſoleil à l'équateur eſt la déclinaiſon du ſoleil. Si le ſoleil décline vers le pole élevé P la latitude AZ, & par conſéquent la hauteur du pole, eſt égale à la ſomme de la déclinaiſon SA du ſoleil & de ſa diſtance SZ au zenith : mais ſi le ſoleil décline vers le pole abbaiſſé, la latitude AZ eſt égale à la différence de la diſtance *s*Z du ſoleil au zenith & de ſa déclinaiſon *s*A : enfin ſi le ſoleil eſt à l'équateur la latitude eſt égale à la diſtance du ſoleil au zenith. Cela poſé, il faut faire attention que tout plan vertical eſt l'horiſon d'un lieu éloigné de 90ᵈ de l'endroit où eſt ſitué ce plan. Par exemple, un plan vertical ſitué ſur l'équateur & tourné directement vers le nord ou vers Fig. 17.

le midi eſt l'horiſon de l'un ou de l'autre pole de la terre : ainſi tout plan vertical du midi peut être conſidéré comme un horiſon de quelque lieu ſitué dans la partie méridionale de la terre, & tout plan vertical du nord eſt un horiſon d'un lieu ſitué dans la partie ſeptentrionale de la terre : par conſéquent la hauteur du pole ſur un plan vertical eſt la hauteur du pole ſur l'horiſon d'un lieu, qui eſt éloigné de ce plan de 90^d; & le zenith du plan eſt le zenith de cet horiſon. Or on vient de voir que quand le ſoleil décline vers le pole élevé ſur un horiſon ; la hauteur du pole ou la latitude eſt égale à la ſomme de la déclinaiſon du ſoleil & de ſa diſtance au zénith, & ſi le ſoleil décline vers le pole abbaiſſé, cette hauteur eſt égale à la différence de ces deux quantités. Ainſi la méthode propoſée eſt certaine.

101. Si la ſouſtilaire étoit tirée, on n'auroit pas beſoin de marquer pluſieurs points d'ombre, il faudroit ſeulement marquer celui qui tomberoit ſur la ſouſtilaire, parce qu'il ſeroit le plus près du pied du ſtile par la même raiſon que l'ombre la plus courte d'un ſtile perpendiculaire ſur un plan horiſontal eſt celle qui tombe ſur la méridienne de ce plan. Au défaut de la ſouſtilaire, que l'on ſuppoſe ici n'être pas tracée, on peut décrire pluſieurs circonférences concentriques, dont le centre ſoit le pied du ſtile, par le moyen deſquelles on verra facilement ſi le point d'ombre du ſommet du ſtile s'approche ou s'éloigne du pied.

Fig. 16. 102. Lorſque l'angle SXZ eſt moindre que la déclinaiſon du ſoleil, & que cette déclinaiſon ſe fait vers le même pole que celui vers lequel le plan eſt tourné, le zenith du plan ſe trouve alors entre le parallele du ſoleil & l'équateur : ainſi cet angle SXZ, qui eſt la diſtance du ſoleil au zenith, n'eſt dans ce cas qu'une partie de la déclinaiſon du ſoleil dont l'autre partie eſt la diſtance du zenith du plan à l'équateur : c'eſt pourquoi il faudra ôter l'angle SXZ de cette déclinaiſon, le reſte ſera la diſtance du zenith du plan à l'équateur, qui eſt

égale à la hauteur du pole fur le plan. Au refte comme les plans verticaux du midi fitués dans la fphere feptentrionale, font paralleles à des plans horifontaux de la fphere méridionale, leur zenith ne peut être entre l'équateur & le parallele du foleil, que quand fa déclinaifon eft méridionale. Par la raifon contraire le zenith d'un plan vertical du nord ne peut fe trouver entre l'équateur & le foleil que quand la déclinaifon de cet aftre eft feptentrionale.

103. Il femble d'abord qu'on pourroit fe fervir du point d'ombre le plus près du pied du ftile pour tirer la fouftilaire, puifqu'une ligne menée du pied du ftile à ce point d'ombre, feroit la fouftilaire : mais quoique cette méthode foit bonne dans la théorie, elle n'eft pas exacte dans la pratique, à moins d'y ajouter quelque autre opération, parce que l'ombre de l'extrémité du ftile eft à peu près à même diftance du pied pendant un tems affez confidérable, comme deux ou trois minutes ; & néanmoins cette ombre avance fenfiblement pendant ce tems-là.

104. Après avoir trouvé la hauteur du pole fur le plan, on fera l'analogie fuivante pour trouver la déclinaifon du plan.

Le finus du complément de la hauteur du pole fur l'horifon eft au finus total, comme le finus de la hauteur du pole fur le plan eft au finus du complément de la déclinaifon du plan.

Cette analogie eft une fuite de celle qu'on démontrera dans le Problême XI.

Cette méthode eft une des plus faciles pour trouver la déclinaifon du plan : au refte afin que la pratique en foit plus exacte, il faut que dans le tems qu'on marque le point d'ombre le foleil foit élevé fur l'horifon d'environ 10 à 12 degrés ou davantage, afin que la réfraction caufée par l'air foit fi petite qu'elle ne puiffe produire une erreur fenfible. De plus il faut encore remarquer que cette méthode n'a pas lieu pour

les plans du nord, dont la déclinaiſon n'eſt pas aſſez grande, afin qu'ils ſoient éclairés dans le tems que le ſoleil paſſe par le méridien du plan : car dans ce cas l'ombre du ſtile ne peut tomber ſur la ſouſtilaire.

QUATRIE'ME ME'THODE

Qui ſuppoſe auſſi qu'on connoît la hauteur du pole ſur l'horiſon.

105. Cette méthode eſt fondée ſur ce que l'on appelle la différence des longitudes entre l'horiſon du lieu où eſt ſitué le plan vertical & l'horiſon parallele à ce plan. Cette différence en degrés n'eſt autre choſe que l'arc de l'équateur compris entre les méridiens de ces deux horiſons. Suppoſons, par exemple, qu'un plan vertical ſitué à Paris ſoit parallele à l'horiſon de Lima au Perou, la différence des longitudes ſera de $79^{d}\ 9^{m}\ 30^{f}$, parce que l'arc de l'équateur compris entre les méridiens de Paris & de Lima eſt de cette valeur. Or comme le ſoleil parcourt 15 degrés par heure d'orient en occident, pour réduire les degrés de longitude en heures, minutes & ſecondes de tems, il faut prendre une heure pour 15 degrés, une minute de tems pour 15 minutes de degrés, & une ſeconde de tems pour 15 ſecondes de degrés. Réciproquement quand on connoît la différence des longitudes en tems on peut la réduire en degrés, puiſqu'une heure répond à 15 degrés, une minute de tems à 15 &c. Voici comment on pourra connoître la différence des longitudes en tems, en ſuppoſant qu'on a une bonne montre.

106. Il faut pour cela décrire du pied du ſtile, comme centre, une ou pluſieurs circonférences concentriques, comme pour trouver la ſouſtilaire ſuivant ce que nous avons dit dans la ſeconde méthode. Enſuite on remarque l'heure qu'il eſt à la Montre dans les deux inſtans auxquels l'extrémité de l'ombre du ſtile tombe ſur une circonférence en entrant & en ſortant du cercle.

Après cela on divise également le tems qui est entre les deux instans, & on ajoute une moitié à l'heure qu'il étoit lorsque l'ombre est entrée dans le cercle, la somme qui vient est l'heure à laquelle l'extrémité de l'ombre du stile répondoit à la soustilaire : si donc on prend le tems qu'il y a entre cet instant & midi, on aura la différence des longitudes en tems, qu'il sera facile de réduire en degrés, comme nous venons de le dire. Je suppose, par exemple, que l'ombre du stile soit entrée dans une circonférence à $9^h\ 4^m$, & qu'elle en soit sortie à $9^h\ 50^m$, le tems qu'il y a entre les deux instans est 46^m, dont la moitié est 23 : j'ajoute donc 23^m à $9^h\ 4^m$, & la somme est $9^h\ 27^m$, d'où je conclus que l'extrémité de l'ombre du stile tomboit sur la soustilaire à $9^h\ 27^m$. Or depuis ce moment jusqu'à midi, il y a $2^h\ 33^m$: ainsi la différence des longitudes dans cette hypothèse est $38^d\ 15'$.

107. Afin d'être plus sûr, il est propos de faire la même chose par rapport à plusieurs circonférences concentriques. D'ailleurs, il faut aussi pour l'exactitude que le soleil ne change pas sensiblement de déclinaison entre les deux instans, & que la hauteur du soleil sur l'horison surpasse environ 10 degrés dans les deux instans, afin que la réfraction causée par l'atmosphere n'apporte point de changement sensible dans la longueur de l'ombre. Si cependant la déclinaison du plan étoit fort petite, comme alors la soustilaire ne seroit pas éloignée de la méridienne, la réfraction ne produiroit pas d'erreur sensible, quoique la hauteur du soleil fût moindre que 10 degrés, parce qu'elle seroit à peu près la même dans les deux instans.

108. Il faut remarquer qu'il n'est pas néceſſaire pour pratiquer cette méthode que la Montre soit actuellement sur le soleil, lorsqu'on observe l'heure qu'elle marque dans les deux instans. Il suffit qu'on l'y mette ensuite pour sçavoir de combien elle précede le soleil, ou au contraire, afin d'y avoir égard pour dé-

terminer l'heure qu'il étoit lorsque l'extrémité de l'ombre répondoit à la soustilaire : c'est pourquoi si dans notre exemple la Montre étoit postérieure au soleil de 3 minutes, alors au lieu de 9^h 27^m il faudroit prendre 9^h 30^m pour le moment auquel l'extrémité de l'ombre tomboit sur la soustilaire ; & par conséquent la différence des longitudes ne seroit en tems que de 2 heures 30 minutes, & en degrés que de 37^d $30'$.

109. La différence des longitudes en tems étant connue, on trouvera le complément de la déclinaison du plan par l'analogie suivante, qui est l'inverse de celle qui est démontrée dans le XII Problême.

Le sinus de la hauteur du pole sur l'horison est au sinus total, comme la tangente du complément de la différence des longitudes est à la tangente du complément de la déclinaison du plan.

Si on suppose la hauteur du pole de 48^d $51'$ & la différence des longitudes de 37^d $30'$, la proportion précédente se réduira à celle-ci : *Le sinus de* 48^d $51'$ *est au sinus total, comme la tangente du complément de* 37^d $30'$ *est à la tangente du complément de la déclinaison cherchée.* Les logarithmes des trois premiers termes sont 987679, 1000000, 1011502 : or le premier étant retranché de la somme des deux autres donne le reste 1023823, qui est la tangente artificielle du complément de 30^d $1'$. C'est la déclinaison cherchée.

Il faut connoître le plus exactement qu'on pourra l'heure qu'il est au soleil pour le tems que le point d'ombre tombe sur la soustilaire ; car une erreur de deux minutes de tems donneroit pour la latitude de Paris environ 30 minutes d'erreur pour la déclinaison du plan, & même davantage si la différence des longitudes étoit plus petite que trois heures.

Problême IV.

110. *Trouver la hauteur du Soleil sur l'horison par l'ombre d'un stile attaché à un plan vertical.*

Supposons un stile attaché à un mur dont la surface soit un plan vertical : que le pied du stile soit P, & sa hauteur égale à la ligne PD, qui est une partie de la verticale du plan. Si on a marqué le point d'ombre F, qu'on ait pris PI égale à la distance de ce point à la verticale du plan, & qu'on ait mesuré l'oblique DI & la verticale FI, qui est la distance de ce point à l'horisontale ; on trouvera la hauteur du soleil pour le moment auquel on a marqué le point d'ombre par la proportion suivante, Fig. 10.

DI *est à* FI, *comme le sinus total à la tangente de la hauteur du Soleil.*

DÉMONSTRATION.

Pour prouver cette proportion il faut chercher quel est le centre diviseur de la verticale FI. Or pour trouver ce centre on prendra sur l'horisontale HR la partie IR égale à DI, le point R sera le centre diviseur de la verticale (65). Ainsi en tirant une ligne du point R au point F, on aura l'angle IRF, qui aura pour mesure l'arc représenté par FI, qui est la distance du soleil à l'horison ou la hauteur du soleil, parce que le point F représente le lieu du soleil, comme la ligne HR désigne l'horison. L'angle IRF peut donc être pris pour la hauteur du soleil. Or afin de trouver la valeur de cet angle qui appartient au triangle rectangle FIR, il faut regarder RI comme le sinus total, & le point R comme centre, pour lors la ligne FI sera la tangente de l'angle cherché IRF : ainsi on fera la proportion, DI *ou* RI *est à* FI, *comme le sinus total à la tangente de l'angle* IRF, qui est la hauteur du soleil sur l'horison.

Voici une seconde méthode plus difficile que la premiere : nous l'ajoutons néanmoins, parce qu'on y démontre quel est l'angle que fait le vertical du soleil avec le plan, lequel angle est la distance du soleil au plan.

111. Il faut mesurer l'oblique DI & la verticale FI,

Fig. 10. comme dans la premiere méthode. D'ailleurs je ſuppoſe qu'on connoît la hauteur du ſtile. Cela poſé, 1°. On cherchera l'angle PID par le triangle rectangle DPI, duquel on connoît l'angle droit P & les deux côtés DP & DI, dont le premier eſt la hauteur du ſtile. On trouvera donc l'angle PID par la proportion ſuivante, dans laquelle on regarde DI comme ſinus total, & le point I comme centre.

L'oblique DI *eſt à la hauteur du ſtile* DP, *comme le ſinus total eſt au ſinus de l'angle* PID. C'eſt l'angle du vertical du ſoleil avec le plan vertical auquel le ſtile eſt attaché, comme on le prouvera dans la Démonſtration ſuivante.

2°. On prendra le ſinus de l'angle PID, & on fera la proportion ſuivante pour trouver la hauteur du ſoleil dans le tems où on a marqué le point d'ombre.

La hauteur du ſtile eſt au ſinus de PID, *comme* FI *diſtance du point d'ombre à l'horiſontale eſt à la tangente de la hauteur du ſoleil.* On prouvera cette proportion dans la ſuite.

Si la hauteur du ſtile DP eſt de 1000 parties, le côté DI de 1077, & la verticale FI de 900, on trouvera d'abord que l'angle PID ſera de 68^{d} 12′, dont le ſinus a pour logarithme 996777. Les logarithmes des trois premiers termes de la ſeconde analogie ſeront donc, 300000, 996777, 295424 par leſquels on trouvera 992201, qui eſt le logarithme de la tangente de 39^{d} 53′; mais comme la réfraction fait paroître le ſoleil plus élevé qu'il n'eſt effectivement, il faut retrancher l'effet de cette réfraction, qui eſt d'environ une minute à la hauteur de 40 degrés, comme il paroît par la Table que nous donnerons à la ſuite de ce Problême. Par conſéquent la hauteur du ſoleil au moment où l'on a pris le point d'ombre étoit environ de 39^{d} 52′.

DÉMONSTRATION DE LA SECONDE MÉTHODE.

Il s'agit de prouver que la ſeconde proportion fait

trouver la hauteur du ſoleil ſur l'horiſon. Pour cela il faut concevoir la hauteur du ſtile SP qui eſt égale à la ligne DP : comme cette hauteur eſt perpendiculaire au plan vertical, le point S eſt en l'air : il faut auſſi imaginer des lignes tirées de ce point S aux deux autres I & F, on aura les triangles SPI & SIF, dont le 1er fait partie du plan horiſontal qui paſſe par le ſommet S. (Il eſt évident que ce 1er triangle SPI eſt égal en tout au triangle DPI, parce que les trois côtés de l'un ſont égaux aux trois côtés de l'autre); & le ſecond SIF eſt dans le plan du vertical du ſoleil & en fait auſſi partie : d'ailleurs la ligne IF eſt la commune ſection du vertical du ſoleil & du plan vertical ; & par conſéquent elle eſt perpendiculaire au plan horiſontal & aux deux lignes PI & SI qui ſont dans ce dernier plan. Cela étant, l'angle SIP égal à DIP ſera l'angle du vertical du ſoleil avec le plan vertical ſur lequel on opere ; & l'angle ISF ſera la hauteur du ſoleil ſur l'horiſon au tems qu'on a marqué le point d'ombre, parce que ce dernier angle eſt formé par les deux lignes SI & SF, qui ſont l'une & l'autre dans le vertical du ſoleil, & dont la premiere eſt parallele à l'horiſon, & la ſeconde repréſente une partie du rayon ſolaire qui vient aboutir au point F après avoir paſſé au travers du plan horiſontal. Cela poſé, ſi on prend SI pour ſinus total, & le point I pour centre, SP ſera le ſinus de l'angle SIP dans le triangle SPI, & IF perpendiculaire au ſinus total SI dans le triangle SIF ſera la tangente de la hauteur du ſoleil ISF, en regardant alors le point S comme centre. On a donc la proportion; *La hauteur* SP *du ſtile eſt au ſinus de l'angle* SIP *ou* DIP, *comme la verticale* IF *eſt à la tangente de la hauteur du Soleil.* Fig. 10.

112. PREMIERE REMARQUE. Le triangle DPI étant rectangle en P, l'angle PDI eſt le complément de l'angle PID, qui, comme nous venons de le prouver, eſt l'angle du vertical du ſoleil avec le plan. Or cet angle PDI ou PSI eſt l'angle du vertical du ſoleil avec le

Fig. 10. vertical du plan (9) puiſque les deux lignes SP, SI ſont dans un plan horiſontal auquel ces deux verticaux ſont perpendiculaires. Ainſi l'angle du vertical du ſoleil avec le vertical du plan, eſt le complément de l'angle que fait le même vertical du ſoleil avec le plan. Cela vient de ce que le vertical du plan eſt perpendiculaire au plan.

113. SECONDE REMARQUE. Puiſque l'angle PDI du vertical du ſoleil avec le vertical du plan eſt le complément de PID, la premiere proportion de cette ſeconde méthode en fera connoître la grandeur. On pourroit auſſi trouver l'angle PDI, en diſant, PD *eſt à* PI *comme le ſinus total eſt à la tangente de l'angle* PDI : mais il faudroit alors meſurer le côté PI pour le faire entrer dans le calcul : c'eſt pourquoi ſi on veut trouver cet angle PDI & de plus la hauteur du ſoleil, il vaut mieux ſe ſervir de la premiere proportion de la ſeconde méthode pour l'angle PDI, & de la proportion de la premiere méthode pour la hauteur du ſoleil : par-là on introduira moins de termes différens dans le calcul.

Fig. 11. 114. Si le point d'ombre F étoit ſur la verticale ZPD du plan, alors la hauteur du ſoleil ſeroit égale au complément de l'angle PFS compris entre le plan vertical & le rayon du ſoleil. Pour le prouver concevons une ligne que nous appellerons YF perpendiculaire au plan vertical, & qui aboutiſſe au point F, cette ligne ſera parallele à l'horiſon, & de plus elle ſera dans le même plan que les deux autres ZF & SF, ſçavoir, dans le plan du vertical perpendiculaire au plan du mur ; par conſéquent l'angle SFY qu'elle forme avec le rayon ſolaire SF ſera la hauteur du ſoleil ſur l'horiſon. Or cet angle eſt le complément de l'angle PFS, puiſque l'angle ZFY eſt droit. On voit bien que l'angle PSF eſt auſſi la hauteur du ſoleil, puiſqu'il eſt égal à l'angle alterne SFY.

115. Mais il n'eſt pas à propos de marquer le point d'ombre

d'ombre ſur la verticale du plan, parce que l'ombre paroît alors reſter pendant quelque tems ſur le même point, quoique le ſoleil monte ou deſcende toujours. Si cependant la hauteur du ſtile eſt fort longue, par exemple, de trois ou quatre pieds, l'ombre avance aſſez ſenſiblement. Il ne faut pas non plus marquer de points d'ombre à une trop petite diſtance de cette verticale, ſoit pour la raiſon qu'on vient d'apporter, ſoit parce que cette diſtance horiſontale n'auroit plus un rapport aſſez ſenſible avec la hauteur DP ; & que par conſéquent une petite erreur qu'on ne peut guere éviter en meſurant cette diſtance, en cauſeroit une aſſez grande dans la détermination de la hauteur du ſoleil. Cette remarque a auſſi ſon application dans la méthode du Problême VI.

116. Il faut auſſi éviter de prendre la hauteur du ſoleil depuis environ dix heures ½ du matin, juſqu'à une heure ½ après midi, non pas qu'il y ait une plus grande erreur à craindre dans ce tems-là que dans un autre, par rapport à cette hauteur : mais parce que le ſoleil ne changeant pas aſſez ſenſiblement de hauteur dans cet eſpace de tems, l'erreur qu'on pourroit faire dans la détermination de la hauteur du ſoleil, ſeroit d'une plus grande conſéquence par rapport à ſa diſtance du méridien : mais ſi la déclinaiſon du plan eſt grande, comme de 40 à 45 degrés, ou davantage, il y a moins à craindre, parce que dans ce cas l'ombre de l'extrémité du ſtile avance fort vîte dans ce tems-là ; & par conſéquent les diſtances à l'horiſontale & à la verticale augmentent beaucoup en peu de tems.

117. Si on prend la hauteur du ſoleil à midi, on pourra trouver la hauteur du pole ſur l'horiſon du lieu, pourvû que l'on connoiſſe la déclinaiſon du ſoleil : car ſi le ſoleil décline vers le pole élevé, il faudra ôter la déclinaiſon du ſoleil de ſa hauteur méridienne, la différence ſera l'élévation de l'équateur ſur l'horiſon. Si la déclinaiſon du ſoleil eſt vers le pole abbaiſſé,

on l'ajoutera à sa hauteur méridienne, la somme sera aussi l'élévation de l'équateur. Or la hauteur du pole sur l'horison est toujours le complément de l'élévation de l'équateur. Voici la raison de cette opération : Si le soleil étoit à l'équateur, sa hauteur méridienne seroit égale à l'élévation de ce cercle sur l'horison : par conséquent si le soleil décline de 10 degrés vers le pole élevé, sa hauteur méridienne sera de 10 degrés plus grande que l'élévation de l'équateur. Ainsi pour avoir cette élévation, il faudra ôter la déclinaison du soleil de la hauteur méridienne. Mais si le soleil décline de 10 degrés vers le pole abbaissé, sa hauteur méridienne sera de 10 degrés moindre que l'élévation de l'équateur : par conséquent pour avoir cette élévation, il faudra ajouter la déclinaison du soleil à sa hauteur méridienne.

118. Comme la hauteur du soleil change fort peu vers le tems de midi, l'erreur ne seroit pas grande, si au lieu de prendre la hauteur du soleil à midi juste, on la prenoit quelques minutes avant ou après.

119. Nous avons dit que la réfraction des rayons du soleil le fait paroître un peu plus élevé sur l'horison qu'il n'est effectivement. Voici une Table qui fait voir de combien il faut diminuer la hauteur du soleil trouvée par l'ombre du stile ou par quelque autre observation, afin d'avoir la hauteur véritable. Cette Table est tirée du Livre intitulé, *La Connoissance des Tems.*

TABLE DES AUGMENTATIONS causées dans la hauteur apparente du Soleil par la réfraction des rayons que produit l'Atmosphere de l'air.

Haut.	Réfract.	Haut.	Réfract.	Haut.	Réfract.	Haut.	Réfract.
0	32′ 20″						
1	27 56	24	2′ 12″	47	0′ 56″	69	0′ 22″
2	21 4	25	2 6	48	0 54	70	0 21
3	16 6	26	2 0	49	0 52	71	0 20
4	12 48	27	1 55	50	0 50	72	0 19
5	10 32	28	1 51	51	0 49	73	0 18
6	8 55	29	1 46	52	0 47	74	0 17
7	7 44	30	1 42	53	0 45	75	0 16
8	6 47	31	1 38	54	0 43	76	0 14
9	6 4	32	1 34	55	0 41	77	0 13
10	5 28	33	1 30	56	0 40	78	0 12
11	4 58	34	1 27	57	0 38	79	0 11
12	4 32	35	1 23	58	0 37	80	0 10
13	4 12	36	1 20	59	0 35	81	0 9
14	3 54	37	1 18	60	0 34	82	0 8
15	3 38	38	1 15	61	0 33	83	0 7
16	3 24	39	1 12	62	0 31	84	0 6
17	3 11	40	1 10	63	0 30	85	0 5
18	3 0	41	1 7	64	0 28	86	0 4
19	2 49	42	1 5	65	0 27	87	0 3
20	2 39	43	1 3	66	0 26	88	0 2
21	2 31	44	1 1	67	0 25	89	0 1
22	2 25	45	0 59	68	0 24	90	0 0
23	2 18	46	0 58				

120. Cette Table fait connoître que quand la hauteur apparente du soleil est nulle ou zero, c'est-à-dire, lorsque son centre est vû à l'horison, il est encore 32′ 20″ au-dessous de ce cercle : c'est ce qu'on appelle la réfraction horisontale. Quand sa hauteur apparente est d'un dégré, sa hauteur véritable est seulement de 32′ 4″, moindre que l'apparente de 27′ 56″ : de même quand il paroît élevé de 2ᵈ, il ne l'est réellement que de 1ᵈ 38′ 56″, parce que la réfraction est de 21′ 4″, &c.

On voit donc que cette Table marque ce qu'il faut retrancher de la hauteur qu'on aura trouvée par l'obſervation, afin d'avoir la hauteur véritable; par conſéquent ſi on a trouvé par l'obſervation que la hauteur apparente du ſoleil eſt, par exemple, de 22^d 50', il faudra chercher dans la Table quelle eſt la réfraction qui répond à cette hauteur, ou plutôt à celle qui en approche le plus, laquelle eſt de 23^d, & on trouvera que c'eſt 2' 18'': il faut donc retrancher cette quantité de 22^{d}50', & le reſte 22^d 47' 42'' ſera la hauteur véritable du ſoleil quand il paroît élevé de 22^d 50'.

PROBLÊME V.

121. *Connoiſſant la latitude du lieu & la déclinaiſon du Soleil, trouver la déclinaiſon d'un plan vertical par un point d'ombre du ſommet d'un ſtile attaché au plan.*

CINQUIE'ME ME'THODE

De trouver la déclinaiſon du plan.

Fig. 10. Il faut prendre un point d'ombre comme F, & ayant tiré, ou plutôt imaginé (151) FI perpend. à l'horiſontale HR, & la ligne DI, on meſurera ces deux lignes, auſſi-bien que DP avec le compas à verge; & on cherchera 1°. l'angle PID que l'on trouvera par la premiere analogie de l'art. 111; & on prendra ſon complément PDI. 2°. La hauteur du ſoleil par la proportion de l'art. 110. 3°. L'angle IDL de la maniere que nous expoſerons (124). Nous avons vû (112) que l'angle PDI eſt égal à celui qui eſt compris entre le vertical du ſoleil & le vertical du plan: & par la même raiſon l'angle IDL eſt égal à celui que fait le vertical du ſoleil avec le méridien. Nous déſignerons ces deux angles en nommant l'un le premier, c'eſt ici PDI, & l'autre le ſecond, c'eſt IDL. Il peut arriver trois cas: le premier, c'eſt lorſque le point d'ombre eſt entre la verticale du plan & la méridienne, comme F; le ſecond, quand le point d'ombre eſt au-delà de la méridienne, comme G: le

troisiéme enfin, lorſque le point d'ombre eſt du côté de la verticale oppoſé à la méridienne, comme *f*. Dans le premier cas il faut ajouter les deux angles, la ſomme PDL ſera la déclinaiſon du plan. Dans le ſecond cas il faut retrancher le ſecond angle LDK du premier PDK, le reſte PDL ſera auſſi la déclinaiſon. Enfin dans le 3me cas il faut ôter le premier angle PD*i* du ſecond *i*DL, le reſte PDL ſera encore la déclinaiſon. Ces trois cas ſe peuvent réduire à deux, ſi on n'en fait qu'un des deux derniers; & pour lors on dira que dans le premier cas la déclinaiſon du plan eſt égale à la ſomme des deux angles, & que dans le ſecond elle eſt égale à la différence de ces deux angles. La vérité de ces deux cas paroît évidemment par la ſeule inſpection de la figure 10, pourvû qu'on ſe ſouvienne de l'art. 89. Nous les montrerons cependant encore comme dans la nature même (128.) Fig. 10.

Il s'agit préſentement de montrer comment on trouvera l'angle fait par le vertical du ſoleil & le méridien, en ſuppoſant qu'on connoît la latitude du lieu, la déclinaiſon du ſoleil & la hauteur du ſoleil pour le moment auquel on a marqué le point d'ombre: c'eſt un Problême qui appartient à la Trigonométrie ſphérique dont la connoiſſance n'eſt cependant pas néceſſaire pour entendre la pratique que nous allons expliquer. Il conſiſte à trouver un angle d'un triangle ſphérique dont on connoît les trois côtés.

122. Soit la figure 12, dans laquelle le cercle HZPR repréſente le méridien du lieu, dont les deux points P & Z ſont le pole & le zenith, AT eſt l'équateur, HR l'horiſon, PSD le cercle horaire qui paſſe par le ſoleil S dans le tems qu'on marque le point d'ombre, ZSO le vertical du ſoleil. Il eſt évident 1°. que ZA eſt la latitude du lieu, parce que c'eſt la diſtance du zenith à l'équateur; 2° que SD diſtance du ſoleil à l'équateur, eſt la déclinaiſon du ſoleil; 3°. enfin que SO, diſtance du ſoleil à l'horiſon, eſt la hauteur du Fig. 12.

Fig. 12. ſoleil ſur l'horiſon. Cela poſé, les arcs PZA, PSD & ZSO étant des quarts de cercle, dans le triangle ſphérique ZPS le côté PZ eſt le complément de la latitude, PS eſt le complément de la déclinaiſon du ſoleil, & ZS le complément de la hauteur du ſoleil. Ces trois côtés ſont donc connus par l'hypothèſe ; on pourra donc trouver l'angle PZS, dont le ſupplément eſt l'angle AZS que forme le vertical ZSO du ſoleil avec le méridien HZPR du côté du pole abbaiſſé. Nous ferons voir dans la ſuite que quand le plan du Cadran eſt tourné au nord de quelque maniere que ce ſoit, l'angle cherché eſt PZS, & que c'eſt AZS quand il eſt tourné au midi.

123. Quand nous avons dit que PS eſt le complément de la déclinaiſon du ſoleil, c'étoit dans l'hypothèſe que cette déclinaiſon étoit vers le pole élevé ſur l'horiſon. Mais ſi le ſoleil eſt du côté de l'autre pole, alors P*s* (Fig. 13) eſt la ſomme d'un arc de 90 degrés qui s'étend depuis le pole élevé juſqu'à l'équateur, & de la déclinaiſon du ſoleil.

Voici la méthode pour trouver un angle d'un triangle ſphérique dont on connoît les trois côtés. Nous allons l'expoſer en l'appliquant au triangle ſphérique ZPS dont il faut trouver l'angle PZS.

124. 1°. On cherchera l'excés du plus grand des côtés ZS & ZP, qui contiennent l'angle cherché Z, ſur le plus petit des deux : on ajoutera cet excès avec la baſe PS, & on prendra la moitié de la ſomme. 2°. On retranchera cet excès de la même baſe PS, & on prendra la moitié du reſte ou de la différence. 3°. On cherchera le logarithme du ſinus de la moitié de la ſomme & celui du ſinus de la moitié de la différence : enſuite on ajoutera ces deux logarithmes avec le double du logarithme du rayon, qui eſt le ſinus total ou de 90 degrés, pour en avoir la ſomme. 4°. On ôtera de cette derniere ſomme celle des logarithmes des ſinus des deux côtés qui comprennent l'angle PZS, la moitié du

reste sera le logarithme du sinus de la moitié de cet angle, dont le supplément est l'angle cherché AZS. Fig. 12.

125. Cette méthode est fondée sur une proportion géométrique démontrée dans la Trigonométrie sphérique, dont voici les quatre termes : le premier est le produit des sinus des deux côtés ZS & ZP. Pour désigner le second, je suppose ZS plus grand que ZP, & j'appelle l'excès SN : cela posé, le second terme est le sinus de la moitié de la somme de PS plus SN multiplié par le sinus de la moitié de la différence de PS à SN. Le troisiéme terme est le quarré du rayon ; & enfin le quatriéme est le quarré du sinus de la moitié de l'angle Z. Cette proportion étant supposée, on en déduira facilement la méthode précédente, en faisant attention que la propriété des logarithmes est de convertir la multiplication en addition, & la division en soustraction : car cela posé, on verra aisément que l'opération du 3me article, à laquelle préparent celles des deux premiers, représente le produit des moyens, & que par le quatriéme on fait la même chose que si on divisoit ce produit par le premier terme.

Voici un exemple dans lequel on suppose la hauteur du soleil sur l'horison de $39^d\ 52'$, la latitude de $48^d\ 51'$, la déclinaison du soleil de 20^d, vers le pole élevé; les complémens représentés par les côtés ZS, ZP & PS seront $50^d\ 8'$, $41^d\ 9'$, & 70^d, Ainsi 1°. l'excès de ZS sur ZP sera $8^d\ 59'$; par conséquent la somme de la base PS & de cet excès sera $78^d\ 59'$, dont la moitié est $39^d\ 29'\frac{1}{2}$. 2°. La différence de la base & du même excès sera $61^d\ 1'$, dont la moitié est $30^d\ 30'\frac{1}{2}$. 3°. Les logarithmes de $39^d\ 29'\frac{1}{2}$ & de $30^d\ 30'\frac{1}{2}$ sont à peu près 980343 & 970557, lesquels étant ajoutés avec 2000,000 qui est le double du logarithme du rayon, (car je retranche les deux derniers chifres de tous les logarithmes), donnent la somme 3950900. 4°. Si de cette somme on ôte 1970335 qui est celle des logarithmes de ZS & de ZP, il restera 1980565, dont la moi-

Fig. 12. tié 990282 eſt le logarithme du ſinus de $53^{d}\ 5'$; par conſéquent l'angle PZS eſt de $106^{d}\ 10'$: ainſi ſon ſupplément AZS eſt de $73^{d}\ 50'$. On auroit pu négliger les demi-minutes.

La Table VI qui eſt à la fin de ce Traité, pourra ſervir à trouver les angles que fait le vertical du ſoleil avec le méridien, lors même que la latitude ou la déclinaiſon du ſoleil, ou ſa hauteur n'eſt pas tout-à-fait la même qu'elle eſt ſuppoſée dans la Table, pourvû qu'elle en approche.

126. Quand on connoît l'angle PZS ou AZS que fait le vertical du ſoleil avec le méridien, lequel angle eſt le même que IDL (fig. 10), ou LDK ou *i*DL, il faut le comparer avec le premier angle PDI ou PDK ou PD*i*. Si le point d'ombre a été pris entre la verticale du plan & la méridienne, la déclinaiſon du plan eſt égale à la ſomme de ces deux angles : mais ſi le point d'ombre a été pris hors de ces lignes & de l'eſpace compris entre deux, cette déclinaiſon eſt égale à la différence des deux angles : c'eſt ce que nous allons faire voir.

127. Afin de faire concevoir plus clairement la vérité des trois cas marqués dans l'article 121, nous allons les montrer par le moyen de la fig. 15, comme dans la nature même ou dans la ſphere naturelle. Le cercle ENOM repréſente l'horiſon; le centre Z, le zenith; & les différens diametres, pluſieurs cercles verticaux; ſçavoir NM, le méridien du lieu; EO, le premier vertical; les points N, M ſont le nord & le midi, & les points E, O l'eſt & l'oueſt, c'eſt-à-dire, l'orient & l'occident : AB repréſente le plan vertical dont il faut chercher la déclinaiſon, & CD perpendiculaire à AB eſt le vertical du plan. Nous conſidérerons d'abord ce plan comme tourné vers le midi M : dans ce cas il décline vers l'orient, & ſa déclinaiſon eſt l'angle AZE, ou ſon égal CZM (42 & 43). Or afin d'appliquer les trois cas de l'art. 121 à cette figure, nous

Fig. 15.

remarquerons que l'on peut déduire de l'art. 3 que les points marqués ſur le plan du Cadran doivent être ſitués entre eux comme ceux qu'ils repréſentent dans le Ciel, en ſorte que ſi trois points du Ciel ſont repréſentés ſur le plan, celui qui dans le Ciel eſt entre les deux autres y doit être auſſi ſur le plan. Fig. 15.

128. Cela étant, il eſt clair que quand le point d'ombre tombe entre la verticale du plan & la méridienne, il faut que le ſoleil, dont le lieu eſt toujours repréſenté par le point d'ombre, ſoit entre le vertical du plan & le méridien : ſi le point d'ombre tombe au-delà de la méridienne par rapport à la verticale du plan, le ſoleil eſt au-delà du méridien par rapport au vertical du plan : enfin lorſque le point d'ombre tombe du côté de cette verticale oppoſé à la méridienne, le ſoleil ſe trouve du même côté du vertical du plan. D'ailleurs le ſoleil ne peut éclairer un plan du midi que quand il eſt dans quelques-uns des quarts de cercles verticaux, comme ZF, ZG, ZH, ZR, compris entre le plan & la demi-circonférence horiſontale ACB, qui contient le ſud ou midi M. Il paroît donc 1°. que quand le point d'ombre eſt entre la verticale du plan & la méridienne, le ſoleil ſe trouve alors ſur un quart de cercle vertical, comme ZF, ſitué entre le vertical du plan & le méridien. Or la déclinaiſon du plan, qui eſt CZM, eſt pour lors égale à la ſomme des angles CZF & FZM, dont le premier eſt formé par le vertical du plan & le vertical du ſoleil, & le ſecond par le même vertical du ſoleil & le méridien. 2°. Que ſi le point d'ombre tombe du côté de la méridienne oppoſé à la verticale du plan, le ſoleil eſt ſur un vertical, comme ZG, ſitué auſſi au-delà du méridien par rapport au vertical ZC : mais alors la déclinaiſon CZM eſt égale à la différence des angles CZG & MZG, comme il eſt marqué dans le ſecond cas de l'art. 121 : 3°. Enfin que quand le point d'ombre tombe du côté de la verticale du plan oppoſé à la méridienne, le ſoleil répond alors à un

Fig. 15. vertical, comme ZH ou ZR, ſitué ſemblablement par rapport à ZC & à ZM; & la déclinaiſon CZM eſt encore égale à la différence des angles HZC & HZM, comme il eſt dit dans le troiſiéme cas de l'article cité.

On verra de même que ſi on conſidere le plan AB, en tant qu'il regarde vers le nord, ſa déclinaiſon DZN égale à BZO ſera dans le premier cas la ſomme des angles DZI & IZN, c'eſt quand le ſoleil eſt dans le vertical ZI : dans le ſecond cas ce ſera la différence des angles DZK & KZN, c'eſt lorſque le ſoleil eſt ſur ZK, & dans le troiſiéme, celle des angles LZD & LZN, ſçavoir quand il répond à ZL.

129. Lorſqu'un plan du midi, comme AB, eſt éclairé par le ſoleil, il faut que cet aſtre ſoit alors du côté du midi ſur un quart de cercle compris entre ce plan & le demi-cercle AMB : il eſt donc évident que quand il s'agit d'un plan du midi, l'angle du vertical du ſoleil avec le méridien eſt, dans les trois cas, du côté du ſud ou midi : mais ſi le plan eſt tourné au nord, l'angle du vertical du ſoleil avec le méridien eſt celui qui eſt du côté du nord; car dans ce cas le ſoleil eſt vers le nord à l'égard du plan : ainſi dans les figures 12, 13 & 14, il faut prendre l'angle AZS pour les plans du midi, & PZS pour les plans du nord.

Fig. 10. 130. On peut déduire de ce que nous avons dit, une méthode de s'aſſurer ſi un plan, ſoit du midi, ſoit du nord, décline vers l'orient ou vers l'occident : car s'il décline vers l'orient l'angle PD*i* que fait le vertical du ſoleil avec le vertical du plan avant que le point d'ombre tombe ſur la verticale DP, eſt moindre que l'angle *i*DL que fait le même vertical du ſoleil avec le méridien : & l'après midi le premier angle PDK eſt plus grand que le ſecond LDK. Cela vient de ce que ſur ce plan la verticale du plan eſt à l'occident de la méridienne, auſſi-bien que le pied du ſtile & la ſouſtilaire (49). Par la raiſon oppoſée le contraire arrive, ſi le plan décline vers l'occident : car alors l'angle du vertical du

ſoleil avec le vertical du plan, eſt plus grand le matin Fig. 10.
que l'angle du même vertical du ſoleil avec le méridien, & le ſoir quand l'ombre a paſſé la verticale du plan, le premier angle eſt plus petit que le ſecond.

131. La déclinaiſon étant le fondement de toutes les autres opérations qu'il faut faire pour tracer le Cadran, on doit donner toute ſon attention à la déterminer exactement: c'eſt pourquoi il ne ſuffiroit pas d'employer ſeulement un ou deux points d'ombre, il faut en prendre pluſieurs, par exemple 10 ou 12, qui s'accordent à donner la même déclinaiſon du plan à quelques minutes près.

132. Voici comment on fait pour déterminer la déclinaiſon du plan, quand pluſieurs opérations la donnent un peu différente, ſoit qu'elles aient été faites en un même jour, ou en pluſieurs jours. Je ſuppoſe qu'ayant fait douze opérations on ait trouvé par la premiere 45^d de déclinaiſon, par la ſeconde 45^d 4$'$, par la troiſiéme 45^d 6$'$, par la quatriéme 45^d 10$'$, par la cinquiéme 45^d 12$'$, par la ſixiéme 45^d 15$'$, par la ſeptiéme 45^d 16$'$; par la huitiéme 45^d 18$'$, par la neuviéme 45^d 20$'$, par la dixiéme 45^d 23$'$, par la onziéme 45^d 25$'$, & par la douziéme 45^d 28$'$. Il faut ajouter enſemble toutes ces différentes quantités, la ſomme ſera 542^d 57$'$. On diviſera enſuite cette ſomme par 12, & on trouvera le quotient 45^d & environ 15$'$ qui exprime, à très-peu de choſe près, la véritable déclinaiſon du plan. Si parmi les déclinaiſons qu'on a trouvées il y en a quelqu'une trop différente de la plûpart des autres, il faut la rejetter ſans y faire attention: ſi, par exemple, outre les douze précédentes on avoit encore trouvé celle-ci, 43^d 50$'$, il faudroit la négliger, parce qu'elle viendroit ſûrement de quelque défaut, comme celui du plan qui peut être creux ou en boſſe dans l'endroit où on auroit pris le point d'ombre.

133. Il eſt à propos, tant pour faciliter le calcul que pour éviter les fautes, de mettre de l'ordre dans la

pratique. Pour cela on fera toutes les opérations semblables de suite : si on a pris douze points d'ombre, on cherchera d'abord, 1°. pour chaque point d'ombre l'angle du vertical du soleil avec le vertical du plan par la premiere analogie de l'art. 111. 2°. Quand ou aura fait ces douze opérations semblables on cherchera par l'analogie de l'art. 110 la hauteur du soleil pour les 12 points, & on aura soin de ne pas mettre ces secondes opérations avec les premieres, de peur de les confondre dans la suite. 3°. On cherchera l'angle du vertical du soleil avec le méridien, & comme cette opération en contient plusieurs autres, on pourra encore la diviser en pratiquant d'abord pour chaque point d'ombre les deux 1[res] parties de la méthode, & en faisant ensuite les 2 dernieres : mais il faut se souvenir de prendre l'angle PZS fig. 12 pour les plans du nord, & le supplément AZS pour les plans du midi. Voici encore un exemple dans lequel nous supposons que le soleil décline de 23[d] 28′ vers le pole inférieur.

ZS = 75[d] 1′	sin. ar. 998498.	PS =	113[d] 28′
ZP = 41 9	sin. ar. 981825.	reste	33 52
reste 33[d] 52′	som. 1980323.	différence	79[d] 36′
PS = 113[d] 28′		moit. de la diff.	39 48
somme 147[d] 20′			
moit de la som. 73[d] 40′	sin. ar. 998211.		
moit. de la dif. 39 48	sin. ar. 980625.		
double du log. du rayon	2000000.		
somme	3978836.		
	1980323.		
	1998513.		
	999256	sin. art. de	79[d] 26
			79 26
		somme	158[d] 52′

l'angle PZS vaut donc 158[d] 52′, le supplément AZS sera par conséquent 21[d] 8′.

Ces mots abrégés ſin. ar. ſignifient ſinus artificiel, c'eſt-à-dire, logarithme du ſinus : ainſi cette expreſſion $75^d\ 1'$ ſin. ar. 998498 ſignifie que 998498 eſt le logarithme du ſinus de $75^d\ 1'$.

Je ſuppoſe qu'il s'agiſſe d'un plan du midi, & que le point d'ombre qui a fait trouver cet angle AZS ſoit entre la verticale du plan & la méridienne; ſi d'ailleurs l'angle du vertical du ſoleil avec le vertical du plan eſt de $24^d\ 7'$, la déclinaiſon du plan, qui dans ce cas eſt la ſomme de ces deux angles, ſera de $45^d\ 15'$.

Préparation pour le Problême VI.

134. Dans le Problême qui ſuit nous donnerons une méthode qui ſuppoſe qu'on ſçait l'heure qu'il eſt dans le tems que l'on prend un point d'ombre. Or on peut connoître l'heure qu'il eſt, ſoit par la hauteur du ſoleil, comme nous allons l'expliquer, ſoit par une méridienne ou un bon Cadran, ſoit par une Pendule à ſecondes reglée ſur le mouvement moyen du ſoleil, pourvû qu'on ait égard à l'équation ſolaire. Dans la pratique de cette méthode il eſt preſque toujours néceſſaire d'avoir une bonne Montre à minutes, ou même à ſecondes, laquelle ayant été miſe ſur le ſoleil par quelqu'un de ces trois moyens, pourra enſuite marquer l'heure ſans erreur ſenſible pendant 7 ou 8 heures ou environ,

Maniere de trouver l'heure qu'il eſt par la hauteur du Soleil.

135. Quand on connoît la hauteur du ſoleil ſur l'horiſon, on peut trouver l'heure qu'il eſt, pourvû qu'on ſçache d'ailleurs la latitude du lieu & la déclinaiſon du ſoleil. Pour entendre comment on peut trouver l'heure, il faut conſidérer le triangle ſphérique ZPS dont le côté PZ eſt le complément de la latitude (122), le côté PS le complément de la déclinaiſon du ſoleil vers le pole élevé, & le côté ZS le complément de ſa hauteur : Fig. 12.

Fig. 12. ainſi, comme on ſuppoſe qu'on connoît la latitude, la déclinaiſon du ſoleil & ſa hauteur, on trouvera l'angle P compris entre le méridien PZ & le cercle horaire PS, lequel angle étant réduit en heures ſera le tems qu'il y a entre midi & l'inſtant auquel on a marqué le point d'ombre. Ainſi on connoîtra l'heure qu'il étoit pour lors.

136. Si la déclinaiſon du ſoleil étoit vers le pole abbaiſſé, le côté Ps ſeroit la ſomme d'un quart de cercle & de la déclinaiſon, comme on voit dans la fig. 13.

137. Pour réduire en heures l'angle P ou l'arc AD qui en eſt la meſure, on prendra une heure pour 15 degrés, 4 minutes de tems ou d'heure pour un degré, une minute d'heure pour 15 min. de degré, 4 ſecondes de tems pour une min. de degré: enfin une ſeconde de tems pour 15 ſecondes de degré.

138. On trouvera l'angle P par la méthode expliquée (124); ainſi 1°. On cherchera l'excès du plus grand des côtés PZ & PS qui forment l'angle cherché P, ſur le plus petit des deux : on ajoutera cet excès avec la baſe ZS, & on prendra la moitié de la ſomme. 2°. On retranchera cet excès de la même baſe ZS, & on prendra la moitié du reſte ou de la différence. 3°. On cherchera le logarithme du ſinus de la moitié de la ſomme & celui du ſinus de la moitié de la différence; enſuite on ajoutera ces deux logarithmes avec le double du logarithme du rayon, qui eſt le ſinus de 90^d pour en avoir la ſomme. 4°. On ôtera de cette derniere ſomme celle des logarithmes des ſinus des deux côtés qui comprennent l'angle P, la moitié du reſte ſera le logarithme du ſinus de la moitié de l'angle P.

Voici un exemple dans lequel on ſuppoſe la latitude de 48^d 51$'$, la déclinaiſon du ſoleil vers le pole élevé ſur l'horiſon de 20^d, & ſa hauteur ſur l'horiſon de 39^d 53$'$, les complémens repréſentés par les côtés PZ, PS, & ZS feront 41^d 9$'$, 70^d, & 50^d 7$'$. Ainſi 1°. l'excès de PS ſur PZ ſera 28^d 51$'$; par conſéquent la ſomme de la

base ZS & de cet excès sera $78^d\ 58'$; dont la moitié est Fig. 12.
$39^d\ 29'$. 2°. La différence de la base & du même excès
sera $21^d\ 16'$, dont la moitié est $10^d\ 38'$. 3°. Les sinus artificiels de $39^d\ 29'$ & de $10^d\ 38'$ sont 980336 & 926605, lesquels étant ajoutés avec 2000000 qui est le double du logarithme du rayon, (car je retranche les deux derniers chiffres de tous les logarithmes), donnent la somme 3906941. 4°. Si de cette somme on ôte 1979124 qui est celle des sinus artificiels de PZ & de PS, il restera 1927817, dont la moitié 963908 est le logarithme du sinus de $25^d\ 50'$; par conséquent l'angle ZPS est de $51^d\ 40'$. Or cet angle horaire répond à $3^h\ 26^m\ 40^s$. Si donc la hauteur du soleil a été prise avant midi, il faut ôter $3^h\ 26^m\ 40^s$ de 12^h, & on trouvera $8^h\ 33^m\ 20^s$, c'est l'heure qu'il étoit alors ; mais si cette hauteur a été prise après midi, il étoit $3^h\ 26^m\ 40^s$.

139. Afin de trouver l'heure par la méthode des art. précédens, on observera exactement l'heure qu'il est à une Montre quand on marque le point d'ombre dont on se sert pour connoître la hauteur du soleil : il est à propos de déterminer l'heure par deux ou trois points d'ombre pris 4 ou 5 minutes les uns après les autres, afin de voir s'ils donnent des heures aussi eloignées entre elles que les instans auxquels on a pris les points d'ombre. On doit écrire l'heure qu'il est à la Montre quand on marque chaque point d'ombre, afin de ne rien confondre. Si on veut se servir de ce moyen afin de connoître le moment de midi, & de marquer un point d'ombre à cet instant, il est bon de ne prendre la hauteur du soleil que peu de tems avant midi, par exemple, entre 9 & 10 heures, afin que l'on soit plus assuré que la Montre n'a ni avancé ni retardé depuis les momens auxquels on a marqué les points d'ombre jusqu'à midi.

140. On peut aussi mettre une Montre sur le soleil en observant le moment de son lever ou de son cou-

cher, pourvû que l'on ſçache d'ailleurs à quelle heure il doit ſe lever ou ſe coucher; ce qui ſe peut connoître par le Problême que nous avons donné à ce ſujet dans le Traité de la Sphere, Liv. 4, art. 1, & par la Table que nous y avons ajoutée. Voici comment il faut s'y prendre pour pratiquer cette méthode : on obſervera d'abord quelle heure il eſt à la Montre quand le bord ſupérieur du ſoleil commence à paroître : enſuite on examinera à quelle heure le bord inférieur ſe leve, l'inſtant également éloigné de ces deux momens eſt le tems auquel le centre du ſoleil s'eſt levé. Si donc ce tems eſt le même que celui qu'on trouve par le calcul ou dans la Table, c'eſt une marque que la Montre eſt ſur le ſoleil: mais ſi ce tems eſt différent de l'heure trouvée par le calcul ou dans la Table, on connoîtra que la Montre précede ou ſuit le ſoleil, & de combien. Je ſuppoſe, par exemple, que le bord ſupérieur du ſoleil s'eſt levé lorſque la Montre marquoit $4^h\,8^m$, & que l'autre bord a paru ſur l'horiſon à $4^h\,10^m$: dans cette hypothèſe le centre du ſoleil s'eſt levé à $4^h 9^m$, parce que ce moment eſt également éloigné de $4^h\,8^m$ & de $4^h\,10^m$: c'eſt pourquoi ſi on a trouvé par le calcul ou dans la Table que le ſoleil doit ſe lever ce même jour à $4^h\,9^m$, la Montre eſt ſur le ſoleil: mais ſi le calcul ou la Table annonce le lever du ſoleil à $4^h\,5^m$, on connoîtra que la Montre précede le ſoleil de 4^m, puiſqu'elle marque 9^m quoiqu'il n'en ſoit que cinq.

141. On ſuppoſe ici 1°. que l'on puiſſe voir l'horiſon dans l'endroit ou le ſoleil ſe leve ou ſe couche : c'eſt pourquoi lorſqu'il y a quelque montagne voiſine vers l'orient ou vers l'occident, on eſt obligé de monter ſur quelque hauteur. On ſuppoſe en ſecond lieu que dans le calcul ou dans la Table dont on ſe ſert on ait égard à la réfraction, qui fait paroître le ſoleil élevé de 32^m plus qu'il ne l'eſt effectivement quand on le voit à l'horiſon.

142. Pour regarder le ſoleil ſans danger de ſe bleſſer la

la vûe, il faut avoir un verre noirci d'un côté par la fumée d'une chandelle à laquelle on a exposé ce verre ; & afin que la couche de fumée qui s'y est attachée ne soit pas enlevée par les doigts ou les autres corps qui le touchent, on peut joindre un autre verre au côté noirci, en l'y attachant avec de la cire d'Espagne, ou du papier collé au bord.

143. Il faut prendre garde que si une Montre avoit été mise sur le soleil dans un endroit comme Paris, & qu'on s'en écartât le même jour vers l'orient de 15 minutes en longitude, qui font environ 4 lieues quand on est vers le 49me degré de latitude, il seroit plus tard d'une minute dans le lieu où l'on se trouveroit, qu'il ne seroit marqué par la Montre. Ce seroit le contraire si on alloit à l'occident : mais il n'y auroit aucune différence de tems si on alloit ou au midi ou au septentrion.

Tout cela posé, nous allons encore proposer une autre méthode de trouver la déclinaison du plan, qui suppose qu'on connoît deux instans également éloignés de midi, l'un avant, l'autre après.

PROBLÊME VI.

Connoissant deux instans également éloignés de midi, trouver la déclinaison d'un plan vertical.

SIXIEME METHODE

De trouver la déclinaison du plan.

144. Il faut prendre deux points d'ombre F & G, l'un avant & l'autre après midi à des heures qui en soient également éloignées, par exemple, à 11^h & à 1^h, ou bien à 11$^h\frac{1}{2}$, & à midi & demi : (Nous appellerons *correspondantes* ces heures qui sont également éloignées de midi, & les points d'ombre que l'on marque à ces heures seront aussi appellés *correspondans* :) ensuite on tirera de ces points les perpendiculaires FI & GK à l'horisontale, & l'on menera les lignes DI, DK pour avoir les triangles DPI & DPK, dans chacun desquels Fig. 10.

Fig. 10. on connoît trois choses, sçavoir, l'angle droit en P, le côté commun DP, enfin PI dans le premier, & PK dans le second, que l'on mesure avec une échelle des parties égales, aussi-bien que la hauteur du stile DP. On trouvera donc facilement les angles PDI & PDK, en faisant pour ce triangle DPI l'analogie suivante, dans laquelle on considere DP comme sinus total ou rayon dont le centre est D, & le côté PI comme la tangente de l'angle PDI.

DP *est à* PI *comme le sinus total est à la tangente de l'angle* PDI.

Si la hauteur DP est de 1250 parties & le côté PI de 500, on trouvera que l'angle PDI est de 21^d 48′. On fera une proportion semblable pour trouver l'angle PDK : Si on suppose le côté PK égal à 875 parties de l'échelle, on trouvera que cet angle est de 35 degrés.

145. Après avoir trouvé ces deux angles, on les ajoute ensemble pour en avoir la somme, dont la moitié est la déclinaison du plan : dans notre exemple la somme des deux angles est 56^d 48′, dont la moitié 28^d 24′ est la déclinaison du plan, en supposant que le point d'ombre F est entre la verticale du plan & la méridienne.

146. Mais si ce point est du côté de la verticale opposé à la méridienne, comme en *f*, alors après avoir cherché les deux angles PD*i* & PDK & les avoir ajoutés ensemble, pour prendre ensuite la moitié de la somme, qui est *i*DL, il faut ôter de cette moitié l'angle PD*i*, le reste PDL sera la déclinaison du plan : par exemple, si l'angle PD*i* est de 20 deg. & l'angle PDK de 35, la somme sera de 55^d, & la moitié de la somme de 27^d 30′, de laquelle si on ôte 20 deg, on aura le reste 7^d 30′, qui sera la déclinaison du plan.

147. On peut remarquer qu'on auroit trouvé la même chose d'une maniere plus abregée, si on avoit pris la moitié de la différence des angles PD*i* & PDK. car en ôtant PD*i* de PDK on a le reste ou la différence 15^d,

dont la moitié est $7^d\ 30'$. Or cela arrivera toujours ainsi, parce que la moitié de la somme de deux quantités inégales est nécessairement égale à la plus petite, plus à la moitié de la différence des deux, comme il paroîtra évidemment en prenant deux nombres différens, tels que 8 & 12 pour exemple. Par conséquent en retranchant la plus petite quantité de cette moitié de la somme, il restera la moitié de la différence. Ainsi on aura la même grandeur, soit qu'on retranche la plus petite quantité de la moitié de la somme, soit qu'on prenne la moitié de la différence. Fig. 10.

Nous appellerons le premier cas celui où un des deux points d'ombre correspondans est entre la verticale du plan & la méridienne, & le second celui où ni l'un ni l'autre point ne se trouvent entre ces deux lignes. Quoique la ligne méridienne ne soit point tirée, on voit bien si le point d'ombre est entre cette ligne & la verticale du plan, parce que la méridienne est une verticale qui passe par le point d'ombre de midi.

Cela posé, la seule chose qui reste à prouver dans cette méthode est que la déclinaison du plan est égale à la moitié de la somme des angles PDI & PDK dans le premier cas; & que dans le second elle est égale à la moitié de la différence des angles PDI & PDK: c'est ce que nous allons démontrer.

DÉMONSTRATION.

148. Ier CAS. Les cercles verticaux sont perpendiculaires à l'horison : d'ailleurs l'horison l'est au plan vertical; par conséquent les lignes droites qui sur ce plan représentent les cercles verticaux doivent aussi être perpendiculaires à l'horisontale (8): ainsi les lignes FI & GK qui sont tirées des points d'ombre perpendiculairement sur l'horisontale, représentent les cercles verticaux dans lesquels étoit le soleil dans le tems qu'on a pris les deux points d'ombre. Or comme on a marqué ces deux points à des heures également éloignées Fig. 10.

Fig. 10. de midi, les deux verticaux font à égale diftance du méridien, ou ce qui revient au même, ces verticaux font des angles égaux avec le méridien,un vers l'orient, l'autre vers l'occident. Si donc on fait l'angle IDK qui ait fon fommet au point D, qui eft le centre divifeur de l'horifontale, & que cet angle égal à celui que font entre eux les deux verticaux (67), foit divifé en deux parties égales par la ligne DL, elle coupera l'horifontale au point d'interfection de la méridiennne; par conféquent l'angle PDL fera la déclinaifon du plan (89). Or cet angle PDL eft la moitié de la fomme des angles PDI & PDK, puifqu'il contient le plus petit de ces deux angles, plus la moitié de leur différence, fçavoir, PDI plus IDL qui eft la moitié de l'angle IDK, lequel eft la différence de PDI & de PDK. Donc en prenant la moitié de la fomme de ces deux derniers angles, on a la déclinaifon du plan.

149. II. CAS. La démonftration eft la même, parce
Fig. 10. qu'en tirant la ligne DL qui divife l'angle *i*DK, lequel eft la fomme des angles PD*i* & PDK, en deux parties égales, elle doit rencontrer l'horifontale au point d'interfection de la méridienne (67); & par conféquent l'angle PDL eft la déclinaifon du plan. Or cet angle eft ce qui refte de l'angle *i*DL, qui eft la moitié de la fomme *i*DK, après en avoir retranché le plus petit angle PD*i*; par conféquent dans le fecond cas il faut ôter de la moitié de la fomme le plus petit des deux angles, & le refte eft la déclinaifon du plan; ou, ce qui revient au même (147), la déclinaifon eft égale à la moitié de la différence des deux angles PD*i* & PDK.

150. Il y a un cas particulier, c'eft quand on prend un des deux points d'ombre correfpondans, comme F, fur la verticale ZPD, alors la déclinaifon du plan eft égale à la moitié de l'angle PDK, parce que cet angle étant égal à celui qui eft entre les deux verticaux (67), il faut que la ligne DL qui le coupe en deux parties égales paffe par le point d'interfection de la méridienne &

de l'horiſontale. On peut voir la remarque que nous avons faite ſur ce cas (115) après le 4me Problême. Fig. 10.

151. Il eſt bon de remarquer que dans la pratique il n'eſt pas néceſſaire de tirer des lignes verticales par les points d'ombre marqués, non plus que les lignes DI, DL, DK : il ſuffit de prendre la diſtance des points d'ombre à la verticale ; ce qui ſe fait en ouvrant le compas à verge, ou un autre, de maniere que ſi on applique une de ſes pointes ſur le point d'ombre, & qu'on tourne enſuite l'autre pointe, celle-ci raſe la verticale du plan ſans aller au-delà.

152. Au lieu d'une Montre ou d'une Pendule pour marquer les deux points d'ombre correſpondans, on peut ſe ſervir d'un plan horiſontal ſur lequel il faut décrire pluſieurs circonférenccs concentriques ; qui aient pour centre le pied d'un ſtile attaché à ce plan, comme ſi on vouloit y tracer une méridienne. (Traité de la Sphere Livre III, article 2) : je ſuppoſe qu'on ait un plan de cette ſorte ; voici comment on en fait uſage : On marque les deux points d'ombre ſur le plan vertical dans les deux inſtans auxquels l'ombre du ſtile attaché au plan horiſontal, eſt terminé à la même circonférence : car il eſt évident que ces deux inſtans ſont également éloignés de midi, puiſque l'ombre du ſtile du plan horiſontal eſt de la même grandeur, & que par conſéquent le ſoleil eſt à la même hauteur.

153. Au reſte on ne doit point appréhender que la réfraction empêche la juſteſſe de l'opération par rapport au plan horiſontal, parce que le ſoleil ſe trouvant à la même hauteur dans les deux inſtans auxquels l'ombre ſe termine à la même circonférence, l'effet de la réfraction eſt le même dans ces deux momens. On croiroit peut-être qu'il y a plus lieu de craindre pour les deux points d'ombre que l'on marque ſur le plan vertical : car quoique le ſoleil ſoit également élevé ſur l'horiſon du lieu quand on prend ces deux points, cépendant l'ombre du ſtile étant plus longue dans un

instant que dans l'autre, il paroît que la réfraction doit causer une plus grande augmentation sur l'ombre qui est plus longue. Néanmoins cette raison ne trouble pas l'exactitude de l'opération sur le plan vertical, parce que l'effet de la réfraction ne consiste qu'à augmenter la hauteur apparente du soleil, en sorte que malgré cette réfraction le soleil paroît dans le même vertical auquel il répond véritablement, & par conséquent le point d'ombre est toujours dans la même ligne verticale dans laquelle il seroit s'il n'y avoit point de réfraction.

154. Il n'en est pas de la déclinaison du soleil comme de la réfraction : car si le soleil change sensiblement de déclinaison entre les deux instans auxquels on marque les points d'ombre, comme il arrive vers le tems des équinoxes, alors l'opération en est moins exacte, soit qu'on se serve d'une Montre ou d'une Pendule, soit qu'on se regle sur l'ombre du stile d'un plan horisontal ou sur un Cadran solaire. C'est pourquoi l'usage de cette méthode est plus sûr vers les solstices. On peut néanmoins l'employer avec succès dans le tems des équinoxes, pourvû que les instans auxquels on prend les points d'ombre correspondans ne soient pas éloignés l'un de l'autre au-delà d'environ une ou deux heures, ou s'ils sont plus éloignés, il est à propos d'avoir égard à l'effet que produit le changement de déclinaison du soleil.

155. Pour donner une idée de l'erreur que ce changement peut causer, nous dirons que quand le soleil est dans les signes ascendans depuis le capricorne jusqu'au cancer, c'est-à-dire, lorsqu'il s'approche de notre zenith ; alors il arrive après midi au vertical correspondant à celui où il étoit quand on a marqué le point d'ombre avant midi ; il y arrive, dis-je, plutôt qu'il n'y seroit parvenu, s'il n'avoit pas changé de déclinaison : c'est pourquoi il faudroit retrancher quelque chose de l'heure de l'après-midi : si le tems entre

les deux inſtans eſt, par exemple, de 10^h, il faut ôter de ce tems environ 46 ſecondes vers l'équinoxe. Si donc on avoit pris le premier point d'ombre à 7^h du matin, il faudroit prendre le ſecond à 4^h 59^m 14^s après midi, c'eſt-à-dire, 46 ſecondes avant 5 heures. Si l'intervalle des deux inſtans n'eſt que de 4^h, alors il faut ôter ſeulement 32 ſecondes dans le tems de l'équinoxe. C'eſt le contraire quand le ſoleil eſt dans les ſignes deſcendans qui ſont depuis le cancer juſqu'au capricorne, (Traité de la Sphere Liv. III, art. 9, 10 & 11.) On voit par-là que l'erreur qui vient de cette cauſe eſt peu conſidérable. Nous ſuppoſons dans les exemples précédens que le lieu eſt à la latitude de Paris, ou à deux ou trois degrés de plus ou de moins.

156. Il peut arriver que la méthode qu'on vient d'expliquer ſoit difficile dans la pratique, ſoit parce que le ſoleil ceſſe d'éclairer par des rayons directs un plan du ſud quelque tems après midi, ou commence ſeulement à l'éclairer peu de tems avant midi, à cauſe de la grande déclinaiſon du plan; ſoit parce que le ſoleil n'eſt pas viſible certains jours avant ou après midi: ſoit parce qu'un plan du nord ne jouït de la preſence du ſoleil qu'avant ou après midi: dans ce dernier cas la méthode eſt impraticable abſolument: c'eſt pourquoi il faudroit avoir recours à quelques-unes des précédentes.

PROBLÊME VII.

Tracer la méridienne ſur un plan vertical.

Nous donnerons pluſieurs méthodes pour réſoudre ce Problême. En voici une qui ſuppoſe que l'on connoît le moment de midi, ſoit par une Pendule, ſoit par un bon Cadran ſolaire, ſoit par une méridienne déja décrite, ſoit par la hauteur du ſoleil, comme on l'a expliqué article 135.

PREMIERE METHODE.

157. On marquera le point du plan vertical ſur le

quel tombe l'ombre de l'extrémité du ſtile au moment de midi; ſi on tire une verticale qui paſſe par ce point, ou, ce qui revient au même, ſi on y fait paſſer une perpendiculaire à l'horiſontale, ce ſera la méridienne. Car 1°. ce point ſur lequel tombe l'extrémité de l'ombre du ſtile eſt dans la méridienne, puiſque l'extrémité de l'ombre doit tomber ſur cette ligne au moment de midi. 2°. La méridienne doit être verticale, puiſque c'eſt l'interſection de deux plans verticaux, ſçavoir de celui du Cadran & de celui du méridien.

Il faut relire ce que nous avons dit dans la préparation du 6me Problême ſur la maniere de ſe ſervir d'une Montre pour connoître le moment de midi. On jugera par-là que cette méthode que nous propoſons ici, eſt une des plus faciles pour décrire la méridienne, & par conſéquent pour trouver la déclinaiſon du plan (92). Or cette déclinaiſon étant connue, il n'y a plus de difficulté à tracer le Cadran, comme nous le verrons dans la ſuite.

158. REMARQUE. La pratique de cette méthode eſt plus ſûre lorſque le ſoleil décline vers le pole abbaiſſé, que quand il décline vers le pole élevé, parce que dans le premier cas l'ombre de l'extrémité du ſtile étant moins éloignée du pied du ſtile que dans le ſecond, elle parcourt un moindre eſpace dans le même tems: d'où il arrive que ſi on ſe trompe d'une minute, enſorte qu'on marque le point d'ombre une minute avant ou après midi, il ſera moins éloigné de la véritable méridienne que ſi on avoit marqué ce point d'ombre une minute avant ou après midi quand le ſoleil décline vers le pole élevé.

159. Il eſt aiſé de voir que ſi on connoiſſoit le centre du Cadran il n'y auroit qu'à tirer de ce point une perpendiculaire ſur l'horiſontale, & ce ſeroit la méridienne, puiſque cette ligne doit paſſer par le centre du Cadran, auſſi-bien que toutes les autres lignes horaires,

SECONDE ME'THODE.

160. Si on connoît la déclinaiſon PDL du plan, on trouvera aiſément la méridienne : car dans le triangle rectangle PDL on connoît trois choſes, ſçavoir l'angle droit P, l'angle de déclinaiſon D, & le côté DP qui eſt égal à la hauteur du ſtile PS ; par conſéquent on trouvera le côté PL, qui eſt la tangente de la déclinaiſon PDL en prenant DP pour rayon. Or connoiſſant la diſtance PL du point P qui eſt le pied du ſtile au point L, il faudra élever du point L une perpendiculaire ſur la ligne horiſontale, ce ſera la méridienne cherchée. Fig. 10.

Suppoſons la déclinaiſon du plan de 30 degrés, & le rayon DP ou la hauteur du ſtile PS de 1145 parties égales, on trouvera par le moyen des Tables que la tangente PL contient 661 parties égales à celles de la hauteur PS. Si donc on prend du point P vers L une diſtance égale à 661 parties de la hauteur du ſtile, le terme de cette diſtance ſera le point par lequel doit paſſer la méridienne.

Voici comment on trouve par les logarithmes que PL eſt de 661 parties : il faut faire l'analogie ſuivante, *Le ſinus total eſt à la tangente de* 30 *degrés, comme* 1145 *eſt au quatriéme terme*. Or les logarithmes des trois premiers termes ſont 1000000, 976144, 305881, qui feront trouver pour logarithme du quatriéme le nombre 282025, auquel répond 661. On voit bien que j'ai retranché les deux derniers chifres de chaque logarithme tel qu'il ſe trouve dans les Tables ordinaires.

161. Dans les plans déclinans du midi, la méridienne eſt à droite de la ſouſtilaire & de la verticale du plan quand ils déclinent vers l'orient ; mais elle eſt à gauche de ces deux lignes lorſqu'ils déclinent vers l'occident. C'eſt le contraire dans les plans déclinans du nord.

TROISIE'ME ME'THODE.

Fig. 10. 162. Nous ajoutons une troisiéme méthode selon laquelle 1°. il faut décrire plusieurs circonférences concentriques sur un plan horisontal, dont le centre soit le pied du stile qu'on attache à ce plan, comme si on vouloit décrire une ligne méridienne sur ce plan. 2°. Dans les deux instans auxquels l'ombre du stile se termine à l'une de ces circonférences du plan horisontal, il faut marquer les points d'ombre F & G de l'extrémité du stile attaché au plan vertical, l'un avant midi, l'autre après. (Dans ces deux instans le soleil est également élevé sur l'horison, & à égale distance du méridien; puisque l'ombre du stile attaché au plan horisontal étant terminée à la même circonférence est d'une même longueur dans l'un & dans l'autre moment.) 3°. Des points F & G marqués sur le plan vertical il faut tirer les perpendiculaires FI & GK sur l'horisontale, & du point D, qui est le centre diviseur de la ligne horisontale, on menera les lignes DI & DK. 4°. On divisera l'angle IDK en deux parties égales par la ligne DL. Si du point L on éléve une perpendiculaire sur l'horisontale, ce sera la méridienne : en voici la démonstration.

Les deux lignes FI & GK perpendiculaires sur l'horisontale représentent les cercles verticaux auxquels le soleil répond lorsqu'on marque les deux points d'ombre F & G; car puisque les cercles verticaux sont perpendiculaires à l'horison, & que d'ailleurs l'horison l'est aussi au plan vertical, il est nécessaire que les lignes qui représentent les cercles verticaux sur le plan vertical soient perpendiculaires à la ligne horisontale (8). Ainsi la ligne IK représente l'arc de l'horison compris entre les deux verticaux, lequel angle est la mesure de l'angle IDK, qui a son sommet au centre diviseur de l'horisontale. Or ces deux verticaux sont également éloignés du méridien, parce que l'ombre du stile du plan horisontal étoit égale dans les deux instans où l'on

a marqué les points d'ombre. Par conséquent si on divise en deux également l'angle IDK par la ligne DL, le point L de l'horisontale sera dans la méridienne. Si donc on éleve de ce point une perpendiculaire sur l'horisontale, on aura la méridienne. Fig. 1.

163. Cette méthode est là même dans le fond que la sixiéme dont on s'est servi pour trouver la déclinaison du plan : on l'a seulement réduite pour lors en calcul, au lieu qu'elle est ici toute géométrique. On peut donc aussi se servir ici d'une Montre comme pour trouver la déclinaison du plan par la sixiéme méthode qu'on a expliquée dans le sixiéme Problême. Mais soit qu'on se serve d'une Montre ou d'un plan horisontal, l'opération est plus exacte vers les solstices que vers les équinoxes, à cause de la déclinaison du soleil qui change sensiblement au tems des équinoxes. On peut relire ce que nous avons dit là-dessus (154). De plus il est à propos que la hauteur du stile qui est sur le plan horisontal soit d'environ un pied & encore plus grande, si cela se peut commodément, afin que l'erreur qui se glisse toujours dans l'opération ait un moindre effet.

La méridienne étant décrite on trouve aisément la déclinaison du plan par la premiere méthode du troisiéme Problême.

PROBLÊME VIII.

La déclinaison du plan étant donnée avec la hauteur du pole sur l'horison, trouver le centre du Cadran.

Nous supposons ici que la ligne horisontale est décrite, & qu'on a aussi tiré la ligne méridienne. Cela posé, voici deux méthodes de trouver le centre du Cadran, dont une est géométrique, ou plutôt méchanique, & l'autre se pratique par le calcul.

PREMIERE ME'THODE.

164. Soit l'horisontale HR, la verticale ZPD qui

Fig. 10. passe par le pied du stile P, l'angle de déclinaison PDL, la méridienne CLM : on prendra sur l'horisontale la partie HL égale à l'hypoténuse DL, sécante de la déclinaison PDL, le point H sera le centre diviseur de la méridienne (65) : ensuite on tirera la ligne CH qui fasse avec l'horisontale l'angle CHL égal à la hauteur du pole sur l'horison, le point C où la ligne CH rencontrera la méridienne, sera le centre du Cadran. En voici la preuve : puisque le point H est le centre diviseur de la méridienne, CL représente l'arc du méridien qui est la mesure de l'angle CHL. Or cet angle est la hauteur du pole sur l'horison, lequel angle est mesuré par l'arc du méridien compris entre l'horison & le pole ; par conséquent la partie CL de la méridienne représente cet arc compris entre l'horison & le pole. Donc puisque l'horison est représenté par la ligne HLR, il faut que le point C soit le centre du Cadran, lequel représente le pole du monde.

165. REMARQUE. Quoique nous disions que l'angle CHL est la hauteur du pole sur l'horison, cependant c'est plutôt l'abbaissement du pole sous l'horison quand il s'agit d'un Cadran du midi, parce qu'alors le centre représente le pole abbaissé sous l'horison : mais cela ne fait de rien, d'autant que l'abbaissement d'un pole sous l'horison est toujours égal à l'élévation de l'autre sur le même horison.

SECONDE ME'THODE.

166. Elle consiste à trouver par le calcul la longueur de CL. Pour cela il faut d'abord chercher le côté HL, qui est égal à la ligne DL, que l'on trouvera par le triangle rectangle DPL, dont on connoît l'angle PDL, qui est la déclinaison du plan, l'angle droit P & le côté DP égal à la hauteur PS du stile. Voici l'analogie qu'il faudra faire pour trouver DL : *Le sinus de l'angle* L *qui est le complément de la déclinaison, est au côté opposé* DP *ou* PS, *comme le sinus de l'angle droit* P *est au côté* DL *ou* HL.

Si on suppose le côté DP ou la hauteur PS de 1250 parties & la déclinaison de 35 degrés, dont le complément est 55, les logarithmes des trois premiers termes de cette proportion seront 991336,309691,1000000, qui feront trouver 318355, qui est le logarithme de 1526: ainsi dans cette hypothèse le côté DL ou HL contient 1526 parties égales à celles dont la hauteur PS en contient 1250. Fig. 10.

Quand on connoîtra HL, on pourra trouver CL par l'analogie suivante, tirée du triangle rectangle CLH, duquel on connoît le côté HL, l'angle droit en L & l'angle CHL, qui est la hauteur du pole sur l'horison, que nous supposons de 48^{d} $51'$. Il faudra faire l'analogie suivante dans laquelle on considere le côté HL comme sinus total, & le point H comme centre; & pour lors le côté CL est la tangente de l'angle CHL:

Le sinus total est à la tangente de la hauteur du pole, comme le côté HL *est à la ligne cherchée* CL.

167. Le quatriéme terme de cette derniere proportion est 1746 : ainsi CL contient 1746 parties égales à celles de la hauteur PS. Or ce quatriéme terme est la distance du centre du Cadran à la ligne horisontale, comme nous l'avons prouvé dans la premiere méthode de ce Problême. Par conséquent si du point L on prend dans la méridienne la partie LC égale au quatriéme terme de la proportion, le point C sera le centre du Cadran.

168. Pour trouver le côté CL on peut aussi faire cette autre proportion dans laquelle on considere le côté CL comme rayon, dont le centre est le point C, & l'autre côté HL, comme la tangente de l'angle HCL, complément de CHL ou de la hauteur du pole: *La tangente de l'angle* HCL *est au sinus total, comme* HL *est à la ligne cherchée* CL.

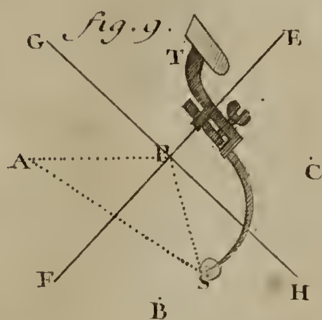
DESCRIPTION DE LA SOUSTILAIRE sur un plan vertical.

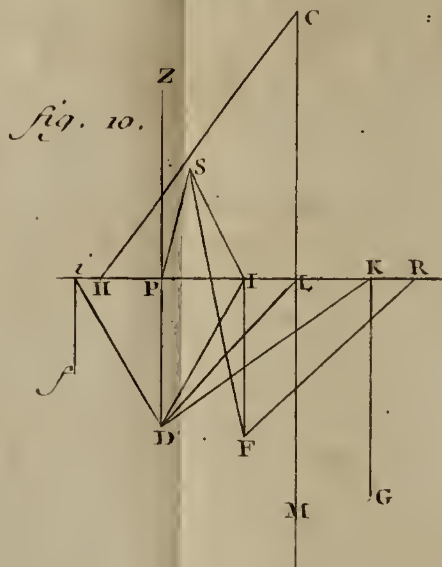
Fig. 10. On a donné la maniere de décrire cette ligne par deux points d'ombre dans la seconde méthode du troisié- Problême. Il faut la relire.

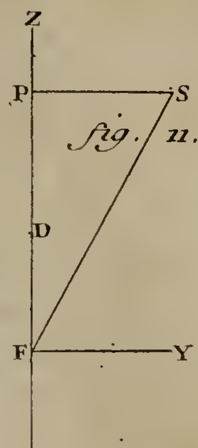
169. On peut aussi déterminer la position de la soustilaire par le calcul, pourvu qu'on connoisse la déclinaison du plan & l'élévation du pole sur l'horison du lieu où l'on veut tracer un Cadran. Ce calcul est une regle de trois fondée sur une analogie du Probl. X, qui enseigne la méthode de trouver l'angle au centre LCP compris entre la méridienne & la soustilaire. Car cet angle étant connu, on aura aussi l'angle CPL qui est son complément à cause du triangle rectangle CLP. Or si on connoît l'angle CPL, & qu'on tire par le pied du stile une ligne qui fasse cet angle avec l'horisontale, la ligne tirée sera la soustilaire.

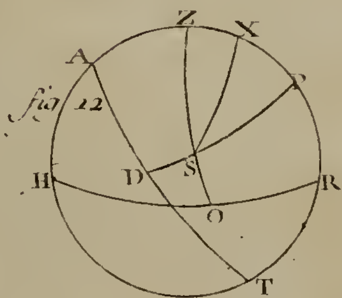
170. La soustilaire étant perpendiculaire à l'équinoctiale (17), si cette derniere étoit tracée il faudroit tirer du pied du stile une perpendiculaire sur l'équinoctiale, ce seroit la soustilaire. Il est encore évident qu'on décrira sans peine la soustilaire, si on connoît le centre du Cadran, parce que cette ligne doit passer par le centre du Cadran & par le pied du stile, que l'on suppose aussi connu.

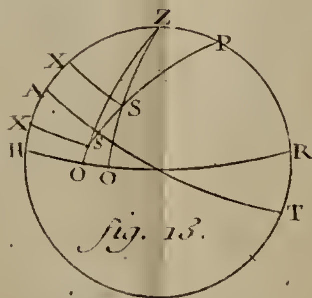
171. Avant de proposer les méthodes de trouver la ligne équinoctiale, nous ferons la remarque suivante. Fig. 18. Si du sommet S de la hauteur du stile on éleve une perpendiculaire SB sur la ligne CS, que l'on appelle *axe*, parce que passant par le centre du Cadran, & par le sommet du stile, elle représente le véritable axe qui doit passer par les deux mêmes points; & que cette perpendiculaire soit prolongée jusqu'à la soustilaire, le point B auquel elle rencontrera cette ligne sera celui par où doit passer l'équinoctiale : car puisque le point S désigne le sommet du stile, on conçoit que le plan

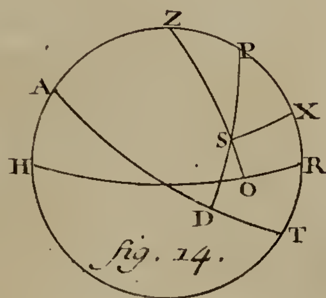

fig. 9.
G
T
E
A
E
C
F
S
H
B

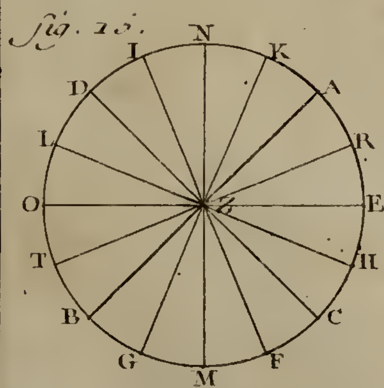

C
Z
fig. 10.
S
i
H
P
I
L
K
R
f
D
F
M
G

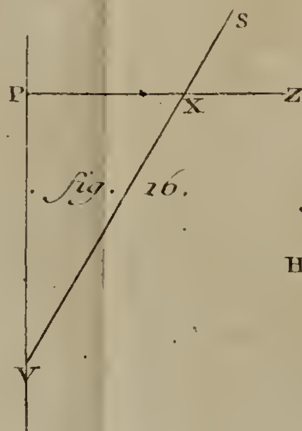

Z
P
S
fig. 11.
D
F
Y

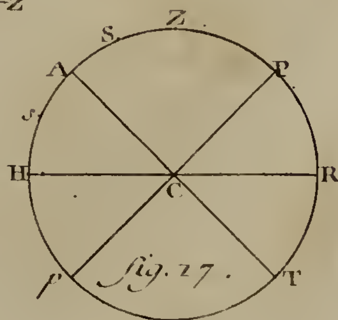

Z
X
A
P
fig. 12
H
D
S
R
O
T


Z
P
X
A
S
X
S
H
R
O
O
T
fig. 13.


Z
P
A
X
S
H
R
O
D
T
fig. 14.


fig. 15.
N
I
K
D
A
L
R
O
E
T
H
B
C
G
M
F


S
P
X
Z
fig. 16.
V


S
Z
A
P
H
R
C
p
fig. 17.
T

de l'équateur doit passer par ce dernier point. De plus ce plan est de même que le rayon équinoctial SB, perpendiculaire à l'axe du Cadran, qui est l'axe du Monde; par conséquent ce plan de l'équateur rencontrera la soustilaire au même point B, que le rayon équinoctial. Donc la ligne équinoctiale, qui est formée sur le plan du Cadran par l'intersection de l'équateur, coupe aussi la soustilaire au point B: on sçait d'ailleurs que ces deux lignes sont perpendiculaires l'une sur l'autre (17). Fig. 15.

PROBLÊME IX.

172. *La déclinaison du plan & la hauteur du pole sur l'horison étant données ou connues, décrire la ligne équinoctiale.*

Une ligne droite est déterminée par deux points. Or il y a deux points par lesquels l'équinoctiale doit passer, un dans l'horisontale, sçavoir celui de six heures (18), l'autre dans la méridienne. Il s'agit présentement de trouver ces deux points. 1°. On trouvera le point de six heures, si du centre diviseur D on tire une perpendiculaire sur la ligne DL; puisque cette perpendiculaire DR rencontrera l'horisontale au point de six heures: car l'angle droit LDR ayant son sommet au centre diviseur de l'horisontale, & d'ailleurs le côté DL rencontrant cette horisontale au point de midi, il est nécessaire que l'autre côté DR de cet angle droit aboutisse au point de six heures de la même ligne, puisque la base LR représente l'arc de l'horison compris entre le méridien & le cercle de six heures, lequel arc est de 90 degrés. 2°. On pourra aussi trouver l'autre point dans la méridienne par lequel doit passer l'équinoctiale. Pour cet effet on élevera la perpendiculaire HM sur la ligne CH; cette perpendiculaire rencontrera la méridienne à un point M, par lequel je dis que la ligne équinoctiale doit passer: car entre le pole du monde & l'équateur il y a un quart du cercle méridien;

Fig. 18. par conséquent le centre du Cadran qui désigne le pole du monde est éloigné de l'équinoctiale d'une partie de la méridienne qui représente le quart du méridien. Or la partie CM représente le quart du méridien, puisque c'est la base d'un angle droit dont le sommet est au centre diviseur de la méridienne. Donc le centre du Cadran étant à l'extrémité C de la partie CM, il faut que l'équinoctiale passe par l'autre extrémité M, aussi-bien que par le point R : si donc on tire une ligne droite qui joigne ces deux points, ce sera l'équinoctiale.

Il paroît par-là que l'on peut décrire l'équinoctiale, quoique la soustilaire ne soit pas tracée. Nous supposons ici qu'on a la position de la méridienne. Or cette ligne est facile à décrire quand on connoît la déclinaison du plan, comme nous l'avons montré ci-dessus (160).

173. On peut aussi trouver ces deux points M & R par le calcul, en faisant des analogies prises des triangles rectangles HLM & DPR. Car 1°. dans le triangle HLM on connoît trois choses, sçavoir l'angle droit L, l'angle LHM qui est le complément de la hauteur du pole CHL, & le côté HL égal à la ligne DL, que l'on trouve par le triangle rectangle DPL. Ainsi on peut faire l'analogie suivante, dans laquelle on considére HL comme le sinus total, & le point H comme centre, auquel cas LM devient tangente de l'angle LHM.

Le sinus total est à la tangente de l'angle LHM, *comme le côté* HL *est au côté* LM.

On trouvera pour quatriéme terme un nombre de parties égales à celles dont la hauteur SP ou DP est composée : c'est pourquoi si du point L vers M on prend une distance égale au nombre trouvé de ces parties, la fin de cette distance sera le point de la méridienne par lequel doit passer l'équinoctiale.

2°. On connoît aussi trois choses dans l'autre triangle DPR, l'angle droit P, l'angle PDR, qui est le complément de la déclinaison du plan ou de l'angle PDL, puisque l'angle LDR est droit, & enfin le côté PD

qui

qui eſt égal à la hauteur du ſtile : par conſéquent on trouvera le quatriéme terme de l'analogie ſuivante, dans laquelle le côté DP eſt conſidéré comme rayon, dont le centre eſt D. Fig. 188

Comme le ſinus total à la tangente du complément de la déclinaiſon, ainſi la hauteur du ſtile DP *au côté* PR.

Le quatriéme terme de cette proportion fera trouver le point R en prenant depuis P vers R une diſtance égale à ce quatriéme terme.

174. Lorſque la déclinaiſon du plan eſt petite, il n'eſt pas facile d'appliquer cette méthode, ſoit par le calcul, ſoit par la Géométrie, ſur-tout ſi le plan n'a pas une étendue très-grande en largeur, parce que l'horiſontale & l'équinoctiale faiſant pour lors un petit angle, le point de ſix heures ou l'interſection de ces lignes eſt pour lors à une trop grande diſtance du pied du ſtile, & quelquefois même il ſeroit au-delà du mur.

175. Il faut remarquer que l'angle PRB eſt égal à l'angle PCL : car les deux triangles RBP & CLP étant tous les deux rectangles, & d'ailleurs les angles BPR & LPC étant oppoſés au ſommet, ces triangles ſont ſemblables ; & leurs angles PRB & PCL ſont égaux. Or on peut déduire de-là une autre méthode de tracer l'équinoctiale, pourvû que l'on connoiſſe l'angle au centre du Cadran PCL, compris entre la méridienne & la ſouſtilaire auquel eſt égal l'angle PRB formé par l'horiſontale & l'équinoctiale, & que l'on ait auſſi la diſtance LM. On trouvera l'angle PCL par le Problême X, & la ligne LM par le triangle HLM, comme nous venons de le montrer.

176. Voici cette autre méthode : L'angle R du triangle rectangle MLR étant connu, on connoîtra auſſi ſon complément LMR. Par conſéquent ſi on tire par le point M une ligne qui faſſe avec la méridienne l'angle LMR égal au complément de l'angle R, cette ligne ſera l'équinoctiale. On peut employer cette méthode ſans difficulté, quoique la déclinaiſon du plan ſoit fort petite.

Fig. 18. 177. On peut encore trouver le point B de la soustilaire par où doit passer l'équinoctiale en faisant la proportion suivante tirée du triangle rectangle SPB, dont le côté ou la hauteur SP est considérée comme rayon qui a pour centre le point S, & le côté PB comme la tangente de l'angle PSB égal à PCS, qui est la hauteur du pole sur le plan, laquelle on suppose connue: *Le sinus total est à la tangente de l'angle* PSB, *comme la hauteur du stile est au côté* PB, *qui est la distance du pied du stile à l'équinoctiale.*

Nous supposons ici que l'angle PSB est égal à PCS. Or cela est évident: car le rayon équinoctial BS étant perpendiculaire à l'axe, l'angle total CSB est droit, & par conséquent l'angle partiel PSB est complément de l'autre CSP. Or PCS est aussi complément de CSP à cause du triangle rectangle CPS.

Dans le Livre suivant nous enseignerons à tracer l'équinoctiale par une méthode qui convient à toutes sortes de plans soit verticaux, soit inclinés, & qui ne suppose point la connoissance de la hauteur du pole, ni celle de la déclinaison du plan. Nous passons présentement aux trois Problêmes suivans, que l'on doit regarder comme fondamentaux pour la description des Cadrans.

PROBLÊME X.

178. *L'élévation du pole sur l'horison du lieu étant connue avec la déclinaison du plan, trouver l'angle au centre du Cadran compris entre la soustilaire & la méridienne.* Il faut faire la proportion suivante: *Comme le sinus total au sinus de la déclinaison du plan, ainsi la tangente du complément de la hauteur du pole sur l'horison du lieu, à la tangente de l'angle compris entre la soustilaire & la méridienne.*

Pour prouver cette analogie, soit l'horisontale HR; la soustilaire CP, qui passe nécessairement par le centre du Cadran & par le pied du stile: soit aussi la méridienne CM, le point C qui est l'intersection de la soustilaire &

de la méridienne ſera le centre du Cadran, parce que ces deux lignes paſſent l'une & l'autre par le centre. De même le point P ſera le pied du ſtile, parce que c'eſt l'interſection de l'horiſontale & de la ſouſtilaire. De plus il faut prendre ſur la verticale ZPD, que je ſuppoſe tirée, la partie PD égale à la hauteur du ſtile, le point D ſera le centre diviſeur de l'horiſontale; que l'on mene enſuite la ligne DL au point L, qui eſt l'interſection de la méridienne & de l'horiſontale, l'angle en D ſera la déclinaiſon du plan vertical, comme on l'a fait voir (89). Enfin que l'on prenne ſur l'horiſontale la partie HL égale à l'hypotenuſe DL, le point H ſera le centre diviſeur de la méridienne (65). Qu'on faſſe enſuite l'angle CHL égal à la hauteur du pole, la ligne CH coupera la méridienne au centre du Cadran, puiſque la partie CL de la méridienne repréſente l'arc du méridien compris entre l'horiſon & le pole du monde, qui eſt le centre du Cadran. Ces choſes étant ainſi ſuppoſées, nous allons prouver l'analogie marquée ci-deſſus. Fig. 18.

DÉMONSTRATION.

Les deux triangles CLP, CLH ſont rectangles en L. Or ſi on prend dans ces deux triangles le côté CL pour ſinus total ou pour rayon dont le centre ſoit C, le côté HL ſera la tangente de l'angle HCL, qui eſt le complément de la hauteur du pole CHL, à cauſe du triangle rectangle CLH; & le côté LP ſera la tangente de l'angle LCP compris entre la ſouſtilaire & la méridienne. Mais par l'hypothèſe on connoît la hauteur du pole, & par conſéquent le complément de cette hauteur: donc on connoît auſſi la tangente de ce complément ou de l'angle HCL; ainſi dans le triangle rectangle DPL on connoît trois choſes, ſçavoir l'angle droit en P, l'angle D qui eſt la déclinaiſon du plan, & le côté DL qui eſt égal à la tangente HL, comme nous l'avons dit ci-deſſus. On pourra donc faire l'analogie ſuivante pour trouver le nombre des parties de

Fig. 18. LP proportionné au nombre de celles de la tangente HL.

Comme le ſinus total à l'hypotenuſe DL *qui eſt la tangente du complément de la hauteur du pole, ainſi le ſinus de la déclinaiſon du plan à la tangente* LP *de l'angle* LCP; & alternando, *Comme le ſinus total au ſinus de la déclinaiſon du plan, ainſi la tangente* DL *du complément de la hauteur du pole, à la tangente* LP *de l'angle* LCP. Par conſéquent on trouvera la valeur de cet angle.

Si on ſuppoſe la déclinaiſon du plan de 35 degrés, & le complément de la hauteur du pole ſur l'horiſon de $41^{d}\ 8'$, la derniere analogie ſera 100000 . 57358 :: 87338 . 50095. Or ce quatriéme terme eſt la tangente d'un angle de $26^{d}\ 36'$: par conſéquent dans cette hypothèſe l'angle LCP eſt de $26^{d}\ 36'$. On réſout aiſément ces ſortes d'analogie par les logarithmes.

179 On peut remarquer que cette analogie ſe réduit à cette queſtion : Si la ligne ou le côté DL contient un certain nombre de parties qui eſt ici 87338, combien l'autre côté LP doit-il contenir de ces mêmes parties? Or il eſt facile de concevoir qu'on doit trouver ce nombre de parties de la ligne LP par la proportion énoncée ci-deſſus, comme on auroit trouvé un autre nombre ſi la ligne HL avoit été partagée en un plus grand ou un plus petit nombre de parties. Il faut dire la même choſe des analogies des deux Problêmes ſuivans.

On peut voir à la fin de ce traité la ſeptiéme Table qui contient les angles de la ſouſtilaire avec la méridienne pour les différens dégrés de latitude depuis 45 juſqu'à 50 incluſivement ſelon les différentes déclinaiſons du plan.

180. Nous avons déja remarqué dans le troiſiéme Problême que l'angle LCP étant connu ou ſon égal BPD, que fait la ſouſtilaire avec la verticale ZPD, on peut trouver la déclinaiſon du plan par la proportion énoncée dans le Problême X; car ſi on connoît l'an-

gle LCP, on aura trois termes de la proportion, & par conſéquent on trouvera le ſinus de la déclinaiſon, qui eſt le ſecond terme de cette proportion. Nous avons vu auſſi (art. 169) que l'angle LCP étant connu on peut décrire aiſément la ſouſtilaire, parce que l'on trouve alors l'autre angle CPL qui eſt le complément du premier. Or cet angle CPL eſt celui de la ſouſtilaire ſur l'horiſontale. Fig. 18.

PROBLÊME. XI.

181. *La hauteur du pole ſur l'horiſon étant connue avec la déclinaiſon du plan vertical, trouver l'angle au centre du Cadran compris entre la ſouſtilaire & l'axe:* on appelle cet angle *hauteur du pole ſur le plan.*

Il faut faire cette proportion: *Comme le ſinus total au ſinus du complément de la hauteur du pole ſur l'horiſon, ainſi le ſinus du complément de la déclinaiſon du plan au ſinus de la hauteur du pole ſur le plan.*

Nous avons déja dit que CPB eſt la ſouſtilaire, HPR l'horiſontale, CLM la méridienne, les deux points C & P le centre du Cadran & le pied du ſtile. Nous avons dit auſſi que le point D eſt le centre diviſeur de la ligne horiſontale, pourvû que la perpendiculaire PD ſoit égale à la hauteur du ſtile PS, que l'angle PDL eſt la déclinaiſon du plan, & enfin que le point H eſt le centre diviſeur de la méridienne, pourvû que l'on prenne HL égale à l'hypotenuſe DL. Tout cela étant ſuppoſé, on tirera la ligne CS du centre du Cadran au point S, qui eſt le ſommet du ſtile, cette ligne déſignera la poſition de l'axe, puiſqu'elle paſſe par le centre du Cadran & par l'extrémité du ſtile. Il faut prouver qu'on trouvera l'angle PCS compris entre l'axe & la ſouſtilaire par la proportion précédente.

DÉMONSTRATION.

Si dans le triangle rectangle CPS le côté CS eſt conſidéré comme rayon, dont le centre ſoit le point C, la

Fig. 18. hauteur PS, qui eſt perpendiculaire à la ſouſtilaire ſera le ſinus de l'angle cherché : de même ſi dans le triangle rectangle CLH on conſidere le côté CH comme rayon, dont le centre eſt C, la ligne HL ſera le ſinus de l'angle HCL, puiſqu'elle eſt perpendiculaire à la méridienne CL. Or l'angle HCL eſt le complément de la hauteur du pole CHL, à cauſe du triangle rectangle CLH. Ainſi puiſque la hauteur du pole eſt ſuppoſée connue, le ſinus du complément HCL ſera auſſi connu : c'eſt pourquoi on connoît trois choſes dans le triangle rectangle DPL, ſçavoir l'angle droit P, l'angle D, qui eſt la déclinaiſon du plan, & l'hypotenuſe DL qui eſt le ſinus du complément de la hauteur du pole ſur l'horiſon, puiſque HL=DL. On pourra donc trouver le quatriéme terme de cette proportion ; *Comme le ſinus total*, c'eſt-à-dire, *le ſinus de l'angle droit* P, *eſt au côté* DL, qui eſt le ſinus du complément de la hauteur du pole ſur l'horiſon ; *ainſi le ſinus de l'angle* PLD, qui eſt le complément de la déclinaiſon du plan, *au côté oppoſé* DP *ou* PS, qui eſt le ſinus de l'angle cherché PCS.

Si la hauteur du pole ſur l'horiſon eſt de 48^d 52', & la déclinaiſon du plan de 35^d, les logarithmes des termes de la proportion énoncée ci-deſſus ſeront 1000000, 981810, 991336, 973146. Or ce quatriéme nombre eſt le ſinus artificiel de 32^d 36'; par conſéquent dans cette hypothèſe l'angle PCS ſera de 32^d 36'.

182. Il faut remarquer que la proportion énoncée dans ce Problême ſuppoſe que les ſinus HL & PS appartiennent au même cercle, ou bien que les rayons CH & CS ſont égaux entre eux. Or cela eſt certain ; car ces rayons meſurent les diſtances du cenrre du Cadran aux points H & S, qui ſont les centres diviſeurs des lignes CM & CPB qui repréſentent des méridiens. Or nous avons fait voir (70) que le centre du Cadran eſt également diſtant des centres diviſeurs des lignes qui repréſentent des méridiens.

On voit par ce Problême qu'il ne faut pas confondre la hauteur du pole ſur l'horiſon avec la hauteur

du pole ſur le plan. Pour ſignifier la premiere, ſouvent on ſe contente de dire, *la hauteur du pole* : mais pour exprimer la ſeconde, on dit toujours *la hauteur du pole ſur le plan.* Fig. 18.

On trouvera à la fin de ce traité la huitiéme Table qui contient les hauteurs du pole ſur le plan pour les degrés de latitude depuis 45 juſqu'a 50 incluſivement, ſelon les différentes déclinaiſons du plan.

COROLLAIRE

183. De la proportion marquée dans le Problême il ſuit que quand la déclinaiſon du plan augmente, comme alors ſon complément diminue, il faut auſſi que la hauteur du pole ſur le plan diminue : c'eſt-à-dire, que plus la déclinaiſon du plan eſt grande, plus cette hauteur du pole eſt petite.

C'eſt ſur ce Problême qu'eſt fondée la troiſiéme méthode de trouver la déclinaiſon du plan, propoſée dans le troiſiéme Problême.

184. Le Problême ſuivant ſert à trouver la différence des longitudes entre la méridienne du lieu & la méridienne du plan ou la ſouſtilaire. Nous avons remarqué (91) que le plan du Cadran eſt toujours parallele à l'horiſon de quelque endroit de la terre, & peut être pris pout cet horiſon. Or la différence des longitudes entre les deux méridiennes eſt meſurée par l'arc de l'équateur compris entre le méridien du lieu où eſt ſitué le plan, & le méridien de l'endroit dont l'horiſon eſt parallele à ce plan, ou, ce qui revient au même, c'eſt l'angle au pole compris entre ces deux méridiens. Si, par exemple, un plan incliné ſitué à Paris eſt parallele à l'horiſon de Jéruſalem, la différence des longitudes entre les deux méridiennes ſera de 33 degrés, parce que l'arc de l'équateur compris entre le méridien de Paris & celui de Jéruſalem eſt de 33 degrés.

PROBLÊME XII.

185. *Connoiſſant la hauteur du pole ſur l'horiſon du lieu & la déclinaiſon du plan, trouver la différence des*

Fig. 18. *longitudes entre la méridienne* CL *du lieu & la méridienne du plan ou la soustilaire* CP.

Il faut faire cette proportion, *Comme le sinus total est au sinus de la hauteur du Pole sur l'horison du lieu, ainsi la tangente du complément de la déclinaison du plan, à la tangente du complément de la différence des méridiens ou des longitudes.*

Nous avons dit que cette différence est mesurée par l'arc de l'équateur compris entre le méridien du lieu & le méridien du plan. Or cet arc est représenté par la partie MB de l'équinoctiale EN, laquelle partie est contenue entre la méridienne du lieu & la soustilaire. De même l'angle BAM est aussi mesuré par le même arc ou par la même ligne MB, puisque le sommet de cet angle est supposé au centre diviseur A de l'équinoctiale, que l'on trouve (65) en prenant sur la soustilaire la partie BA égale à la ligne SB tirée du sommet du stile. Ainsi l'angle BAM est égal à la différence des longitudes. Il faut donc prouver qu'on trouvera la valeur de cet angle par la proportion qu'on a marquée ci-dessus.

DÉMONSTRATION.

Si dans le triangle rectangle HLM on prend le côté HL pour sinus total, & le point H pour centre, l'autre côté HM sera la sécante de l'angle LHM qui est le complément de la hauteur du pole CHL, puisque l'angle CHM est droit par la construction, comme il paroît article 172. Or HM=AM (69), parce que les points A & H sont les centres diviseurs de deux lignes qui se coupent au point M, sçavoir, de l'équinoctiale EMN & de la méridienne CLM : ainsi la ligne AM est la sécante du complément de la hauteur du pole sur l'horison : on peut donc supposer que cette ligne est connue, puisque l'on connoît la hauteur du pole. De même si dans le triangle LDR, qui est rectangle en D (67), parce que la ligne LR qui est une partie de l'horisontale représente un quart de cercle compris entre le méridien & l'équateur, & que

d'ailleurs le ſommet de l'angle D eſt le centre diviſeur de l'horiſontale : ſi, dis-je, dans ce triangle on prend le côté LD, qui eſt égal (65) à la ligne HL, pour rayon dont le centre eſt L, l'autre côté DR ſera la tangente de l'angle DLR ou DLP, qui eſt le complément de la déclinaiſon PDL. Or DR=AR (69), parce que les points D & A ſont les centres diviſeurs des lignes HR & ENR qui ſe coupent au point R. Ainſi AR eſt auſſi la tangente du complément de la déclinaiſon du plan ; on peut donc ſuppoſer que cette ligne eſt encore connue : c'eſt pourquoi dans le triangle MAR, qui eſt rectangle en A, puiſque la baſe MR repréſente le quart de l'équateur, ſçavoir l'arc compris entre le méridien & l'horiſon, dans le triangle MAR, dis-je, il y a trois choſes connues, ſçavoir, les deux côtés AM & AR, & l'angle droit A. On pourra donc trouver l'angle AMR par l'analogie ſuivante, en regardant le côté AM comme rayon, dont le centre eſt le point M : AM *ou* HM, *qui eſt la ſécante du complément de la hauteur du pole ſur l'horiſon du lieu, eſt au ſinus total, comme le côté* AR *ou* DR, *qui eſt la tangente du complément de la déclinaiſon du plan, à la tangente de l'angle* AMR *ou* AMB, qui eſt le complément de l'angle BAM. Or les deux premiers termes, ſçavoir, la ſécante du complément de la hauteur du pole & le ſinus total ont entr'eux la même raiſon que le ſinus total & le ſinus de la hauteur du pole, comme il paroît par le triangle rectangle HLM, dans lequel ſi on regarde le côté HM comme la ſécante du complément de la hauteur du pole, HL devient le ſinus total : mais ſi on regarde HM comme ſinus total & le point M comme centre, le côté HL eſt le ſinus de l'angle HML, qui eſt égal à la hauteur du pole CHL. On peut donc changer les deux premiers termes de la proportion précédente, & mettre à leur place le ſinus total & le ſinus de la hauteur du pole ; & alors on aura la proportion ſuivante : *Comme le ſinus total au ſinus de la hauteur du pole ſur l'horiſon, ainſi la tangente du*

Fig. 18.

complément de la déclinaiſon du plan à la tangente du complément de l'angle BAM, *qui eſt la différence des longitudes*.

Si on ſuppoſe la hauteur du pole de 48ᵈ 52′ & la déclinaiſon du plan de 35ᵈ, le complément ſera 55ᵈ; c'eſt pourquoi dans cette hypothèſe l'analogie preſcrite ſera, Le ſinus total eſt au ſinus de 48ᵈ 52′, comme la tangente de 55ᵈ eſt à la tangente du complément de la différence des longitudes. Les logarithmes des trois premiers termes ſont, 1000000, 987690; 1015477, dont le premier étant retranché de la ſomme des deux autres, on trouvera le nombre 1003167, qui eſt la tangente artificielle de 47ᵈ 5′, complément de 42ᵈ 55′: ainſi la différence des longitudes ſera 42ᵈ 55′.

Nous donnerons à la fin de ce Traité une Table, ce ſera la derniere, qui contiendra la différence des longitudes pour les degrés de la hauteur du pole depuis 45 juſqu'à 50 incluſivement ſelon les différentes déclinaiſons du plan.

Il y a une méthode de trouver la déclinaiſon du plan fondée ſur ce Problême: c'eſt la quatriéme du troiſiéme Problême.

186. REMARQUE. Les analogies des trois derniers Problêmes étant fondamentales dans la conſtruction des Cadrans, il eſt bon de s'aſſurer qu'il n'y a point d'erreur dans le calcul qu'on aura fait pour ces trois analogies. Or afin de s'en aſſurer, on pourra chercher l'angle de la ſouſtilaire avec la méridienne par la proportion ſuivante, qui ſuppoſe les analogies des deux derniers Problêmes: & ſi on trouve la même valeur que celle qu'on aura trouvée par l'analogie du dixiéme Problême; ce ſera une marque qu'il ne s'eſt point gliſſé de faute dans le calcul. Voici cette proportion, laquelle eſt tirée de la trigonométrie ſphérique, *Le ſinus total eſt au ſinus de la hauteur du pole ſur le plan, comme la tangente de la différence des méridiens eſt à la tangente de l'angle cherché.*

Si on prend l'exemple des trois derniers Problêmes, Fig. 18.
les trois premiers termes de la proportion feront le ſinus total, le ſinus de $32^d 36'$ & la tangente de $42^d 55'$, dont les logarithmes ſont 1000000, 973140, 996839 : or le premier de ces nombres étant retranché de la ſomme des deux autres, on aura le reſte 969979, qui eſt la tangente artificielle de $26^d 36'$: c'eſt la même valeur que celle qu'on a trouvée dans l'exemple du dixiéme Problême. Il eſt d'autant plus à propos de vérifier ainſi le calcul pour les trois analogies, que l'erreur pourroit venir des Tables dont on ſe ſert.

COROLLAIRE.

187. Puiſque le premier terme de la proportion énoncée dans le dernier Problême eſt toujours plus grand que le ſecond dans la ſphere oblique, il faut auſſi que le 3me ſoit plus grand que le 4me. Ainſi le complément de la déclinaiſon du plan eſt plus grand que le complément de la différence des longitudes ; & par conſéquent la déclinaiſon du plan eſt toujours plus petite que la différence des longitudes.

188. REMARQUE. Quand on connoît la hauteur du pole ſur le plan & la différence des longitudes, on peut déterminer l'endroit de la terre dont l'horiſon eſt parallele au plan du Cadran. Suppoſons un plan du midi ſitué dans la partie ſeptentrionale de la terre, ſi la hauteur du pole ſur ce plan eſt de $32^d 36'$, & la différence des longitudes $42^d 55'$, le plan eſt parallele à l'horiſon d'un lieu qui eſt au $32^d 36'$ de latitude méridionale ; & la longitude de ce lieu eſt plus grande ou plus petite de $42^d 55'$, que celle du lieu où eſt ſitué le plan, plus grande ſi le plan décline vers l'orient, & plus petite s'il décline vers l'occident. J'ai dit que ce plan eſt parallele à l'horiſon d'un lieu qui eſt au $32^d 36'$ de latitude, parce que ce plan étant ſuppoſé parallele à l'horiſon du lieu cherché, l'axe de la terre doit faire des angles égaux ſur l'un & ſur l'autre. Or l'an-

gle que fait l'axe ſur le plan eſt la hauteur du pole ſur le plan, & l'angle que fait cet axe ſur l'horiſon d'un lieu eſt la hauteur du pole ſur l'horiſon, laquelle eſt toujours égale à la latitude du lieu. Par conſéquent la hauteur du pole ſur un plan eſt égale à la latitude du lieu dont l'horiſon eſt parallele à ce plan.

189. Lorſque l'ombre de l'axe tombe ſur la ſouſtilaire, alors il eſt midi dans l'endroit dont l'horiſon eſt parallele au plan du Cadran. Ainſi dans notre exemple ſi le plan qu'on ſuppoſe à Paris décline vers l'occident, il eſt midi dans le lieu dont l'horiſon eſt parallele au plan, quand il eſt à Paris $2^h\ 51^m\ 40^s$ après midi, parce que le ſoleil faiſant en longitude 15 degrés par heure, il doit parcourir $42_d\ 55'$ en $2^h\ 51^m\ 40^s$ de tems: ſi le plan déclinoit vers l'orient, il ſeroit midi dans ce lieu-là dans le tems qu'il ſeroit $9^h\ 8^m\ 20^s$ à Paris.

190. Il paroît parce que nous avons dit juſqu'à préſent que l'on peut tracer par le ſecours du calcul & indépendamment d'aucun point d'ombre, la méridienne, la ſouſtilaire, l'équinoctiale, & qu'on peut trouver le centre du Cadran, pourvû cependant que l'on connoiſſe la déclinaiſon du plan & la hauteur du pole ſur l'horiſon du lieu.

Les Problêmes précédens enſeignent pluſieurs pratiques préliminaires qui ſervent de fondemens pour tracer des Cadrans, non que toutes ces pratiques ſoient néceſſaires pour leurs conſtructions, mais il faut choiſir entre elles celles qui paroîtront plus propres ſelon les différentes poſitions des plans. Nous paſſons préſentement aux Problêmes qui contiennent des méthodes de tracer les Cadrans. Il y en a qui ſont en partie géométriques & en partie méchaniques, il y en a d'autres qui s'exécutent par le calcul. Nous commencerons par celles qui ſont partie géométriques, partie méchaniques.

TROISIE'ME SECTION.

Différentes méthodes pour tracer les Cadrans Solaires.

211. Avant de tracer un Cadran, il faut faire mettre ſur le plan une ou deux couches de couleur en huile qui effaceront toutes les lignes & tous les points qu'on a marqués pour déterminer la déclinaiſon du plan; & après avoir décrit les lignes horaires, on fera mettre une troiſiéme couche, afin d'ôter pluſieurs traits qu'on n'a tirés que pour tracer les lignes horaires.

PROBLÊME PREMIER.

212. *Connoiſſant la déclinaiſon du plan & l'élévation du pole ſur l'horiſon du lieu, tracer un Cadran vertical par une méthode géométrique, pourvû que le centre du Cadran ne ſoit pas trop éloigné de la ligne horiſontale & de l'équinoctiale.*

1°. Il faut tracer ſur le plan propoſé la verticale ZPD, c'eſt-à-dire, une ligne perpendiculaire à l'horiſon, enſuite il faut auſſi mener l'horiſontale HR ſelon la méthode du ſecond Problême préliminaire : le point d'interſection P des deux lignes ſera le pied du ſtile. Fig. 18.

2°. On prendra la ligne PD égale à la hauteur du ſtile. Or cette hauteur eſt arbitraire. Il faut néanmoins qu'elle ait quelque proportion avec la longueur qu'on donnera à la méridienne; qu'elle en ſoit, par exemple, environ le tiers; enſuite du point D, qui eſt le centre diviſeur de l'horiſontale, on tirera la ligne DL qui faſſe l'angle PDL égal à la déclinaiſon du plan.

3°. Du point L on élevera la perpendiculaire CLM ſur l'horiſontale HR, ce ſera la méridienne (160). Enſuite ayant pris ſur l'horiſontale la partie LH égale à l'hypotenuſe DL, il faudra tirer du point H, qui eſt le centre diviſeur (65) de la méridienne, la ligne CH qui faſſe l'angle CHL de la hauteur du pole ſur l'hori-

Fig. 18. ſon du lieu : le point d'interſection C de cette ligne avec la méridienne ſera le centre du Cadran (164).

4°. On menera du centre C la ligne CPB, qui paſſe par le pied du ſtile, ce ſera la ſouſtilaire (15) : après quoi on élevera ſur la ſouſtilaire la perpendiculaire PS qui ſoit égale à la ligne PD ou à la hauteur du ſtile ; puis on décrira du centre C la ligne CS qui paſſe par le point S ; elle montrera la poſition de l'axe à l'égard de la ſouſtilaire, parce que l'axe doit paſſer (article 5 prélim.) par le centre du Cadran & par le ſommet du ſtile qui peut être conſidéré comme le centre du monde.

5°. Du point S on élevera ſur la ligne CS la perpendiculaire SB qui ſera le rayon équinoctial : puis du point B on tirera la perpendiculaire EBN ſur la ſouſtilaire ; ce ſera la ligne équinoctiale (171), dont le point M ou ſon interſection avec la méridienne eſt le point de midi ſur l'équinoctiale ; & ſon interſection avec l'horiſontale, ſçavoir le point R, eſt celui de ſix heures (18).

6°. Il faudra prendre ſur la ſouſtilaire la partie BA égale au rayon équinoctial SB, le point A ſera le centre diviſeur de la ligne équinoctiale (65). Après cela du point A, comme centre, & d'un intervalle pris à diſcrétion, on décrira la circonférence FKGI.

7°. Du point A on tirera une ligne qui paſſe par le point M, & qui rencontre la circonférence à un point comme K, ou une autre qui paſſe par le point R, & qui coupe auſſi la circonférence en O : enſuite on diviſera la circonférence en 24 parties égales, en commençant par le point K ou par le point O ; & on tirera du centre A des lignes aux points de diviſion qui ſoient prolongées, s'il eſt néceſſaire, afin qu'elles rencontrent l'équinoctiale ; les points où ces lignes couperont l'équinoctiale ſeront des points horaires, c'eſt-à-dire, que chaque ligne horaire doit paſſer par quelques-uns de ces points.

8°. On menera des lignes du centre du Cadran aux

points horaires ; ce feront les lignes horaires, à l'extrémité desquelles il faut marquer les heures, en obfervant que les heures d'avant midi doivent être écrites à l'occident de la méridienne, & que celles d'après midi doivent être à l'orient de cette même ligne. Tout cela étant fait, si on place une verge de fer de maniere qu'elle passe par le sommet du stile, & qu'elle aboutisse au centre C du Cadran, ce sera l'axe du Cadran, & par conséquent elle montrera les heures par son ombre. (Nous expliquerons dans le quatriéme Livre la maniere de placer aisément l'axe). Un stile dont le point P seroit le pied, & qui auroit une hauteur égale à PD ou PS, pourroit aussi montrer les heures par l'extrémité de son ombre.

Cette méthode n'est pas purement géométrique à cause qu'elle suppose d'autres instrumens que la regle & le compas ordinaire, soit pour décrire la verticale ou l'horisontale, soit pour faire un angle égal à la déclinaison du plan. On pourroit dire par cette raison qu'elle est en partie géométrique & en partie méchanique : il en est de même de la méthode du Problême suivant.

213 Nous avons mis dans l'énoncé du Problême, *Pourvû que le centre du Cadran ne soit pas trop éloigné de l'horisontale & de l'équinoctiale*, parce que si le centre étoit tellement distant de l'une de ces lignes, qu'il fût hors de l'étendue du plan, on ne pourroit pas tirer les lignes horaires par cette méthode : car on n'y détermine qu'un point dans l'équinoctiale pour chacune de ces lignes : il faut donc encore avoir un autre point par lequel elles doivent passer ; & par conséquent on est obligé de recourir à une autre méthode. On peut dire en général que quand dans le climat de la France la déclinaison du plan est d'environ 70^d le centre du Cadran est trop éloigné de l'horisontale & de l'équinoctiale, pour que l'on puisse se servir de la méthode de ce problême : & si on est dans un autre climat où la hauteur du pole soit

Fig. 18. plus grande, par exemple, de 60^d, alors le centre du Cadran ſera trop éloigné de l'horiſontale & de l'équinoctiale, quoique la déclinaiſon du plan ſoit un peu moindre que 70^d.

214. Les différens articles de cette méthode ne ſont que des applications des Problêmes préliminaires ou de quelques autres propoſitions qui ont été démontrées, ſans excepter les deux derniers articles dans leſquels il s'agit de déterminer les points horaires ſur l'équinoctiale, & de tracer les lignes horaires. Car le point A étant le centre diviſeur de la ligne équinoctiale, les rayons qui ſont tirés de ce centre renferment entr'eux des parties de l'équinoctiale, qui repréſentent les arcs de l'équateur ſemblables aux arcs du cercle décrit FKGI qui ſont compris entre les rayons. Or les arcs du cercle décrit compris entre les rayons ſont de 15 degrés, puiſqu'ils ſont chacun la vingt-quatriéme partie de la circonférence; par conſéquent les arcs ſemblables de l'équateur ſont de 15 deg. d'ailleurs ou le méridien ou le cercle de 6 heures eſt un de ceux qui ſéparent ces arcs l'un de l'autre, puiſque l'on a commencé la diviſion du cercle FKGI par le rayon qui rencontre le point de midi ou celui de 6^h : donc tous les autres cercles qui ſéparent ces arcs ſont auſſi des cercles horaires. Par conſéquent les points où les rayons coupent la ligne équinoctiale ſont les points horaires, c'eſt-à-dire, ceux qui déſignent les interſections de l'équateur avec les cercles horaires: les lignes horaires qui repréſentent les cercles horaires doivent donc paſſer par ces points. D'ailleurs ces lignes doivent aboutir au centre du Cadran (art. 8 prelim.) Ainſi les lignes tirées du centre du Cadran aux points de diviſion de l'équinoctiale, leſquels points ſont déterminés par les rayons du cercle décrit, ſont des lignes horaires. On prouvera la même choſe par la démonſtration ſuivante qui eſt ſemblable à celle que nous avons donnée pour la premiere méthode de tracer un Cadran horiſontal.

DÉMONSTRATION.

DÉMONSTRATION.

215. Concevons que le triangle BCS eſt élevé perpendiculairement ſur le plan du Cadran, & que le cercle FKGI eſt ſitué de maniere que la ligne AB ſe confond avec la ligne SB, le point A avec le ſommet S, & que le plan du cercle ſoit perpendiculaire à l'axe du Cadran : dans cette hypothèſe le cercle repréſentera un Cadran équinoctial, parce qu'il ſera parallele à l'équateur du monde. Par conſéquent les rayons qui ſont menés aux points de diviſion de la circonférence ſont les lignes horaires de ce Cadran équinoctial. Ainſi les points dans leſquels ces rayons coupent l'équinoctiale qui eſt l'interſection du cercle élevé avec le plan vertical déclinant, ſont des points horaires. Or ces points ne different pas de ceux auxquels les rayons rencontrent l'équinoctiale lorſque le cercle eſt couché ſur le plan du Cadran. Par conſéquent les points de l'équinoctiale déterminés par la méthode preſcrite, ſont des points horaires. Ainſi les lignes tirées du centre du Cadran à ces points ſont des lignes horaires. Fig. 18.

216. Il paroît par l'expoſition des différens articles de cette méthode que quand on trace un Cadran on n'a aucun égard aux lignes qui ont été tirées ſur le plan pour en trouver la déclinaiſon. Nous avons dit qu'on commence par mener la verticale ZPD & l'horiſontale HR : il ſeroit néanmoins plus commode dans la pratique de commencer par tirer la méridienne & l'horiſontale, après quoi il faudroit mener la ligne LD, faiſant avec la méridienne l'angle MLD égal à la déclinaiſon telle qu'on l'auroit trouvée : enſuite on tireroit la verticale ZPD parallele à la méridienne, ou, ce qui revient au même, perpendiculaire à l'horiſontale ; on tireroit, dis-je, cette verticale à quelle diſtance on voudroit de la méridienne. Si on commençoit ainſi, on ſeroit le maître de placer la méridienne à tel endroit du plan que l'on ſouhaiteroit. Il eſt à propos de la mettre au milieu de la largeur

Fig. 18. du plan lorſque la déclinaiſon de ce plan eſt petite ; par exemple, de 10 à 12^{d}; mais ſi elle eſt grande, comme de 40 ou 50^{d}, il faut que la méridienne coupe la largeur du plan en deux parties inégales, dont la plus conſidérable ſoit du côté où l'on doit tirer un plus grand nombre de lignes horaires : autrement ces lignes ſeroient trop preſſées, à moins cependant que le plan ne fût extrêmement large, car alors cet inconvénient ne ſeroit pas à craindre.

J'ai dit qu'il faut faire l'angle MLD égal à la déclinaiſon du plan, parce que cet angle MLD eſt néceſſairement égal à l'angle alterne LDP, qui marque la déclinaiſon du plan.

217. PREMIERE REMARQUE. Avant de tracer le Cadran ſur le mur, il eſt bon d'en tracer un ſemblable ſur un carton ou ſur une feuille de papier : on verra par ce moyen la ſituation des lignes horaires les unes par rapport aux autres, & on jugera mieux de l'endroit où il faudra décrire la méridienne ſur le plan du mur. Il eſt à propos ſur-tout lorſque le plan du Cadran n'eſt pas bien étendu en largeur, de ſupprimer les lignes horaires qui ſont les plus éloignées de la ſouſtilaire, c'eſt-à-dire, celles qui marquent les dernieres heures dans les plans du midi qui déclinent vers l'orient, & les premieres dans ceux qui déclinent vers l'occident. Par-là il y aura plus d'eſpace entre les lignes horaires qui reſteront. On peut auſſi ſupprimer les premieres lignes horaires dans les plans qui déclinent vers l'orient, & les dernieres dans les autres, tant à cauſe que ces lignes ne ſervent que peu de tems pendant l'année, que parce que la réfraction cauſée par l'air éleve beaucoup le ſoleil dans ces momens ; ce qui fait avancer le Cadran le matin, & le fait retarder le ſoir. D'ailleurs il y a ſouvent des objets, comme des maiſons, des arbres, &c. qui empêchent que le cadran ne ſoit éclairé quand le ſoleil eſt près de l'horiſon. Nous verrons dans la ſuite quelles ſont les premieres & les dernieres heures qu'on peut marquer ſur un Cadran.

218. SECONDE REMARQUE. La foustilaire doit être située différemment par rapport à la méridienne selon que le Cadran décline vers l'orient ou vers l'occident. Supposons d'abord que le plan est tourné obliquement au midi, alors s'il décline vers l'orient, la foustilaire doit être à la gauche de la méridienne : mais si le Cadran décline vers l'occident, elle doit être à la droite. Supposons présentement que le plan est tourné obliquement au septentrion, le contraire arrivera : car s'il décline vers l'orient, la foustilaire est à la droite de la méridienne ; & s'il décline vers l'occident, la foustilaire est à la gauche. On peut déterminer autrement la situation respective de ces deux lignes en disant, que la situation de la foustilaire doit être opposée à la déclinaison du plan, c'est-à-dire, que si le plan décline vers l'orient, la foustilaire sera à l'occident de la méridienne, & s'il décline vers l'occident, elle sera à l'orient, soit que le plan regarde le midi ou qu'il soit tourné vers le nord. Ce que nous venons de dire de la foustilaire doit aussi s'entendre de la verticale ZPD & de la ligne de déclinaison DL : car il est évident que l'une & l'autre doivent être du même côté de la méridienne que la foustilaire. Fig. 151

219 De toutes ces lignes qui ont été décrites, il n'y a que les lignes horaires qui doivent rester : c'est pourquoi il faut les tracer profondément avec un stile ; & toutes les autres qui servent seulement à décrire les lignes horaires, doivent être marquées légerement, afin qu'on les puisse effacer avec facilité.

On suppose dans la méthode de ce Problême que l'on trouvera le centre du Cadran en tirant la ligne CH, qui fasse avec l'horisontale l'angle de la hauteur du pole. Mais si cette hauteur du pole ou la déclinaison du plan, ou l'une & l'autre ensemble sont fort grandes, alors le centre du Cadran sera trop éloigné de l'horisontale, c'est-à-dire, que la ligne CH ne pourra rencontrer la méridienne qu'à une trop grande distance de l'horisontale ; dans ce cas il faudra employer une autre méthode,

Fig. 18. qui consiste en ce que l'on mene une ligne parallele à l'équinoctiale, & cette parallele sera une autre équinoctiale. Nous allons expliquer cette méthode dans le Problême suivant.

Problême II.

220. *La déclinaison du plan & l'élévation du pole sur l'horison du lieu étant connues, tracer un Cadran vertical par une méthode géométrique; soit que le centre du Cadran soit fort éloigné de la ligne horisontale & de l'équinoctiale, soit qu'il en soit peu éloigné.* Les premiers articles de cette méthode ne sont pas différens de ceux de la méthode précédente.

Fig. 19. 1°. On tracera d'abord sur le plan du Cadran la ligne ZPD qui soit verticale, c'est-à-dire, perpendiculaire à l'horison, ensuite l'horisontale HR selon la méthode du second Problême préliminaire.

2°. Il faut prendre du point d'intersection P, qui est le pied du stile, la ligne PD égale à sa hauteur. Or cette hauteur est prise à volonté, pourvû qu'elle ait quelque proportion avec la longueur de la méridienne, qu'elle en soit, par exemple, le tiers. Ensuite du point D, qui est le centre diviseur de l'horisontale, on décrira la ligne DL qui fasse l'angle PDL égal à la déclinaison du plan.

3°. On élevera du point L la perpendiculaire CLM sur l'horisontale HR, ce sera la méridienne: ensuite ayant pris sur l'horisontale la partie LH égale à l'hypotenuse DL, il faut mener du point H, qui est le centre diviseur de la méridienne (65), la ligne CH qui fasse l'angle CHL de la hauteur du pole sur l'horison du lieu.

4°. Du point H on élevera la perpendiculaire HM sur la ligne CH; le point M où la ligne HM rencontre la méridienne, est un des points de l'équinoctiale (172). Ensuite on élevera aussi du point D la perpendiculaire DR sur la ligne DL, le point R, qui est l'intersection

de DR avec l'horiſontale, ſera le point de ſix heures (172), qui eſt un autre point de l'équinoctiale : ſi donc on mene la ligne EN qui paſſe par le point M & par le point R, ce ſera l'équinoctiale. Fig. 194

5°. On tirera la ligne CPB qui paſſe par le pied du ſtile, & qui ſoit perpend. à l'équinoctiale, ce ſera la ſouſtilaire; après quoi on élevera la perpendiculaire PS ſur la ſouſtilaire, qui ſoit égale à la hauteur du ſtile; & du point S on menera la ligne SB au point B, qui eſt l'interſection de la ſouſtilaire avec l'équinoctiale : ce ſera le rayon équinoctial.

6°. Du point S on tirera CS perpendiculaire au rayon BS; elle déſignera la poſition de l'axe par rapport à la ſouſtilaire : après cela du point *s* pris à volonté dans l'axe CS on élevera *sb* perpendiculaire à l'axe, & par conſéquent parallele au rayon SB; & du point *b* de la ſouſtilaire on tirera *ebn* perpendiculaire à la ſouſtilaire, ou, ce qui revient au même, parallele à l'équinoctiale EBN; on aura une autre équinoctiale.

7°. On prendra la partie BA de la ſouſtilaire qui ſoit égale au rayon SB, & auſſi la partie *ba* égale à l'autre rayon équinoctial *sb*. Après cela des points A & *a*, comme centres, & d'un intervalle pris à volonté, on décrira deux circonférences. (Il eſt à propos qu'elles ſoient égales pour plus grande facilité). Enſuite on tirera des centres A & *a* des rayons aux points M & *m* qui couperont les circonférences dans certains points K & *k*. Enfin on diviſera chaque circonférence en 24 parties égales, en commençant par les points K & *k*.

8°. On tirera des centres des cercles aux points de diviſion des rayons qui ſoient prolongés, s'il eſt néceſſaire, afin que ceux du premier cercle rencontrent la premiere équinoctiale, & que ceux du ſecond rencontrent auſſi la ſeconde; les points de diviſion dans l'une & l'autre équinoctiales ſeront des points horaires. Si donc on tire des lignes dont chacune paſſe par deux points correſpondans des équinoctiales, qui ſoient,

Fig. 19. par exemple, l'un & l'autre les points de dix heures; ces lignes feront des lignes horaires qu'il faudra marquer par des chifres qui défignent les heures que ces lignes doivent montrer. La feconde équinoctiale peut être indifféremment au-deffus ou au-deffous de la premiere. Si du point *s* on abbaiffe la perpendiculaire *sp* fur la fouftilaire, & qu'on attache aux points P & *p* des ftiles perpendiculaires au plan dont les parties qui font hors du mur foient égales aux hauteurs PS & *ps*, la verge de fer foutenue par les extrémités des ftiles fera l'axe de ce Cadran; par conféquent fon ombre marquera les heures en tombant fur les lignes horaires. L'ombre de l'extrémité de l'un & de l'autre ftile peut auffi montrer les heures: car il eft évident que ces extrémités font des points de l'axe. Il refte à prouver que les lignes qui paffent par des points correfpondans des deux équinoctiales font des lignes horaires.

Démonstration.

Il eft certain par le Problême précédent que les points déterminés, fur l'une & fur l'autre équinoctiale par les rayons des deux cercles font des points horaires, puifque les centres de ces cercles font les centres divifeurs des deux équinoctiales. D'ailleurs c'eft la même fouftilaire & le même axe par rapport à l'une & à l'autre équinoctiales. Par conféquent les lignes horaires de ces deux équinoctiales doivent auffi être les mêmes. Ainfi les lignes qui paffent par les points correfpondants des deux équinoctiales font des lignes horaires dont chacune a fa pofition déterminée par les deux points correfpondants par lefquels elle paffe.

221. Remarque. Quand on a un grand compas fait à la maniere ordinaire, on peut décrire avec facilité une feconde équinoctiale: car il ne s'agit que de tirer une parallele à la premiere équinoctiale : or il eft facile de tirer une parallele à quelle diftance on veut

de la premiere équinoctiale. Pour cet effet il faut marquer sur la soustilaire la distance Bb que l'on veut mettre entre les deux équinoctiales ; & ayant pris l'ouverture du compas égale à cette distance Bb, on met une de ses pointes sur la premiere équinoctiale à la plus grande distance qu'on peut de B, je suppose que ce soit au point N, puis on décrit un arc, comme XY, de ce point N comme centre. Si on tire du point b une ligne, comme bn, qui soit tangente de cet arc, ce sera une parallele à la premiere équinoctiale. Cela est évident, puisque le point de contact n est autant éloigné de la premiere équinoctiale que le point b. Fig. 15.

222. Afin que l'erreur inévitable dans la pratique soit la plus petite qu'il soit possible dans la description des lignes horaires, il faut que la seconde équinoctiale soit assez éloignée de la premiere, ou plutôt à peu-près autant que le permettra la hauteur du plan du Cadran.

223. Nous parlerons dans le Problême suivant de la distance du soleil au méridien, cette distance est toujours connue pour toutes les heures, parce que le soleil parcourt 15 degrés par heure d'orient en occident : ainsi cette distance est de 15 degrés à 11 heures avant midi & à une heure après midi ; elle est de 30 degrés à 10 heures du matin & à 2 heures du soir, &c.

PROBLÊME III.

224. *Connoissant la déclinaison du plan avec la hauteur du pole sur l'horison du lieu, tracer un Cadran vertical par le moyen des points horaires déterminés par le calcul sur la ligne équinoctiale, pourvû que le centre du Cadran ne soit pas trop éloigné de l'horisontale & de cette équinoctiale.*

Nous supposons qu'on a trouvé par le calcul trois angles, dont le premier, qui est au centre du Cadran, est compris entre la méridienne & la soustilaire, le second est l'élévation du pole sur le plan du Cadran, &

Fig. 18. le troisiéme est la différence des longitudes. (On trouve ces angles par les Problêmes X, XI & XII). Nous supposerons aussi qu'il y a trois lignes décrites, la méridienne CM, la soustilaire CB & l'équinoctiale EN. Nous expliquerons à la suite de ce Problême comment on tire ces lignes, dont les deux premieres déterminent le centre du Cadran, puisque c'est l'intersection de la méridienne & de la soustilaire. Cela posé, si on connoissoit les points horaires sur l'équinoctiale, il faudroit tirer des lignes droites du centre du Cadran à ces points, & ce seroit les lignes horaires. Par conséquent il s'agit de trouver ces points horaires de l'équinoctiale. Or ces points sont déterminés par différentes parties de l'équinoctiale B1, B3, B10, &c. comprise entre la soustilaire & les rayons tirés du centre A aux points de division de la circonférence FKGI, que l'on suppose partagée en 24 parties égales, en commençant par le point K ou par le point O, qui sont les intersections de la circonférence avec deux rayons, dont l'un passe par le point de midi, & l'autre par celui de 6 heures. Il faut donc chercher quelle est la longueur des lignes B1, B3, B10, c'est-à-dire, combien elles contiennent de parties égales à celles dans lesquelles on suppose que la hauteur du stile SP est divisée. Pour cet effet on cherchera d'abord quel est le nombre des parties du rayon équinoctial SB ou AB: or on trouvera ce nombre par le triangle rectangle SPB, comme nous le dirons ensuite. Après cela on observera qu'il peut y avoir trois cas dans la détermination des segmens B1, B3, B10, &c. de l'équinoctiale: car ou le point horaire est situé entre la méridienne & la soustilaire; tel est le point 1; ou au-delà de la soustilaire par rapport à la méridienne, comme le point 3; ou au-delà de la méridienne par rapport à la soustilaire, comme le point de 10 heures. Dans le premier & le second cas l'angle BA1 & BA3 est la différence entre la distance du soleil au méridien & la

différence des longitudes. Dans le troisiéme cas l'angle BA10 est la somme de la distance du soleil au méridien & de la différence des longitudes. Que la différence des longitudes ou l'angle BAM soit, par exemple, de 43 degrés, l'angle BA1 dans le premier cas sera de 28^d, puisque le nombre 28 est la différence entre 15 & 43. [La distance du soleil, ou plutôt du centre du Soleil au méridien à une heure après midi est de 15^d.] L'angle BA3 dans le second cas sera de 2 degrés, parce qu'à trois heures après midi le soleil est éloigné du méridien de 45^d. Or la différence entre 45 & 43 est 2. Enfin l'angle BA10 dans le troisiéme cas est de 73^d, parce qu'à 10 heures avant midi le soleil est éloigné du méridien de 30 degrés. Or la somme de 30 & de 43 est 73. Fig. 11.

Tout cela étant présupposé, on trouvera les points horaires par l'analogie suivante, dont le troisiéme terme est la tangente de la différence ou de la somme dont on vient de parler, *Comme le sinus total est au nombre des parties que contient* AB *ou le rayon équinoctial* SB, *ainsi la tangente de la différence ou de la somme marquée ci-dessus, est au nombre des parties du segment* B1, *ou* B3, *ou* B10 *de l'équinoctiale.* Il s'agit de prouver que cette analogie est vraie.

DÉMONSTRATION.

Si dans le triangle rectangle AB1, ou AB3 ou AB10 on prend le côté AB pour rayon, dont le centre soit le point A, l'autre côté B1, ou B3 ou B10 sera la tangente de l'angle BA1, BA3, ou BA10, qui est la différence ou la somme de la distance du soleil au méridien, & de la différence des longitudes. Par conséquent il est certain que la proportion énoncée ci-dessus est vraie, (Préparation art. 10) puisqu'elle consiste en ce que l'on considere d'abord le côté AB comme rayon, ensuite comme contenant un certain nombre de parties, & que l'on regarde pareillement B1, ou B3, ou B10,

Fig. 18. comme tangente de l'angle BA1, ou BA3 ou BA10, & comme contenant un nombre de parties égales à celles de AB. Voici cette proportion : *Comme le ſinus total eſt au côté* AB, *ainſi la tangente de la différence ou de la ſomme ſuſdite eſt au nombre des parties du ſegment* B1, *ou* B3, *ou* B10.

Si donc on prend ſur l'échelle des parties égales du compas à verge, le nombre de parties qui eſt marqué par le quatriéme terme, & qu'on tranſporte la longueur que ces parties compoſent, du point B à un autre point de l'équinoctiale, ce ſecond point ſera celui par lequel doit paſſer la ligne horaire. Nous ſuppoſons que les parties du côté AB ou du rayon équinoctial BS & de la hauteur PS ſont égales à celles qui ſont marquées ſur l'échelle. Si la ligne équinoctiale ne peut être prolongée à la diſtance néceſſaire pour qu'on y marque tous les points horaires dont on a beſoin, il faudra mener une autre équinoctiale parallele à la premiere & plus près du centre, ſur laquelle on marquera les points qu'on n'a pû marquer ſur la premiere. Nous expliquerons cela plus amplement dans le Problême ſuivant.

Voici un exemple dans lequel nous ſuppoſons que l'angle CHL ou la hauteur du pole ſur l'horiſon eſt de $48^d 52'$, la déclinaiſon du plan PDL eſt de 35^d : dans cette hypothèſe on trouvera l'angle LCP entre la méridienne & la ſouſtilaire de $26^d 36'$; l'angle PCS, qui eſt la hauteur du pole ſur le plan, ſera de $32\ 36'$. Enfin l'angle BAM, qui eſt la différence des longitudes, contiendra $42^d 55'$. Si on ſuppoſe de plus que la hauteur du ſtile PS contient 1053 parties égales on trouvera par le triangle rectangle SPB dont l'angle PSB eſt égal à PCS (177) que le rayon équinoctial SB eſt de 1250 parties, on le trouvera, dis-je, par la proportion ſuivante dans laquelle on conſidere l'hypotenuſe SB, comme le ſinus total, & le point B comme centre, auquel cas la hauteur SP devient le ſinus de

l'angle SBP, complément de PSB : *Le ſinus de* SBP *eſt au ſinus total, comme la hauteur du ſtile eſt au rayon équinoctial.* Voici les logarithmes des trois premiers termes de cette proportion dans notre exemple : 992555, 1000000, 302243 par leſquels on trouvera le 4me nombre 309688 log. de 1250. Cela poſé, les différentes parties de l'équinoctiale compriſe entre la ſouſtilaire & les points horaires renfermeront les nombres des parties égales que nous allons indiquer : B1 = 662 parties, B2 = 286, B3 = 45, B4 = 384, B5 = 784, B6 = 1344, B7 = 2359, B8 = 5450. Voilà pour les heures d'après midi : voici pour celles du matin, B11 = 1994, B10 = 4067, B9 = 34362. Toutes ces parties ſont égales à celles de la hauteur du ſtile. Fig. 18.

225. On peut facilement abréger la peine du calcul qu'il faut faire pour trouver les parties de l'équinoctiale compriſe entre la ſouſtilaire & les lignes horaires. Pour cet effet on prendra un rayon équinoctial qui ne contienne que 1000 parties ; & pour lors ce calcul des parties de l'équinoctiale compriſe entre la ſouſtilaire & les différentes lignes horaires, eſt d'une extrême facilité, ou plutôt il ſe trouve tout fait dans les tables des ſinus & des tangentes, pourvû que dans les triangles rectangles AB11, AB10, AB9 ; &c. pour les heures du matin, & AB1, AB2, AB3, &c. pour les heures du ſoir, on conſidere le côté AB = SB, comme rayon ou ſinus total diviſé en 1000 parties, & les côtés B11, B10, B9, ou B1, B2, B3, comme les tangentes des angles en A : ſuppoſons, par exemple, qu'il faille trouver B3. La hauteur du pole du lieu, & la déclinaiſon du plan étant poſées telles que nous les avons marquées ci-deſſus, l'angle BA3 eſt de 2d 5' : il faut donc chercher la tangente de cet angle que je trouve dans les tables de 3637 ou plutôt 3638 : mais comme ce nombre ſuppoſe le rayon diviſé en 100000 parties, & que dans notre hypothèſe on

Fig. 18. retranche les deux derniers zeros, puiſqu'il ne contient que 1000 parties, il faut auſſi ôter les deux derniers chifres du nombre trouvé 3638 dans les tables, ainſi B3 ne contient que 36 parties égales. On trouvera de même les autres parties de l'équinoctiale dont le rayon eſt 1000.

On pourroit auſſi prendre, ſi on y étoit déterminé par quelque circonſtance, un rayon équinoctial qui différeroit de 1000 parties égales par quelques aliquotes du nombre 1000, par exemple, un rayon de 1500 parties, lequel ſurpaſſe 1000 de 500, qui eſt la moitié de 1000: dans ce cas pour avoir B3, il faudroit ajouter au nombre 36 la moitié de ce nombre, ſçavoir 18, la ſomme 54 feroit la ligne B3. Il faut entendre la même choſe des autres parties de l'équinoctiale.

Ce moyen d'abréger les calculs eſt de plus grande importance que tout autre dans la Gnomonique à cauſe de ſa grande facilité: ſans cela on feroit obligé de faire autant de calculs que l'on voudroit tracer de lignes horaires, c'eſt-à-dire, environ 25 ou 30: il faudroit même répéter ces calculs pour s'aſſurer qu'on n'y a point fait de faute.

226. Nous allons donner un exemple de la maniere de calculer un Cadran en ſuppoſant la déclinaiſon du plan de 20^{d} 30$'$ vers l'occident, & l'élévation du pole ſur l'horiſon du lieu de 48^{d} 43$'$. Enſuite nous expoſerons comment on applique ſur le plan ce que l'on a trouvé par le calcul. Il faut d'abord faire les trois analogies marquées dans les Problêmes X, XI & XII, pour trouver 1°. l'angle au centre du Cadran compris entre la méridienne & la ſouſtilaire, 2°. la hauteur du pole ſur le plan, 3°. la différence des longitudes. Les analogies étant faites, on verra que le premier de ces angles eſt 17^{d} 6$'$, le ſecond 38^{d} 10$'$; le troiſiéme 26^{d} 28$'$. Après cela on prendra pour rayon équinoctial une ligne de 1000 parties, & on conſiderera que dans les triangles rectangles ABM, AB1, AB3, AB10, &c.

le côté AB, qui eſt égal au rayon équinoctial BS, étant regardé comme ſinus total, l'autre côté BM, ou B1, ou B3, ou B11, &c. ſera tangente de l'angle oppoſé, dont il faudra chercher le nombre des parties, en ſuppoſant le rayon ou ſinus total de 1000. Ainſi ces tangentes ſont les diſtances du point d'interſection B aux différens points horaires pris ſur l'équinoctiale. Cela poſé, voici ces diſtances telles qu'on les trouve ſans calcul dans la table des tangentes : la premiere eſt la diſtance BM de la ſouſtilaire à la méridienne, ou la tangente de la différence des longitudes, qui eſt de 26 degrés 28 minutes. Fig. 18.

Diſtances de la ſouſtilaire aux différens points horaires pris ſur l'équinoctiale.

Pour le point de midi...	498	tang. de $26^d\ 28'$.
Après midi entre la méridienne & la ſouſtilaire.		
pour le point de midi$\frac{1}{4}$.	$418\frac{1}{2}$	tang. de $22^d\ 43'$.
pour le point de midi$\frac{1}{2}$.	$343\frac{1}{2}$	tang. de $18^d\ 58'$.
pour le point de midi$\frac{3}{4}$.	272	tang. de $15^d\ 13'$.
pour le point de 1^h.	203	tang. de $11^d\ 28'$.
pour le point de $1^h\frac{1}{4}$.	$135\frac{1}{2}$	tang. de $7^d\ 43'$.
pour le point de $1^h\frac{1}{2}$.	69	tang. de $3^d\ 58'$.
pour le point de $1^h\frac{3}{4}$.	$3\frac{1}{2}$	tang. de $0^d\ 13'$.
Après midi au-delà de la ſouſtilaire.		
pour le point de 2^h.	$61\frac{1}{2}$	tang. de $3^d\ 32'$.
pour le point de $2^h\frac{1}{2}$.	195	tang. de $11^d\ 2'$.
pour le point de 3^h.	335	tang. de $18^d\ 32'$.
pour le point de $3^h\frac{1}{2}$.	$488\frac{1}{2}$	tang. de $26^d\ 2'$.
pour le point de 4^h.	$662\frac{1}{2}$	tang. de $33^d\ 32'$.
pour le point de $4^h\frac{1}{2}$.	870	tang. de $41^d\ 2'$.
pour le point de 5^h.	$1131\frac{1}{2}$	tang. de $48^d\ 32'$.
pour le point de $5^h\frac{1}{2}$.	$1484\frac{1}{2}$	tang. de $56^d\ 2'$.
pour le point de 6^h.	$2008\frac{1}{2}$	tang. de $63^d\ 32'$.
pour le point de $6^h\frac{1}{2}$.	2910	tang. de $71^d\ 2'$.
pour le point de 7^h.	4930	tang. de $78^d\ 32'$.

Avant midi.

Pour le point de $11^h\frac{3}{4}$.	$582\frac{1}{2}$ tang. de 30^d $13'$.
pour le point de $11^h\frac{1}{2}$.	$673\frac{1}{2}$ tang. de 33^d $58'$.
pour le point de $11^h\frac{1}{4}$.	773 tang. de 37^d $43'$.
pour le point de 11^h.	$883\frac{1}{2}$ tang. de 41^d $28'$.
pour le point de $10^h\frac{3}{4}$.	$1007\frac{1}{2}$ tang. de 45^d $13'$.
pour le point de $10^h\frac{1}{2}$.	1149 tang. de 48^d $58'$.
pour le point de $10^h\frac{1}{4}$.	$1313\frac{1}{2}$ tang. de 52^d $43'$.
pour le point de 10^h,	1509 tang. de 56^d $28'$,
pour le point de $9^h\frac{1}{2}$.	2047 tang. de 63^d $58'$.
pour le point de 9^h.	2983 tang. de 71^d $28'$.
pour le point de $8^h\frac{1}{2}$.	$5128\frac{1}{2}$ tang. de 78^d $58'$.
pour le point de 8^h.	16195 tang. de 86^d $28'$.

227. Si le plan déclinoit vers l'orient de la même quantité qu'il décline vers l'occident, on trouveroit même angle entre la souſtilaire & la méridienne, même hauteur du pole ſur le plan, même différence des longitudes : les diſtances de la souſtilaire aux points horaires de l'équinoctiale ſeroient auſſi les mêmes : la ſeule différence qu'il y auroit à obſerver par rapport à ces diſtances, c'eſt que celles qui ſont ici pour les heures avant midi ſeroient pour les heures du ſoir également éloignées de midi ; & les diſtances qui ſont ici pour les heures du ſoir ſeroient pour celles du matin : par exemple, le nombre 1509 qui marque la diſtance de la ſouſtilaire au point de 10^h du matin, ſeroit celle de la ſouſtilaire au point de 2^h du ſoir.

Fig. 18. 228. Voici comment on trouve ces différentes tangentes. La différence des longitudes BAM eſt 26^d $28'$. Or l'angle BA1 eſt moindre de 15^d que la différence des longitudes, parce que le ſoleil faiſant ſon tour en 24 heures, il doit avancer de 15 deg. dans une heure. Ainſi il faut ôter 15^d de 26^d $28'$, afin d'avoir l'angle BA1, qui ſera par conſéquent de $11^d 28'$: mais ſi le ſoleil parcourt 15^d dans une heure, il avance donc de 3^d $45'$ dans un quart-d'heure. Ainſi pour avoir l'angle en

A qui répond à midi un quart, il faut ôter $3^d\,45'$ de 26^d 28', on aura le reste $22^d\,43'$. De même pour avoir l'angle A qui répond à midi & demi, il faut ôter $3^d\,45'$ de $22^d\,43'$, on aura le reste $18^d\,58'$. Pareillement pour avoir l'angle en A, qui répond à midi trois quarts, il faut ôter $3^d\,45'$ du dernier reste $18^d\,58'$, on aura le nouveau reste $15^d\,13'$; ainsi de suite jusqu'à la soustilaire, en ôtant pour chaque quart-d'heure $3^d\,45'$ du reste précédent, en sorte qu'il ne restera plus que 13' après l'angle qui répond à $1^h\frac{3}{4}$: & comme on ne peut retrancher $3^d\,45'$ de 13', il faut ôter 13' de $3^d\,45'$, le reste $3^d\,32'$ sera la valeur de l'angle BA2, lequel sera au-delà de la soustilaire, par rapport à la méridienne. Pour avoir les angles suivans, il ne faudra plus retrancher, mais au contraire ajouter $3^d\,45'$ au précédent. Ainsi, par exemple, l'angle correspondant à 2 heures $\frac{1}{4}$ est $7^d\,17'$. Il en est de même des heures qui sont avant midi; c'est-à-dire, qu'il faut ajouter $3^d 45'$ à l'angle précédent. Si on ne vouloit marquer les heures que de demi en demi, il faudroit ajouter $7^d\,30'$ à l'angle précédent, ou les retrancher de cet angle. Fig. 158

229. On peut voir aisément si on ne s'est pas trompé dans les soustractions ou les additions. Il faut pour les heures du soir qui sont au-delà de la soustilaire retrancher la différence des longitudes du nombre des degrés que le soleil a parcourus depuis midi jusqu'à l'heure proposée. Par exemple, s'il s'agit de sept heures du soir, on retranchera $26^d\,28'$ de 105 degrés, le reste $78^d\,32'$ est la valeur de l'angle BA7: & pour les heures du matin il faut ajouter la différence des longitudes au nombre de degrés que le soleil doit parcourir depuis l'heure proposée jusqu'à midi. Ainsi la valeur de l'angle BA8 qui répond à 8 heures du matin est $86^d\,28'$. Il suffit d'appliquer cette preuve sur la premiere & la derniere heure que l'on veut marquer.

230. Enfin il faut encore, soit avant, soit après avoir trouvé les distances de la soustilaire aux différens points

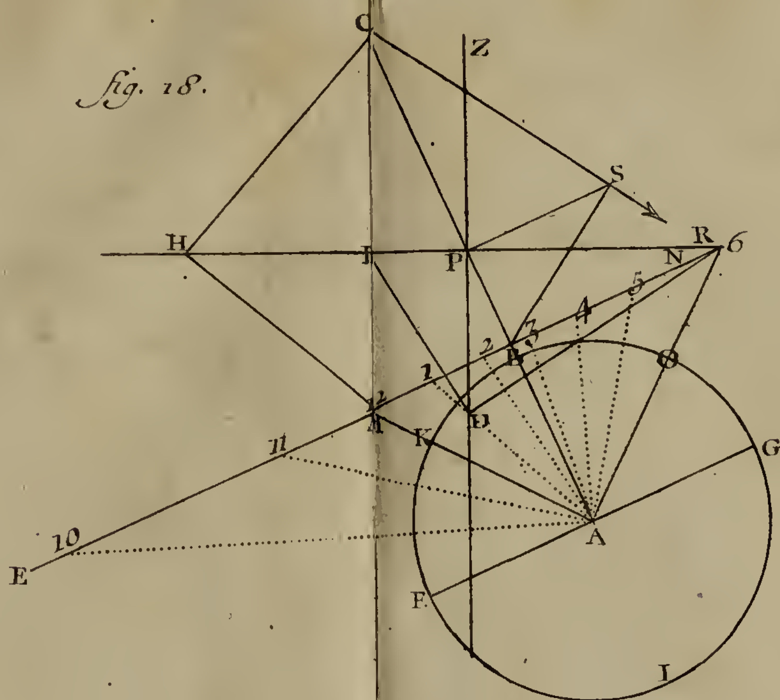
Fig. 18. horaires, il faut dis-je, chercher la distance CB du centre à l'équinoctiale en cette maniere : L'angle BCS du triangle CSB rectangle en S étant de 38ᵈ 10′, son complément CBS sera de 51ᵈ 50′. Or le rayon équinoctial BS étant pris pour sinus total dont le point B soit le centre, la ligne CB sera la sécante de l'angle CBS : il faut donc chercher dans la table des sécantes quelle est celle de 51ᵈ 50′. En supposant le rayon de 1000 parties, on trouvera qu'elle en contient 1618 : ainsi dans le Cadran dont il s'agit, la distance du centre à l'équinoctiale doit être de 1618 parties de l'échelle.

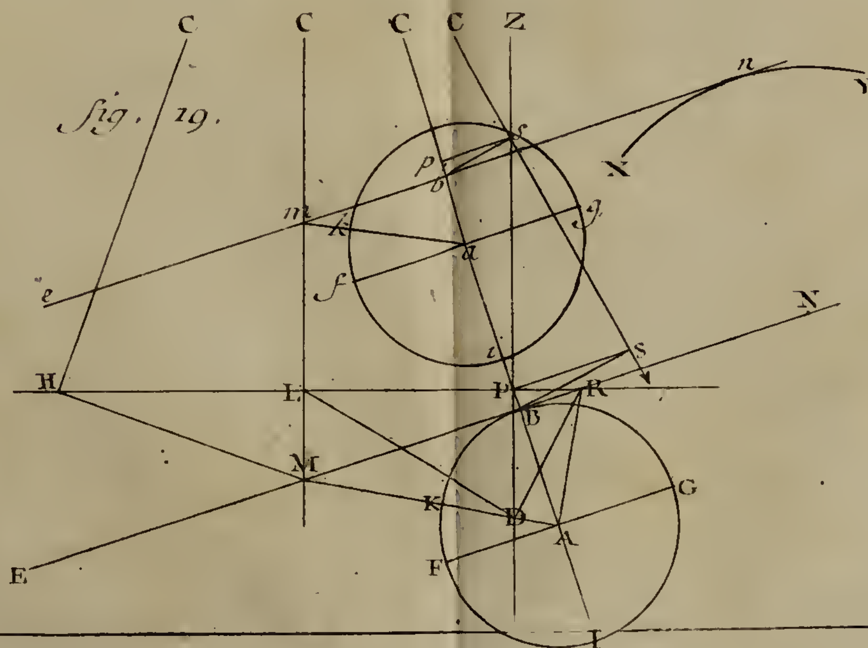
On peut trouver aussi la distance CB par l'analogie suivante fondée sur le triangle CSB rectangle en S dont le côté SB est supposé de 1000 parties, & l'angle C est de 38ᵈ 10′. *Le sinus de l'angle* C *est au côté* SB *comme le sinus total est au côté* CB.

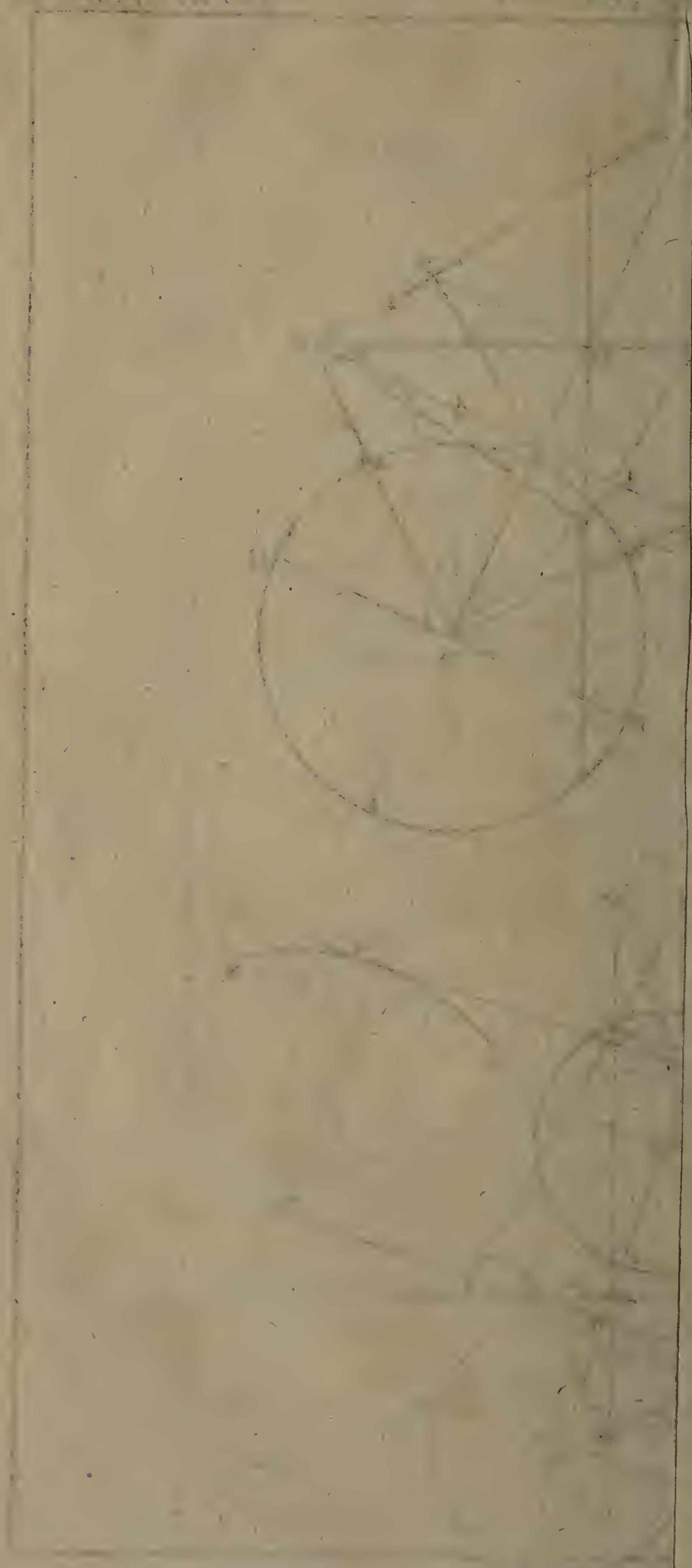
231. Tout ce calcul étant achevé, voici comment on en fait l'application sur le plan, dont toutes les lignes tirées pour trouver la déclinaison sont inutiles, excepté peut-être la verticale & l'horisontale.

1°. Il faut décrire une ligne verticale dans quel endroit du plan on voudra, ce sera la méridienne. Il est à propos qu'elle divise en deux parties égales la largeur du plan lorsque sa déclinaison est peu considérable, comme de 10 ou 12 degrés. Mais si cette déclinaison est grande, par exemple, de 40 ou 50 degrés, il est bon que la partie du plan sur laquelle on doit tirer un plus grand nombre de lignes horaires soit plus étendue que l'autre, sans cela les heures seroient trop serrées dans cette premiere partie, à moins que le plan ne fût extrêmement large.

2°. On choisit un point au haut de la méridienne & du plan, que l'on prend pour centre du Cadran, dans lequel on enfonce un clou, sur la tête duquel il y a un petit trou, afin d'y pouvoir arrêter le bout de l'axe qui doit être pointu.


fig. 18.
C
Z
S
H
L
P
R
N
6
5
4
3
2
1
B
O
12
D
M
K
11
G
A
10
E
F
I


C
C
C
C
Z
fig. 19.
n
Y
X
p
b
m
k
g
a
e
f
i
N
S
H
L
P
R
B
M
G
K
D
A
E
F
I



3°. On tirera du centre une ligne qui faſſe avec la méridienne l'angle que l'on aura trouvé par le Problême X, ce ſera la ſouſtilaire. Il faut la tirer à gauche de la méridienne, ſi le plan que l'on ſuppoſe tourné vers le midi décline vers l'orient : mais on la tirera à droite, ſi le plan décline vers l'occident. Ce ſeroit le contraire ſi le plan regardoit le nord : dans notre exemple elle doit être tirée à droite, & faire avec la méridienne un angle de 17 deg. 6.

4°. On prendra ſur l'échelle des parties égales la diſtance CB du centre à l'équinoctiale, qui dans notre exemple eſt 1618 ; & on la portera ſur la ſouſtilaire, en mettant une des pointes du compas ſur le centre : enſuite du point B de cette ligne où aboutira cette diſtance, on élevera une perpendiculaire EBN ſur la même ligne, c'eſt-à-dire, ſur la ſouſtilaire, ce ſera l'équinoctiale. Il eſt à propos d'enfoncer au point d'interſection B un petit clou à la tête duquel il y ait un trou peu profond, pour y mettre une pointe de compas.

5°. Enfin on prendra ſur l'équinoctiale avec le compas à verge les diſtances qu'on aura trouvées par le calcul depuis le point B juſqu'aux différens points horaires, & on marquera ces points. Mais à meſure qu'on les marquera, on tirera du centre du Cadran des lignes qui paſſeront par ces points, ce ſeront les lignes horaires. On verra dans le Problême ſuivant ce qu'il faut faire lorſque l'équinoctiale n'eſt pas aſſez longue pour y marquer tous les points horaires.

Après avoir décrit l'équinoctiale, & avant de tirer les lignes horaires, il eſt à propos de s'aſſurer ſi l'angle de la ſouſtilaire avec la méridienne, eſt tel qu'il doit être, & ſi l'équinoctiale eſt tracée comme il faut. Or cela eſt facile : il n'y a qu'à voir ſi BM diſtance de la ſouſtilaire à la méridienne, priſe ſur l'équinoctiale, contient autant de parties qu'elle en doit avoir. Dans notre exemple, elle en doit contenir 498.

PROBLÊME IV.

232. *Connoiſſant la déclinaiſon du plan & la hauteur du pole ſur l'horiſon du lieu, tracer un Cadran vertical par le moyen des points horaires trouvés par le calcul ſur deux lignes équinoctiales, ſoit que la diſtance du centre du Cadran aux lignes équinoctiales ſoit grande, ou qu'elle ſoit petite.*

Nous ſuppoſons qu'on a trouvé trois angles par le calcul, 1°. celui qui eſt compris entre la méridienne & la ſouſtilaire. 2°. La hauteur du pole ſur le plan du Cadran. 3°. La différence des longitudes. Nous ſuppoſons de même que l'on a tracé la méridienne, l'équinoctiale & la ſouſtilaire de la maniere que nous expliquerons à la ſuite de ce Problême.

1°. Il faut chercher par le calcul, comme dans le Problême précédent, les parties de l'équinoctiale BI, BXI, BX, &c. qui ſont compriſes entre la ſouſtilaire & les points horaires. Fig. 20.

2°. On cherchera la diſtance du centre du Cadran à l'équinoctiale: le rayon BS étant ſuppoſé de 1000 parties, on la trouvera aiſément : car dans le triangle CBS rectangle en S, ſi on regarde BS comme le ſinus total dont le centre ſoit B, la ligne CB ſera la ſécante de l'angle CBS. Or on connoît l'angle BCS qui eſt la hauteur du pole ſur le plan; ainſi on a auſſi la valeur de l'angle CBS qui eſt ſon complément. Il faudra donc chercher dans la table des ſécantes quelle eſt celle de l'angle CBS, le rayon étant ſuppoſé de 1000 parties; cette ſécante ſera la diſtance CB. On peut auſſi trouver cette diſtance par l'analogie de l'art. 230.

3°. La diſtance CB du centre du Cadran à l'équinoctiale étant trouvée, on choiſira le point *b* dans la ſouſtilaire qui ſoit éloigné de l'équinoctiale d'une partie aliquote de la diſtance CB, par exemple du quart, du tiers ou de la moitié : le point *b* peut être pris tantôt plus, tantôt moins éloigné du centre que l'équinoctiale : enſuite il faudra tirer une ligne par le point *b* qui ſoit perpendiculaire à la ſouſtilaire ou parallele à l'équinoctiale : cette

parallele sera la seconde équinoctiale. Fig. 20.

4°. Il faut marquer les points horaires sur cette seconde équinoctiale; supposons qu'elle est plus proche du centre du Cadran que la premiere, de sorte que la ligne C*b* soit la moitié de la distance CB; alors les parties de la seconde équinoctiale entre la soustilaire & les points horaires ne seront que la moitié des parties correspondantes de la premiere : par exemple, *b*11 de la seconde équinoctiale ne sera que la moitié de BXI, qui est la partie correspondante de la seconde. Par conséquent si BXI renferme 1200 parties égales de l'échelle, *b*11 en contiendra 600. On aura donc par là le point 11. On trouvera de la même maniere les points horaires de la seconde équinoctiale. Si la distance CB étoit quadruple de C*b*, la partie BXI seroit quadruple de *b*11; mais si la seconde équinoctiale est plus éloignée du centre du Cadran que la premiere, & que la distance B*b* soit, par exemple, la quatriéme partie de CB, alors il faut ajouter à BXI la quatriéme partie de cette longueur BXI, & prendre *b*11 égale à la somme de cette addition, le point 11 désignera le point de la onziéme heure dans la seconde équinoct. Si par exemple, BXI contient 1200 parties, *b*11 en renfermera 1500.

5°. On menera des lignes droites qui passent par les points correspondans des deux équinoctiales, par exemple, par les points XI & 11, & on aura les lignes horaires qui se couperont au centre du Cadran, si on les prolonge.

Après tout ce que nous avons dit jusqu'à présent, il n'y a qu'un seul article de cette méthode qui ait besoin de preuve; sçavoir, pourquoi la partie *b*11 de la seconde équinoctiale, est plus courte ou plus longue que la ligne BXI de la premiere équinoctiale, sçavoir, de la quatriéme partie de BXI, en supposant que B*b* est la quatriéme partie de CB: c'est pourquoi nous donnons la démonstration suivante, dans laquelle nous supposons la ligne CB plus grande que C*b*.

DÉMONSTRATION.

Fig. 20. Le triangle $bCi\,i$ est semblable au triangle BCXI, à cause des bases paralleles $b\,i\,i$ & BXI; ainsi Cb. CB : : $b\,i\,i$. BXI. Or la ligne Cb est plus courte que CB de la quatriéme partie de la distance CB, puisque Bb est le quart de CB; donc la base $b\,i\,i$ est aussi plus petite que BXI de la quatriéme partie de BXI: ainsi pour avoir $b\,i\,i$, il faut retrancher de BXI la quatriéme partie de cette base BXI, & le reste sera $b\,i\,i$.

233. Pour ce qui est des trois lignes principales, c'est-à-dire, de la méridienne, la soustilaire & l'équinoctiale: voici comment il faut faire pour les tirer sur le plan.

1°. On décrit la méridienne de maniere que quand la déclinaison du plan est de 40 ou 50 degrès & au-delà, la partie du plan qui est du côté où il faut tirer plus de lignes horaires, soit plus grande que l'autre, à moins que le plan n'ait une largeur très-considérable.

2°. Quant à l'équinoctiale, si le centre du Cadran est trop éloigné de cette ligne, ce qui arrive toujours lorsque la déclinaison du plan est fort grande, c'est-à-dire, environ de 70 degrés ou plus dans le climat de la France, il faudra opérer en cette maniere: On tirera d'un point d'en-bas de la méridienne une ligne qui fasse avec cette méridienne un angle CMB égal au complément de l'angle MCB compris entre la méridienne & la soustilaire; cette ligne sera l'équinoctiale. Cet angle aigu CMB doit être du même côté de la méridienne que la soustilaire.

3°. On prendra avec le compas à verge la distance MB, c'est-à-dire, la tangente de la différence des longitudes, qui est la partie de l'équinoctiale qui doit être entre la méridienne & la soustilaire, & du point B on élevera une perpendiculaire sur l'équinoctiale: ce sera la soustilaire. Dans l'exemple que nous allons donner cette distance sera de 2663 parties, en prenant le rayon équinoctial seulement de 500 parties.

234. On ſuppoſe la latitude de $48^d\ 51'$, la déclinaiſon du plan de 76^d vers l'orient; & par conſéquent on trouvera 1°. l'angle de la ſouſtilaire avec la méridienne de $40^d\ 22'$; 2°. La hauteur du pole ſur le plan de $9^d\ 10'$; 3°. La différence des méridiens de $79^d\ 22'$. Cela poſé, voici les diſtances de la ſouſtilaire aux différens points horaires pris ſur l'équinoctiale. Fig. 20.

Pour le point de midi... 2663 tang. de $79^d\ 22'$.

Avant midi entre la Méridienne & la Souſtilaire.

pour le point de 11^h. 1042 tang. de $64^d\ 22'$.
pour le point de 10^h. 582 tang. de $49^d\ 22$.
pour le point de 9^h. 342 tang. de $34^d\ 22$.
pour le point de 8^h. 175 tang. de $19^d\ 22$.
pour le point de 7^h. 38 tang. de $4^d\ 22$.

Avant midi au-delà de la Souſtilaire.

pour le point de 6^h. 93 tang. de $10^d\ 38'$.
pour le point de 5^h. 240 tang. de $25^d\ 38$.
pour le point de 4^h. 429 tang. de $40^d\ 38$.

Après midi.

pour le point de midi$\frac{1}{2}$. 9133 tang. de $86^d\ 52'$.

Voilà les diſtances de la ſouſtilaire aux différens points horaires pris ſur la premiere équinoctiale. Pour avoir les diſtances correſpondantes ſur une ſeconde équinoctiale, il faut chercher (232, num. 2) la diſtance du centre à la premiere équinoctiale; on la trouvera de 3138 parties, le rayon équinoctial étant ſuppoſé de 500: on prendra enſuite B*b* égale à 1569, c'eſt-à-dire, à la moitié de 3138, & on tirera (221) par le point *b* une parallele à la premiere équinoctiale, ce ſera la ſeconde: les diſtances de la ſouſtilaire aux différens points horaires priſes ſur cette ſeconde équinoctiale ſeront les moitiés de celles qui leur répondent ſur la premiere.

235. Il arrive fort ſouvent que le plan n'eſt pas aſſez grand, afin que l'on puiſſe prolonger la premiere équinoctiale, c'eſt-à-dire, la plus éloignée du centre autant qu'il eſt néceſſaire, pour y marquer tous les points ho-

Fig. 20. raires. Dans ce cas il en faut tirer une troiſiéme qui coupe en deux parties égales au point 2*b* la diſtance C*b* depuis le centre juſqu'à la ſeconde équinoctiale, & alors les intervalles pris ſur cette troiſiéme équinoctiale depuis la ſouſtilaire juſqu'aux différents points horaires, ſeront les moitiés des intervalles correſpondans dans la ſeconde équinoctiale. Pareillement ſi on ne peut pas aſſez prolonger cette ſeconde équinoctiale, il en faut tirer une quatriéme qui partage la diſtance C2*b* du centre à la troiſiéme en deux parties égales, & les intervalles pris ſur cette nouvelle équinoctiale depuis la ſouſtilaire juſqu'aux différens points horaires, ſeront les moitiés des intervalles correſpondans ſur la 3me, ainſi de ſuite.

236. Il faut bien prendre garde que dans les Cadrans qui ſont tournés au midi, jamais il ne doit y avoir de lignes horaires qui paſſent au-deſſus d'une ligne horiſontale qui ſoit tirée par le centre du Cadran : parce que l'ombre du ſoleil ne pourroit tomber ſur ces lignes pendant le jour, c'eſt-à-dire, pendant que cet aſtre eſt ſur l'horiſon. Pour entendre la raiſon de ce que nous avançons, il faut concevoir un ſtile perpendiculaire au plan qui ſoit enfoncé dans le centre du Cadran : comme ce ſtile ſe trouve dans le plan de l'horiſon, ou, ce qui revient au même, dans un plan parallele à l'horiſon, il s'enſuit que quand le ſoleil eſt à l'horiſon, ſoit qu'il ſe leve ou qu'il ſe couche, l'ombre de ce ſtile tombe ſur la ligne horiſontale qui paſſe par le centre & qui eſt formée par le même plan ; & par conſéquent quand le ſoleil eſt au-deſſus de l'horiſon, l'ombre du ſtile eſt toujours au-deſſous de cette ligne horiſontale. A plus forte raiſon l'ombre de l'axe ne peut jamais tomber au-deſſus de la même ligne pendant le jour, puiſque cet axe incline vers le bas. On verra dans le quatriéme Livre comment on trouve quelles ſont les premieres & les dernieres heures que l'on peut marquer ſur les Cadrans.

Nous déduirons encore du Problême ſuivant une autre méthode de tracer des Cadrans verticaux.

PROBLÊME V.

237. *Connoissant la différence des longitudes & la hauteur du pole sur le plan, ou l'angle compris entre la soustilaire & l'axe, trouver les angles contenus entre la soustilaire & les lignes horaires.*

Il y a trois cas dans ce Problême, qui sont les mêmes que ceux du troisiéme : car ou les lignes horaires tombent entre la méridienne & la soustilaire, comme la ligne C1, ou elles sont du côté de la soustilaire opposé à la méridienne, comme la ligne C3, ou elles sont du côté de la méridienne opposé à la soustilaire, comme la ligne C10. Dans les deux premiers cas il faut prendre la différence entre la distance du soleil au méridien à l'heure proposée, & la différence des longitudes : mais dans le troisiéme cas il faut prendre la somme de la distance du soleil, & de la différence des longitudes : ensuite on fera la proportion suivante, dont le troisiéme terme est la tangente de la différence ou de la somme dont on vient de parler : *Comme le sinus total au sinus de l'angle entre la soustilaire & l'axe, de même la tangente de la différence ou de la somme exposée ci-dessus, à la tangente de l'angle au centre du Cadran entre la soustilaire & la ligne horaire proposée.* Fig. 21.

Nous démontrerons cette proportion de la même maniere que celle du troisiéme Problême du premier Livre article 50. Pour cet effet considérons d'abord comment on désigne la distance du soleil au méridien à une heure proposée. L'angle au centre diviseur de l'équinoctiale, par exemple, l'angle MA1 dont le côté AM se termine à l'intersection de la méridienne avec l'équinoctiale, & l'autre côté A1 aboutit au point 1 de cette équinoctiale, lequel point représente le lieu du soleil rapporté à l'équateur ; cette angle, dis-je, désigne la distance du soleil au méridien à l'instant d'une heure après midi : c'est la propriété du centre diviseur. Cela étant on détermine de la maniere suivante la différence ou la somme des angles dont la tangente est le troisiéme terme de la proportion.

Fig. 21. La différence des longitudes eſt toujours l'angle BAM, & dans le premier cas la diſtance du ſoleil au méridien eſt l'angle MA1. Or la différence entre l'un & l'autre eſt l'angle BA1 : ainſi la tangente de ce troiſiéme angle eſt le troiſiéme terme de la proportion. Dans le ſecond cas la diſtance du ſoleil au méridien eſt l'angle MA3. Or la différence entre BAM & MA3 eſt l'angle BA3, dont par conſéquent la tangente eſt le troiſiéme terme de l'analogie. Dans le troiſiéme cas la diſtance du ſoleil au méridien eſt MA10. Or la ſomme de BAM & de MA10 eſt BA10 : ainſi la tangente de ce dernier angle eſt le troiſiéme terme de la proportion.

Ces tangentes ſont B1, B3, B10, en conſidérant AB comme ſinus total, & le point A comme centre. Mais ſi on prend CB pour rayon, & pour centre le point C, les parties B1, B3, B10 de l'équinoctiale ſeront les tangentes des angles BC1, BC3, BC10 qui ſont compris entre la ſouſtilaire & les lignes horaires C1, C3, C10. Cela poſé, nous prouverons ainſi la proportion énoncée ci-deſſus, en appliquant le raiſonnement à la tangente C1.

DÉMONSTRATION.

Le triangle rectangle CB1 donne la proportion CB. B1 : : S-T. T-BC1, c'eſt-à dire, CB *eſt à* B1 *comme le ſinus total à la tangente de l'angle* BC1, puiſque conſidérant CB comme rayon, le côté B1 eſt la tangente de cet angle. De même le triangle rectangle BA1 donne la proportion AB. B1 : : S-T. T-BA1. On aura donc CB×T-BC1=B1×S-T pour la premiere proportion, & AB×T-BA1=B1×S-T pour la ſeconde. Or le ſecond membre de ces deux équations eſt le même ; par conſéquent les deux premiers membres CB×T-BC1 & AB×T-BA1 ſont égaux ; d'où on tire la nouvelle proportion (Arith. Liv. 2. art. 43.) CB. AB : : T-BA1. T-BC1. Mais par la conſtruction BS=AB (65). On aura donc la proportion ſuivante, CB. BS : : T-BA1.

T-BC1. Or en prenant CB pour rayon, la ligne BS est le sinus de l'angle BCS formé par la soustilaire & l'axe. Ainsi la derniere proportion se réduit à celle-ci qu'il falloit prouver, *Le sinus total est au sinus de l'angle entre la soustilaire & l'axe, comme la tangente de l'angle* BA1 *qui est la différence entre la distance du soleil au méridien & la différence des longitudes, à la tangente de l'angle* BC1 *entre la soustilaire, & la ligne d'une heure.* Fig. 21.

Voici un exemple dans lequel on cherche l'angle compris entre la soustilaire & la ligne d'une heure, en supposant la différence des longitudes de $42^d\ 55'$, & la hauteur du pole sur le plan de $32^d\ 36'$. L'angle dont la tangente est le 3me terme de la proportion dans cet exemple, vaut $27^d\ 55'$, puisque c'est la différence entre $42^d\ 55'$ & 15^d: ainsi les logarithmes des trois premiers termes seront les nombres 1000000,973140,972415, dont le premier étant retranché de la somme des deux autres, on trouve le reste 945555, qui est la tangente artificielle de $15^d\ 56'$: c'est la valeur de l'angle compris entre la soustilaire & la ligne d'une heure.

239. Si la déclinaison du plan n'est pas trop grande, si, par exemple, elle n'excede pas environ 70 degrés dans le climat de la France, & qu'on ait un compas à verge sur lequel il y ait deux échelles, dont une contienne 2000 parties égales ou même davantage, & l'autre montre combien les cordes des différens arcs contiennent de ces parties, on pourra tracer un Cadran par le moyen de ce Problême. Pour cela on decrira du centre du Cadran une circonférence dont le rayon soit égal à la corde de 60^d. Après cela, il faut du point d'intersection de la circonférence & de la soustilaire pris pour centre, & d'un intervalle égal à la corde de l'angle compris entre la soustilaire & quelque ligne horaire qu'on veut tirer, il faut, dis-je, de ce point, comme centre, & de cet intervalle décrire un arc qui coupe la circonférence; le point d'inter-

Fig. 21. section de cet arc & de la circonférence sera le point par lequel doit passer la ligne horaire. Si donc on tire du centre du Cadran une ligne à ce point, on aura la ligne horaire qu'on cherche : par exemple, si on veut tracer la ligne C3, il faut (Prépar. art. 29) du point d'intersection de la circonférence & de la soustilaire, & d'un intervalle égal à la corde de l'angle BC3 décrire un arc qui coupe la circonférence : ensuite on tirera du centre du Cadran au point où l'arc coupe la circonférence, une ligne droite : ce sera la ligne de 3 heures après midi.

240. On peut par les angles des lignes horaires avec la soustilaire trouver ceux que font ces mêmes lignes avec la méridienne. Voici la méthode dont il faut se servir pour cet effet : ou les lignes horaires sont entre la méridienne & la soustilaire , ou au-delà de cette soustilaire , ou enfin du côté de la méridienne opposé à la soustilaire. Dans le premier cas, il faut soustraire l'angle compris entre la soustilaire & la ligne horaire de l'angle LCP ou MCB formé par la méridienne & la soustilaire; le reste sera l'angle compris entre la méridienne & la ligne horaire. Dans le second cas, il faut ajouter l'angle compris entre la soustilaire & la ligne horaire à l'angle MCB, la somme sera l'angle cherché. Dans le troisiéme cas, il faut retrancher l'angle MCB de l'angle formé par la soustilaire & la ligne horaire, la différence sera l'angle cherché compris entre la méridienne & la ligne horaire.

Nous allons donner des exemples des trois cas, en supposant toujours la hauteur du pole du lieu de 48 degrés 52 minutes, & la déclinaison du plan de 35 degrés vers l'occident, ce qui fera trouver l'angle MCB de 26 degrés 36 minutes. L'angle BC1 compris entre la soustilaire CB & la ligne horaire C1 a été trouvé de 15 deg. 56'. J'ôte donc 15 deg. 56' de 26 deg. 36', le reste $10^d\,40'$ sera l'angle MC1. On trouvera pareillement que l'angle MC2 est de $19^d\,33'$, qui est la diffé-

rence entre $26^d\ 36'$, & l'angle BC2 de $7^d\ 3'$. L'angle MC3 appartient au second cas, ainsi j'ajoute $1^d\ 7'$, qui est la valeur de l'angle BC3 à l'angle MCB, qui est de 26 deg. 36', la somme 27 deg. 43' sera l'angle MC3, les angles suivans MC4, MC5, MC6, &c. se trouveront de la même maniere. Enfin l'angle MC11 appartient au troisiéme cas; J'ôte donc 26 deg. 35' de 40 deg. 41', qui est la valeur de l'angle BC11, il reste $14^d\ 5'$ pour la valeur de l'angle MC11. On trouvera de même les angles MC10, MC9, &c. Fig. 21.

241. Les angles des lignes horaires avec la méridienne étant connus, on peut tracer ces lignes par rapport à la méridienne, de la même maniere qu'on les trace par rapport à la soustilaire, comme nous l'avons expliqué art. 239. Nous allons ajouter deux Problêmes pour trouver les points horaires sur une ou deux horisontales, comme on les a trouvés sur une ou deux équinoctiales.

PROBLÊME VI.

242. *La déclinaison du plan étant connue avec la hauteur du pole sur l'horison, trouver par le calcul les points horaires sur la ligne horisontale.*

Pour entendre la raison de la pratique de ce Problême, il faut concevoir un Cadran horisontal fait pour la même hauteur du pole sur l'horison que le Cadran vertical; il faut concevoir, dis-je, ce Cadran horisontal enfoncé perpendiculairement dans le plan vertical, de maniere qu'il fasse par son interfection avec ce plan la ligne horisontale du Cadran vertical, & que la méridienne du Cadran horisontal aille rencontrer la méridienne du vertical: il faut de plus imaginer que le Cadran horisontal est assez enfoncé dans le plan vertical afin que le bout de l'axe du vertical entre dans le centre D de l'horisontal: (il faut concevoir la ligne DP perpendiculaire au plan du Cadran vertical) alors la perpendiculaire DP tirée du centre sur la ligne horisontale sera la hauteur du stile du Cadran vertical, & Fig. 22.

Fig. 22. chaque ligne horaire, comme DIII, du Cadran horisontal sera l'hypotenuse du triangle rectangle DPIII, dont le côté DP peut être considéré comme le rayon qui a pour centre D, auquel cas la partie PIII de la ligne horisontale sera la tangente de l'angle PDIII du Cadran horisontal. Cela posé, voici la méthode de trouver les points horaires sur la ligne horisontale.

Ces points horaires sont ou du même côté de la méridienne que la soustilaire, ou du côté opposé. Dans le premier cas on prendra la différence entre l'angle horaire du Cadran horisontal & la déclinaison du plan, & ce reste sera l'angle dont la tangente sera une partie de la ligne horisontale, laquelle partie sera comprise entre le pied du stile & le point horaire cherché: ainsi en prenant sur l'horisontale la longueur de la tangente depuis le pied du stile, on aura le point horaire cherché. Dans le second cas il faut ajouter ensemble la déclinaison & l'angle horaire au centre du Cadran horisontal, la somme sera l'angle qui aura pour tangente une partie de la ligne horisontale, laquelle partie sera comprise entre le pied du stile & le point horaire proposé. Ainsi en cherchant la longueur de cette tangente, & la prenant depuis le pied du stile en allant vers la méridienne, on aura le point horaire dont il s'agit.

Voici des exemples de cette pratique: supposons que la déclinaison du plan est de 35 degrés vers l'occident, que la hauteur du pole sur l'horison est de 48^d $50'$, & que la hauteur du stile contient 1250 parties égales à celles de l'échelle que l'on a, le point d'une heure après midi se trouvera en cette maniere: la déclinaison LDP est de 35^d, l'angle horaire horisontal LDI est de $11^d\ 24'$: par conséquent la différence est $23^d\ 36'$, qui a pour tangente 43689; je dirai donc, *Comme le sinus total* 100000 *à la tangente* 43689, *ainsi* 1250 *à un quatriéme terme qui sera* 546. Ainsi il faut prendre sur la ligne horisontale depuis le pied du stile P une longueur égale à 546 parties de l'échelle, l'ex-

trémité sera le point d'une heure. Pour le point de III heures, on ôtera la déclinaison 35 deg. de l'angle horaire LDIII, qui contient 36 deg. 58', le reste sera 1^{d} 58', dont la tangente est 3435. Ainsi en faisant une proportion pareille à celle que nous venons de faire, on trouvera que PIII contient 43 parties égales de l'échelle. On peut remarquer que le point I est moins éloigné de la méridienne que la soustilaire & que le point III en est plus éloigné. Cela vient de ce que l'angle horaire LDI est plus petit que la déclinaison du plan; au lieu que l'autre angle LDIII est plus grand que cette déclinaison. Fig. 22.

Pour avoir le point de X^{h} qui est du côté de la méridienne opposé à la soustilaire, il faut ajouter la déclinaison 35 à l'angle horaire LDX de 23^{d} 30', la somme sera 58^{d} 30', dont la tangente est 163185. Par conséquent en faisant une proportion semblable aux deux précédentes, on trouvera PX = 2040.

L'éclaircissement que nous avons donné avant l'exposition de la pratique, en est une démonstration, c'est pourquoi nous n'en mettrons point ici.

243. Afin de trouver les parties PI, PIII, PX, &c. avec plus de facilité, il faut prendre une hauteur du stile qui contienne 1000 parties égales de l'échelle dont on se sert, ou au moins un nombre qui soit composé d'aliquotes de 1000, comme 500, 750, 1250, 1500, 1750, 2000, (1250 contient 1000 plus le quart de 1000 : 1500 renferme 1000 plus la moitié de 1000 : 1750 contient 1000 plus les 3 quarts de 1000.) Ensuite on cherchera quelle doit être la distance du centre au pied du stile en prenant cette hauteur. Or on trouvera facilement cette distance CP en supposant qu'on connoît la hauteur du pole sur le plan, c'est-à-dire, l'angle PCS, qui est de 32^{d} 38' dans notre hypothèse, dans laquelle la déclinaison du plan est de 35 deg. & la latitude de 48 deg. 50'. Voici ce qu'il faut observer.

244. Dans le triangle rectangle CPS on peut pren-

Fig. 22. dre PS pour rayon ou pour ſinus total, dont le centre ſoit le point S, & pour lors la diſtance CP eſt la tangente de l'angle oppoſé CSP, qui eſt le complément de PCS : ainſi le côté PS qui eſt la hauteur du ſtile auſſi-bien que DP étant de 1000 parties, il n'y a qu'à chercher dans la table la tangente du complément de 32ᵈ 38′, que l'on trouvera de 156165, & retrancher les deux derniers chifres ; on aura 1561, ou plus exactement 1562, à cauſe que le chifre ſuivant 6 eſt plus grand que 5 : ainſi la hauteur du ſtile étant 1000, la diſtance du centre au pied du ſtile eſt 1562.

On a retranché deux chifres de la tangente telle qu'elle eſt dans les tables, parce que le rayon 1000 eſt moindre de deux chifres que le rayon 100000, qui eſt celui qu'on a ſuppoſé dans la conſtruction des tables.

245. Cela poſé, il n'y aura plus de difficulté à chercher les tangentes des angles, car elles ſe trouvent dans la table des tangentes ſans aucun calcul, comme on vient de trouver celle de l'angle CSP : par exemple, la tangente de 58 deg. 30′ eſt 1632, que l'on trouve dans les tables en effaçant les deux derniers chifres. Or ces tangentes ſont les diſtances du pied du ſtile aux différens points horaires.

Si la hauteur du ſtile qu'on a priſe avoit été 1500, comme ce nombre contient 1000 plus la moitié de 1000, la diſtance CP, c'eſt-à-dire, la tangente de l'angle CSP auroit été 2343, qui eſt la ſomme de 1562 & de la moitié de ce nombre. De même la tangente de 58 deg. 30′ auroit été 2448, qui contient 1632 plus la moitié de ce nombre.

246. Lorſqu'on a trouvé dans les tables des tangentes, les nombres des parties égales que doit contenir la diſtance depuis le pied du ſtile juſqu'à chaque point horaire pris ſur l'horiſontale, il eſt facile de tracer le Cadran ; pourvû qu'outre la hauteur du pole ſur le plan, on connoiſſe encore l'angle de la ſouſtilaire avec la méridienne. On trouvera cet angle par le Pro-

blême X, art. 178 : après quoi on opérera de la maniere ſuivante.

1°. On tirera une ligne verticale que l'on prendra pour la méridienne, au haut de laquelle on choiſira un point que l'on regardera comme le centre du Cadran, que je ſuppoſe tourné vers le midi. Nous avons dit (216) comment la méridienne, doit être ſituée par rapport à la largeur du plan.

2°. On décrira du centre une ligne qui faſſe avec la méridienne l'angle qu'on aura trouvé par le dixiéme Problême, ce ſera la ſouſtilaire : elle doit être à gauche de la méridienne quand le plan décline vers l'orient, & à droite quand il décline vers l'occident : c'eſt le contraire dans les Cadrans du nord.

3°. On prendra ſur la ſouſtilaire la diſtance du centre C au pied du ſtile P (244), & on tirera de ce point une perpendiculaire ſur la méridienne ; ce ſera l'horiſontale cherchée, ſur laquelle on marquera les points horaires avec une échelle de parties égales, en prenant ſur cette horiſontale depuis le pied du ſtile des diſtances égales aux tangentes des différens angles.

4°. Enfin on tirera des lignes du centre du Cadran qui paſſent par ces différens points horaires ; ce ſeront les lignes horaires. Mais ſi le centre du Cadran eſt trop éloigné de l'horiſontale, il faut mener une parallele à l'horiſontale, & trouver enſuite ſur cette parallele qui eſt une ſeconde horiſontale, les points horaires, comme on va l'enſeigner dans le Problême ſuivant.

PROBLÊME VII.

247 *La déclinaiſon du plan & la hauteur du pole ſur l'horiſon étant connues, décrire un Cadran vertical par le moyen de deux lignes horiſontales, quelle que ſoit la diſtance du centre du Cadran à la premiere horiſontale.*

Nous ſuppoſons qu'on a trouvé par le calcul deux principaux angles, ſçavoir 1°, celui qui doit être contenu entre la méridienne & la ſouſtilaire. 2°. La hau-

Fig. 22. teur du pole ſur le plan. Cela poſé,

1°. Il faut chercher par le calcul, comme dans le Problême précédent les parties de l'horiſontale PI, PIII, PX, &c. compriſes entre la ſouſtilaire & les points horaires.

2°. On cherchera auſſi par le calcul la partie CP de la ſouſtilaire compriſe entre le centre du Cadran & l'horiſontale. Or cette diſtance ſe trouvera aiſément par le triangle CPS rectangle en P, en prenant pour hauteur du ſtile, qui eſt PS, une ligne de 1000 parties égales à celles de l'échelle dont on ſe ſert : car alors ſi on conſidere SP pour rayon, dont le centre ſoit S, CP devient la tangente de l'angle CSP, qui eſt le complément de PCS, hauteur du pole ſur le plan.

3°. Ayant trouvé la diſtance CP du centre du Cadran au pied du ſtile, il faut choiſir un point *p* de la ſouſtilaire qui ſoit éloigné du pied du ſtile d'une partie aliquote de la diſtance CP, par exemple, de la quatriéme ou de la troiſiéme partie ou de la moitié, ſoit que ce point *p* ſoit plus près ou plus loin du centre du Cadran que P, & mener par ce point une parallele à cette premiere horiſontale; cette parallele ſera la ſeconde horiſontale.

4°. Il faut marquer les points horaires ſur cette ſeconde horiſontale. Suppoſons qu'elle ſoit plus proche du centre du Cadran que la premiere, en ſorte que la ligne C*p* ſoit la moitié de la diſtance CP, alors on trouvera les points horaires de la ſeconde horiſontale, en faiſant les intervalles entre la ſouſtilaire & ces points, moitiés des intervalles correſpondans ſur la premiere horiſontale : *p*3 par exemple, doit être la moitié de PIII.

Si la ſeconde horiſontale eſt plus éloignée du centre du Cadran que la premiere, & que la diſtance P*p* ſoit, par exemple, le quart de la diſtance CP, alors on ajoutera à l'intervalle PIII le quart de cet intervalle, & la ſomme ſera égale à *p*3 de la ſeconde horiſontale. Ainſi

PIII

PIII étant ſuppoſé de 400 parties égales ; *p*3 en contiendra 500. Fig. 225

5°. Il faut mener des lignes droites qui paſſent par les points correſpondans des deux horiſontales, par exemple, par les points III & 3, & on aura les lignes horaires qui ſe couperont au centre du Cadran, ſi on les prolonge juſqu'à ce point.

La démonſtration de ce Problême eſt la même que celle que nous avons donnée pour une méthode ſemblable de trouver les points horaires ſur deux lignes équinoctiales.

248. Lorſque le centre du Cadran eſt hors du plan, ce qui arrive quand la déclinaiſon eſt trop grande, comme, par exemple, de 70^{d} ou davantage, alors il faut opérer de la maniere ſuivante pour décrire la ſouſtilaire : je ſuppoſe la méridienne & l'horiſontale tirées : on prend ſur l'horiſontale la partie LP égale à la tangente de l'angle PDL, qui eſt la déclinaiſon du plan ; & on tire par le point P une ligne CP qui faſſe avec l'horiſontale l'angle CPL égal au complément de l'angle au centre, compris entre la méridienne & la ſouſtilaire ; cette ligne CP ſera la ſouſtilaire qu'on cherche.

249. Si on ne peut marquer tous les points horaires ſur la premiere horiſontale, il en faut tirer une troiſiéme ; & s'ils ne peuvent être encore tous ſur la ſeconde horiſontale, on en mene une quatriéme ; ainſi de ſuite, en obſervant ce que l'on a dit (235) touchant les différentes équinoctiales que l'on eſt ſouvent obligé de tirer.

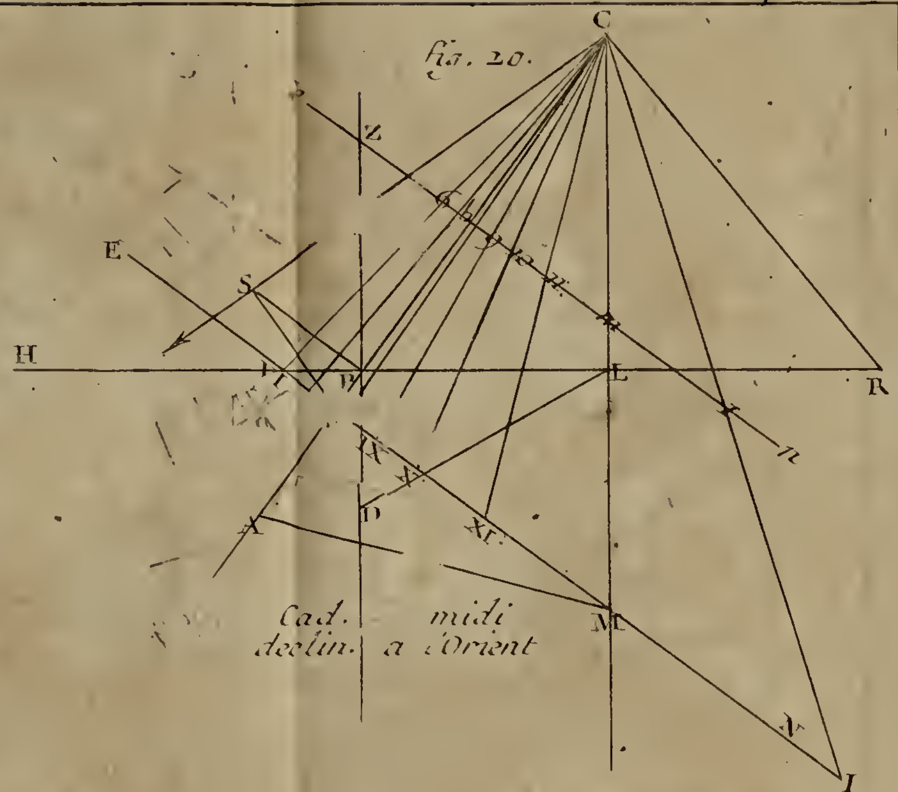
250. Ces deux Problêmes peuvent ſervir de preuves dans la pratique aux Problêmes correſpondans dans leſquels on emploie les équinoctiales au lieu des horiſontales, parce que les lignes horaires doivent paſſer tant par les points horaires des horiſontales, que par ceux des équinoctiales, en ſuppoſant qu'on prend le même point de la ſouſtilaire pour centre du Cadran. Mais il aut pour lors prendre garde à la diſtance qui doit

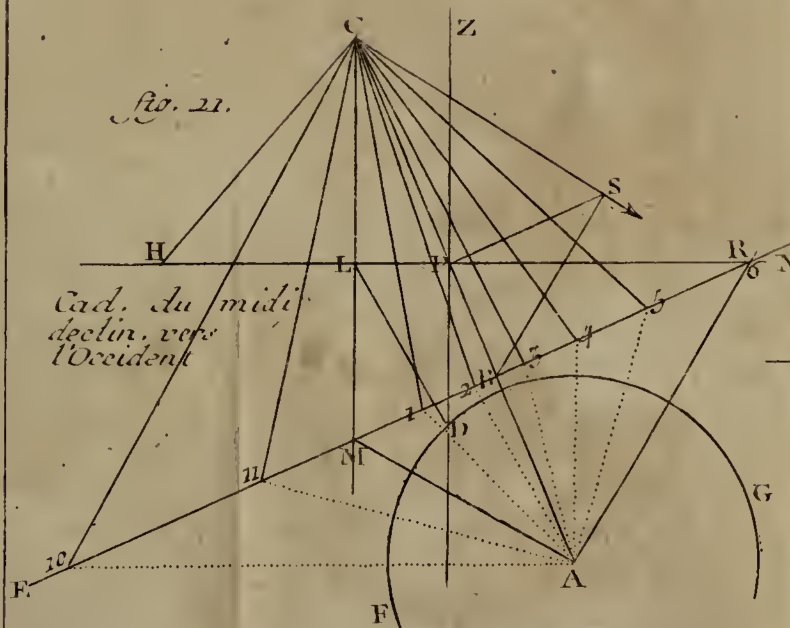
être sur la soustilaire entre l'équinoctiale & l'horisontale selon les longueurs que l'on donne au rayon équinoctial & à la hauteur du stile. Voici comment on connoîtra cette distance : on cherchera par le triangle rectangle CSB (230) la sécante CB de l'angle SBC, complément de SCB ou de la hauteur du pole sur le plan; cette sécante est la distance du centre à l'équinoctiale. On cherchera de même (244) par le triangle rectangle CPS la tangente CP de l'angle CSP, qui est aussi le complément de la hauteur du pole sur le plan. On retranchera ensuite la plus petite de ces distances de la plus grande, le reste sera le segment PB de la soustilaire compris entre l'horisontale & l'équinoctiale. Si on prend le rayon équinoctial SB & la hauteur SP du stile, l'un & l'autre de 1000 parties, & que l'angle SCP soit de 32^d 36$'$, on trouvera la sécante CB de 1856 parties, & la tangente CP de 1564; & par conséquent PB sera de 292 parties.

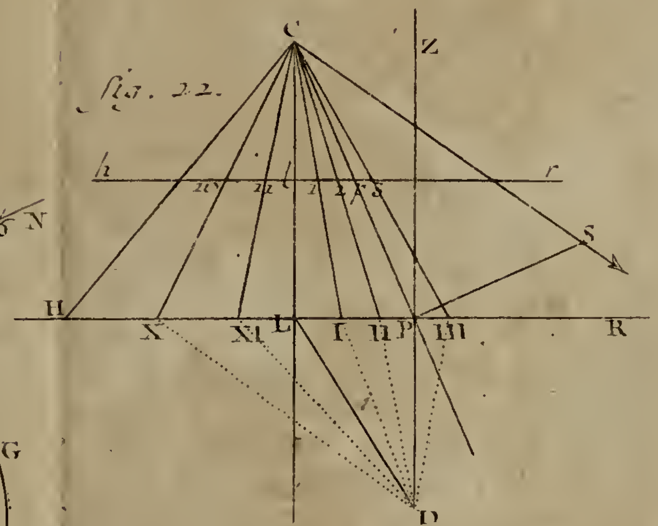
Fig. 21.

251. On voit bien qu'en prenant ainsi le hauteur du stile de même longueur que le rayon équinoctial, ces 2 lignes ne peuvent partir du même sommet, parce que le sommet du stile demeurant le même, le rayon équinoctial qui est oblique au plan doit être plus long que la hauteur du stile, laquelle est perpendiculaire au même plan : c'est pourquoi on ne pourroit trouver dans ce cas le segment PB par l'analogie de l'art. 183.

252. Il est souvent utile dans la pratique d'employer deux horisontales pour certaines lignes horaires, sçavoir, celles qui sont fort éloignées de la soustilaire, & deux équinoctiales pour d'autres lignes horaires du même Cadran fort écartées de la méridienne : sans cela on seroit obligé de prendre deux équinoctiales trop pres l'une de l'autre pour les lignes horaires du premier cas, ou deux horisontales trop peu distantes entr'elles pour celles du second.


fig. 20.
C
Z
E
S
H
L
R
D
M
I
Cad. midi
declin. a l'Orient


fig. 21.
C
Z
S
H
L
R
N
Cad. du midi
declin. vers
l'Occident
M
D
G
A
E
F


fig. 22.
C
Z
h
r
S
H
X
XI
L
I
II
P
III
R
D

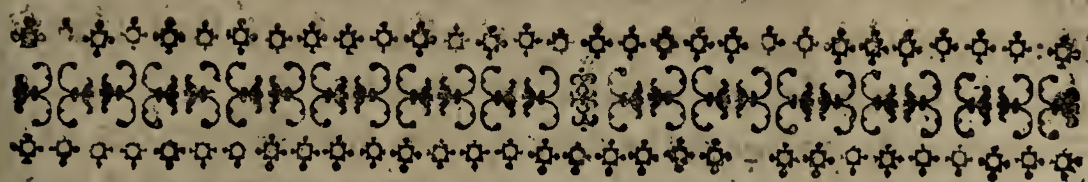
253. Lorsqu'il y a déja sept lignes horaires tirées de suite, on peut tracer toutes les autres indépendamment des équinoctiales & des horisontales, en se servant de la méthode prescrite à l'article 16 du premier Livre; laquelle consiste à tirer une ligne, comme OR, parallele à celle de 9 heures (je suppose que les sept lignes tirées sont celles de 9, de 10, de 11, de 12, de 1, de 2, & de 3 heures) en sorte que cette parallele coupe les lignes de 3 heures, de 2 & de 1, les points Q & O de la parallele autant éloignés de la ligne de 3 heures que les interfections T & R de la même parallele avec les lignes de 2^h & de 1^h: ces points, dis-je, seront ceux par lesquels doivent passer les lignes de 4 & de 5 heures du soir. Si donc on tire des lignes du centre du Cadran à ces points, ce seront les lignes horaires que nous venons de nommer. Mais si le centre du Cadran n'est pas sur le plan du mur, il faudra tirer une seconde parallele à la premiere, qui en soit le plus éloignée que l'on pourra, & qui coupe aussi la ligne de trois heures : on marquera sur cette parallele des points de la même maniere que sur la premiere, les lignes qui passeront par les points correspondans des deux paralleles seront les lignes horaires cherchées. Planche II du premier Livre.

Afin d'entendre la raison de cette méthode, il faut faire attention que les lignes horaires ne sont que les interfections du plan du Cadran avec les cercles horaires que l'on conçoit autour de l'axe du Cadran. Or deux cercles horaires qui se suivent immédiatement, c'est-à-dire, entre lesquels il n'y a qu'une heure d'intervalle, sont éloignés l'un de l'autre de 15 degrés: par conséquent les cercles horaires entre lesquels il y a un intervalle de six heures, tels que sont ceux qui forment les lignes de 9 heures du matin & de 3^h du soir, font entr'eux un angle de 90^d, & sont perpendiculaires l'un sur l'autre: Si donc on conçoit un plan qui fasse l'interfection OR en coupant le plan du Cadran, &

qui ſoit parallele au cercle de 9^h, il ſera perpendiculaire au cercle de 3^h, & de plus ce plan par OR ſera parallele à l'axe qui eſt contenu dans le plan du cercle de 9 heures, de même que dans le plan des autres cercles horaires. Cela étant, les interſections des différens cercles horaires avec le plan par OR ſeront paralleles au cercle de 3 heures, & celles qui ſeront formées de côté & d'autre de ce cercle par les cercles horaires qui en ſont également diſtans, ſeront auſſi également éloignées de ce même cercle. D'où il ſuit que la ligne OR qui eſt ſur le plan parallele au cercle de 9 heures, eſt coupée en parties égales, en prenant ces parties deux à deux, l'une d'un côté, & l'autre de l'autre côté du cercle de trois heures. Par conſéquent, ſi pour tracer les lignes horaires on prend LQ égale à LT, & LO à LR, les points Q & O ſont ceux par leſquels doivent paſſer les lignes de 4 & de 5 heures. Cette méthode eſt générale, je veux dire qu'elle peut s'appliquer aux plans, ſoit horiſontaux, ſoit verticaux, ſoit inclinés.

Fin du ſecond Livre.





LIVRE TROISIÉME.

DES CADRANS INCLINÉS.

APRÈS avoir traité aſſez au long des Cadrans verticaux, il nous reſte peu de choſes à dire ſur les inclinés pour en faire comprendre la conſtruction.

Les Cadrans inclinés ſont ceux dont le plan fait un angle aigu avec l'horiſon, & l'inclinaiſon eſt cet angle aigu que le plan fait avec l'horiſon. Il y a deux ſortes de Cadrans inclinés, les uns ſont ſupérieurs, qui ſont tournés vers le ciel; & les autres inférieurs, qui regardent la terre. De plus les Cadrans inclinés ſont ou déclinants ou non déclinants. Les non déclinants, c'eſt-à-dire, qui n'ont point de déclinaiſon, ſont tournés directement ou vers le midi, ou vers le nord, ou vers l'orient, ou vers l'occident. Les déclinants regardent obliquement ou le midi, ou le nord, & les uns & les autres déclinent ou vers l'orient ou vers l'occident. ART. I.

2. On peut remarquer d'abord que les Cadrans inclinés ſupérieurs du midi n'ont pas toujours le pole méridional élevé ſur leur plan; car ſuppoſons, par exemple, un Cadran incliné ſupérieur du midi qui ne ſoit pas déclinant: ſi l'inclinaiſon de ce plan eſt moindre que la hauteur du pole ſur l'horiſon du lieu, alors le pole méridional ne ſera pas au-deſſus de ce Cadran, mais au-deſſous. Si donc on l'appelle un Cadran du midi, c'eſt parce qu'il eſt tourné vers la partie méridionale de l'horiſon. Il faut entendre la même choſe des Cadrans inclinés inférieurs du nord: car ces Cadrans ne regardent pas le pole ſeptentrional lorſqu'ils

ont une inclinaiſon moindre que la hauteur du pole ſur l'horiſon. On ſuppoſe ici que les Cadrans ſont ſitués dans la partie ſeptentrionale du monde.

Avant de parler de la deſcription des différentes eſpeces de Cadrans inclinés, nous allons en premier lieu établir quelques propoſitions qui nous ſerviront de principes pour la conſtruction de toutes ſortes de Cadrans inclinés, ſoit déclinants, ſoit non déclinants; enſuite nous ferons quelques remarques.

3. Nous avons dit en parlant des Cadrans verticaux que la ſouſtilaire & l'équinoctiale ſe coupent à angles droits. Cette propoſition eſt encore vraie dans les Cadrans inclinés, parce que dans ces Cadrans la ſouſtilaire étant formée par l'interſection d'un méridien perpendiculaire au plan, & d'ailleurs tout méridien coupant l'équateur à angles droits, il eſt néceſſaire que les deux lignes du plan formées par ces deux cercles ſoient perpendiculaires l'une ſur l'autre (Liv. II, art. 8).

4. Par la même raiſon la verticale du plan & l'horiſontale doivent auſſi ſe couper à angles droits, parce que la verticale eſt l'interſection d'un plan par un cercle vertical perpendiculaire à ce plan, lequel cercle eſt auſſi perpendiculaire à l'horiſon comme tous les autres cercles verticaux.

5. Afin de concevoir la remarque ſuivante, il faut ſçavoir ce qu'on entend par le zenith ou le nadir marqué ſur le plan : c'eſt le point de ce plan auquel aboutiroit une ligne tirée du zenith ou du nadir du ciel, & qui paſſeroit par le ſommet du ſtile. Ce point du plan nous l'appellerons point vertical, parce que toutes les lignes qui repréſentent les cercles verticaux paſſent par ce point. Il paroît 1°. par cette notion qu'il n'y a point de zenith ni de nadir ſur les plans verticaux; 2°. que ce point eſt le même que le pied du ſtile ſur le plan horiſontal; 3°. qu'il en eſt différent dans le plan incliné, en ſorte qu'il eſt au-deſſous du pied du ſtile & de la ligne horiſontale dans le plan ſupérieur, & au-deſſus

de l'un & de l'autre dans le plan inférieur. On voit par ce qu'on vient de dire qu'il y a bien de la différence entre le zenith du plan & le zenith du lieu. (Il en faut dire autant du nadir). Le zenith du plan eſt un point du ciel qui répond au ſtile droit du plan. C'eſt le pied du ſtile qui déſigne ce zenith dans toutes ſortes de plans. L'autre, je veux dire celui du lieu, eſt un point du ciel qui répond à un ſtile perpendiculaire à l'horiſon: il eſt toujours marqué ſur les plans inclinés par un point différent du pied du ſtile. C'eſt ce dernier qu'il faut toujours entendre quand on parle du zenith ſans ſpécifier duquel on parle. Le point du plan qui déſigne ce zenith, ou le nadir oppoſé, eſt celui que nous appel. lons le point vertical. Cela poſé, voici pluſieurs remarques qu'il faut bien retenir.

6. 1°. La verticale du plan doit paſſer par le zenith ou le nadir marqué ſur le plan, parce que tous les cercles verticaux ſe coupent à ces deux points du ciel. Cette ligne doit auſſi paſſer par le pied du ſtile (Liv. II, art. 6.) puiſqu'elle eſt l'interſection du plan par un cercle qui eſt perpendiculaire à ce plan. Par la raiſon contraire l'horiſontale ne doit pas paſſer par le pied du ſtile.

7. 2°. La méridienne paſſe par le zenith ou le nadir marqué ſur le plan, puiſque le méridien paſſe par les points du ciel que ceux-ci déſignent: d'ailleurs cette ligne doit auſſi rencontrer le centre du Cadran (Notions prélim. art. 13), & de plus un point de l'horiſontale par lequel paſſe la ligne de déclinaiſon DL. Fig. 6.
(Liv. II, art. 89). Deux de ces trois points ſuffiſent pour tracer la méridienne.

8. 3°. La ſouſtilaire paſſe par le pied du ſtile, parce que cette ligne eſt l'interſection du plan par un méridien perpendiculaire à ce plan. Elle doit auſſi rencontrer le centre du Cadran, de même que la méridienne, parce que ces deux lignes ſont formées par deux méridiens qui ſont des cercles horaires. Or tous les méri-

diens paſſent par les deux poles du monde, dont un eſt repréſenté par le centre du Cadran.

9. 4°. L'équinoctiale doit paſſer par le point de ſix heures pris ſur l'horiſontale. Cela vient de ce que les deux points dans leſquels l'équateur eſt coupé par l'horiſon, ſont chacun éloignés du méridien de 90 degrés. Or 90 degrés de l'équateur répondent à ſix heures, puiſque le Soleil parcourt 15 degrés de ce cercle par heure. Cette équinoctiale paſſe auſſi par un point de la méridienne, parce que l'équateur coupe le méridien. Ainſi quand on connoît ces deux points, on peut tracer l'équinoctiale : & même ſi la ſouſtilaire eſt tracée, un de ces deux points ſuffit pour mener l'équinoctiale, parce que cette ligne doit être perpendiculaire à la ſouſtilaire. Par la même raiſon le point de la ſouſtilaire où doit paſſer cette équinoctiale ſuffit ſeul pour la tracer. Nous allons faire l'application de ces remarques pour la deſcription de quelques lignes & pour la détermination de quelques points qui ſerviront à la conſtruction des Cadrans inclinés. Il faut d'abord chercher le pied du ſtile, que l'on détermine de la même maniere ſur les plans inclinés que ſur les verticaux.

10. Après avoir trouvé le pied du ſtile il faut tracer la verticale ; nous propoſerons deux méthodes pour décrire cette ligne. La premiere conſiſte à tracer d'abord une horiſontale par le moyen d'un niveau d'air : ce qui ſe fera aiſément de la maniere que nous avons expoſée touchant les plans verticaux (Liv. II, art. 84). Lorſque cette ligne horiſontale ſera décrite, il faudra tirer du pied du ſtile une perpendiculaire ſur cette ligne, ce ſera la verticale cherchée. Cette méthode ſe pratique plus aiſément ſur les plans dont l'inclinaiſon eſt grande, c'eſt-à-dire, ceux qui ne s'écartent pas beaucoup de la ſituation verticale. Il faut obſerver qu'il n'eſt pas néceſſaire que l'horiſontale qu'on a tirée ſoit la ligne horiſontale du plan, dont la diſtance du

pied du ſtile eſt déterminée par l'inclinaiſon du plan & par la hauteur du ſtile.

11. La ſeconde méthode dépend de la détermination de deux points ſur le plan ; ſçavoir le pied du ſtile & le zenith ou le nadir. Il faut avoir un plomb dont l'extrémité inférieure finiſſe en pointe, laquelle ſoit dans l'axe de ce plomb, ſi on le tient ſuſpendu par une ficelle mince, ou plutôt un fil, qui touche le ſommet du ſtile, & qu'on hauſſe ou baiſſe ce plomb juſqu'à ce que la pointe touche le plan, le point de contact ſera le point vertical. Je ſuppoſe que le plan eſt ſupérieur. Si le plan incliné étoit inférieur, il faudroit obſerver à quel point du plan au-deſſus du ſtile aboutiroit la ficelle qui paſſe par le ſommet du ſtile & qui ſoutient le plomb ; ce point ſeroit le vertical cherché. Quand on a trouvé le point vertical, il faut tirer une ligne droite qui paſſe par ce point & par le pied du ſtile, ce ſera la verticale du plan.

12. Après cela on pourra trouver l'inclinaiſon du plan en tirant du pied du ſtile une perpend. à la verticale, ſçavoir PY, ſur laquelle on prendra depuis ce pied P une partie PX égale à la hauteur du ſtile, l'extrémité X ſera le centre diviſeur de la verticale, duquel on tirera un ligne XV au point vertical, l'angle PXV compris entre ces deux lignes ſera égal à l'inclinaiſon du plan : car cet angle ayant ſon ſommet au centre diviſeur de la verticale, a pour meſure l'arc repréſenté par la partie PV de cette ligne. Or cet arc eſt la meſure de l'inclinaiſon du plan : pour le prouver j'obſerve que la partie PV de la verticale étant terminée par le pied du ſtile P & par le point vertical V, l'arc que cette partie repréſente eſt entre deux points du ciel, qui ſont le zenith du plan & le zenith du lieu, que les points du plan P & V déſignent. Il faut donc montrer que l'arc compris entre ces deux zeniths eſt la meſure de l'inclinaiſon du plan. Pour cet effet ſoit la figure 1, dans laquelle la ligne HR repréſente le plan horiſon- Fig. 6.

Fig. 1. tal, la ligne AB perpendiculaire à HR eſt l'axe de l'horiſon, & le point A eſt le zenith du lieu, la ligne FG eſt le plan incliné, la ligne OP perpendiculaire à FG eſt l'axe de ce plan, & le point O en eſt le zenith. Il paroît que l'angle FCH eſt l'inclinaiſon du plan, & que l'arc AO eſt compris entre les deux zeniths A & O. Il faut donc prouver que cet arc AO eſt la meſure de l'angle FCH; je le démontre ainſi: L'angle ACH eſt droit, puiſque par la conſtruction AB eſt perpendiculaire ſur HR. Pareillement l'angle FCO eſt droit, à cauſe de OP perpendiculaire à FG: ainſi ces deux angles ACH & FCO ſont égaux; donc en retranchant la partie commune ACF, les reſtes FCH & ACO ſont égaux. Or l'arc AO eſt la meſure de l'angle ACO; donc il eſt auſſi celle de l'inclinaiſon FCH. Nous expoſerons dans la ſuite une autre méthode de trouver l'inclinaiſon du plan; c'eſt en la meſurant avec un inſtrument dont nous expliquerons l'uſage.

13. Si la verticale du plan eſt tracée, & qu'on connoiſſe l'inclinaiſon du plan, on pourra trouver le point vertical de la maniere ſuivante: Soit la verticale OPV qui paſſe par le pied du ſtile P, dont la hauteur ſoit
Fig. 6. égale à PX perpendiculaire à OPV, le centre diviſeur de la verticale ſera le point X (Liv. II, art. 62). De ce centre je tire vers le bas la ligne XV qui faſſe avec XP l'angle PXV égal à l'inclinaiſon du plan, le point V de la verticale auquel aboutit la ligne XV ſera le zenith du lieu; car je ſuppoſe que le plan eſt ſupérieur. S'il avoit été inférieur, il auroit fallu tirer la ligne XV au-deſſus de XP. La raiſon de cette pratique eſt fondée ſur ce que nous venons de dire: car ſi en tirant du centre diviſeur X une ligne au point vertical V, l'angle PXV eſt égal à l'inclinaiſon du plan, il faut réciproquement, ſi l'angle PXV eſt égal à l'inclinaiſon du plan, il faut, dis-je, que le côté XV aboutiſſe au même point vertical.

14. Lorſqu'on a trouvé le zenith ou le nadir, il eſt

facile de tracer l'horiſontale, il n'y a qu'à tirer la ligne XO perpendiculaire à XV, c'eſt-à-dire, faire l'angle droit OXV, le point O de la verticale auquel aboutira la ligne XO, ſera celui par lequel doit paſſer la ligne horiſontale qui doit être perpendiculaire à la verticale. La raiſon de cette pratique pour tracer l'horiſontale eſt encore fondée ſur la notion du centre diviſeur: car puiſque l'arc compris entre le zenith ou le nadir du ciel & l'horiſon, eſt de 90 degrés, il faut que la partie de la verticale compriſe entre le point vertical & la ligne horiſontale, repréſente un arc de 90 degrés. Or cette partie repréſente effectivement un arc de 90 degrés, ſi l'angle OXV eſt droit, puiſqu'il a ſon ſommet au centre diviſeur de la verticale. Il eſt évident que l'angle PXO eſt le complément de l'inclinaiſon du plan PXV. Fig. 6.

Après avoir établi toutes les notions précédentes, nous parlerons d'abord des Cadrans inclinés qui ne ſont point déclinants, en commençant par les ſupérieurs du midi & les inférieurs du nord.

DES CADRANS INCLINÉS SUPÉRIEURS du Midi ou inférieurs du Nord qui ne ſont point déclinants.

15. Ces Cadrans ſe font de la même maniere que les horiſontaux des lieux qui ont une latitude égale à la hauteur du pole ſur le plan de ces Cadrans inclinés. Or cette hauteur du pole ſe trouve facilement: car l'inclinaiſon de ces Cadrans eſt ou plus grande que l'élévation du pole ſur l'horiſon, ou plus petite, ou égale. Dans les deux premiers cas la hauteur du pole ſur le plan eſt égale à la différence de l'inclinaiſon du plan & de l'élévation du pole ſur l'horiſon: par exemple, ſi l'élévation du pole ſur l'horiſon du lieu eſt de 50 deg. & l'inclinaiſon du Cadran de 60, la hauteur du pole ſur le plan du Ca-

dran sera de 10 dégrés : mais si l'inclinaison du Cadran est de 35 degrés l'élévation du pole sur l'horison étant toujours de 50 degrés la hauteur du pole sur le plan sera de 15^{d}. Ainsi dans la premiere hypothèse il faudra tracer le Cadran incliné de la même maniere qu'un Cadran horisontal pour un lieu qui auroit 10 degrés de latitude, ou d'élévation du pole. Dans la seconde hypothèse le Cadran incliné doit être tracé comme un Cadran horisontal d'un lieu qui a 15 degrés de latitude. La raison en est que ces Cadrans inclinés sont paralleles aux plans horisontaux qui sont sur ces degrés de latitude. Dans le troisiéme cas dans lequel on suppose l'inclinaison du Cadran égale à l'élévation du pole sur l'horison, la hauteur du pole sur le plan est nulle, parce que l'un & l'autre pole est dans le plan, si on le conçoit prolongé jusqu'au ciel. Ainsi le Cadran est polaire, & doit être tracé de la même maniere qu'un Cadran horisontal sur l'équateur. Or nous avons vu (liv. 1. art. 18) que dans ce Cadran les lignes horaires sont paralleles.

16. PREMIERE REMARQUE. Dans ces trois cas les heures du matin doivent être marquées à la gauche de la méridienne dans les Cadrans supérieurs du midi, & à la droite dans les inférieurs du nord, en déterminant la gauche & la droite par rapport à une personne qui est tournée vers le Cadran. Les heures sont situées de la même maniere par rapport à la soustilaire & à la verticale du plan, parce que dans ces Cadrans ces deux lignes se confondent avec la méridienne.

17. SECONDE REMARQUE. Le centre est au-dessus de la ligne horisontale & de l'équinoctiale dans les Cadrans supérieurs qui appartiennent au premier cas. Pour les supérieurs du second cas le centre est au-dessous de l'une & de l'autre; c'est le contraire dans les Cadrans inférieurs. Enfin dans le troisiéme cas il n'y a pas de centre. Pour entendre la raison de cette situa-

tion du centre par rapport à l'équinoctiale & à l'horisontale, il faut imaginer une ligne parallele à l'axe du monde, laquelle passe par le sommet du stile, le point auquel cette ligne rencontrera le plan est le centre du Cadran. D'ailleurs l'horisontale est l'intersection faite sur le Cadran par un plan parallele à l'horison que l'on conçoit passer par l'extrémité du stile. Enfin l'équinoctiale est l'intersection d'un plan équinoctial ou perpendiculaire à l'axe, & qui passe aussi par le sommet du stile. Cela posé, la situation du centre marquée ci-dessus pourra aisément s'entendre par la figure 2, Fig. 2.
dans laquelle la ligne IL désigne un plan incliné dont l'inclinaison est plus grande que celle de l'axe sur l'horison, ou, ce qui revient au même, plus grande que l'élévation du pole sur l'horison. Le stile droit du plan IL est PS ; ainsi le sommet du stile est S & le pied P, la ligne XM est l'axe, ou, si on veut, une parallele à l'axe, laquelle passe par l'extrémité du stile, le point C sera le centre du Cadran. La ligne HR représente un plan horisontal qui passe par le sommet S; ainsi la ligne horisontale du plan est au point H. Enfin EN représente un plan équinoctial ou perpendiculaire à l'axe, lequel plan passe par le sommet S; ainsi le point E marque le lieu de l'équinoctiale. Or il est clair par cette figure que le centre est au-dessus de l'horisontale & de l'équinoctiale; mais il seroit au-dessous, si l'inclinaison étoit moindre que celle de l'axe sur l'horison, comme il paroît par la figure 3, sans qu'il soit nécessaire de s'y arrêter pour l'expliquer.

18. C'est le contraire dans les Cadrans inférieurs du nord ; car s'il s'agit de ceux dont l'inclinaison est plus grande que l'élévation du pole, on conçoit que l'axe qui passe par le sommet du stile ne rencontre le plan qu'au dessous du pied du stile, & si l'inclinaison est moindre que l'élévation du pole, l'axe rencontre le plan au-dessus du pied du stile.

19. TROISIÉME REMARQUE. Il est clair que dans

tous ces Cadrans, soit supérieurs soit inférieurs, l'horisontale & l'équinoctiale sont paralleles, parce que l'une & l'autre sont perpendiculaires à la méridienne, qui est aussi la soustilaire & la verticale du plan.

DES CADRANS INCLINE'S SUPE'RIEURS *du Nord & inférieurs du Midi, qui ne sont pas déclinants.*

20. Ces Cadrans se font aussi de la même maniere que les Cadrans horisontaux des lieux dont la latitude est égale à la hauteur du pole sur le plan de ces Cadrans inclinés. Or cette hauteur du pole sur le plan est aisée à trouver. Car ou l'inclinaison du plan est plus grande que celle de l'équateur, ou elle est plus petite, ou enfin ces deux inclinaisons sont égales. Dans le premier cas il faut ajouter le complément de l'inclinaison du plan à celle de l'équateur, ou au complément de l'élévation du pole sur l'horison, la somme sera la hauteur du pole sur le plan : par éxemple, si l'inclinaison du plan est de 64 degrés, & celle de l'équateur de 40, il faut ajouter 26 à 40, la somme 66 sera la hauteur du pole sur le plan. Ainsi il faudra faire ce Cadran semblable à l'horisontal d'un lieu dont la latitude est de 66 degrés. Dans le second cas on ajoutera l'inclinaison du plan à l'élévation du pole sur l'horison, la somme sera la hauteur du pole sur le plan : par exemple, si l'inclinaison du plan est de 25 degrés & celle de l'équateur de 40, il faut ajouter 25 à 50 qui est l'élévation du pole sur l'horison, la somme 75 sera la hauteur du pole sur le plan. Il faudra donc faire le Cadran incliné semblable au Cadran horisontal d'un lieu dont la latitude est de 75 degrés. Dans le troisiéme cas, le Cadran sera parallele au plan de l'équateur ; ainsi il sera équinoctial, & par conséquent on le tracera en divisant une circonférence en 24 parties égales, & en tirant des rayons aux points de division qui seront les

lignes horaires, pourvû qu'on ait commencé la division de la circonférence à l'un ou à l'autre point d'interfection de la verticale du plan qui paffe par le centre de la circonférence.

21. Pour prouver que dans le premier cas la hauteur du pole fur le plan eft égale à la fomme du complément de l'inclinaifon du plan & du complément de l'élévation du pole fur l'horifon, nous nous fervirons de la figure 4, dans laquelle HR repréfente l'horifon, Fig. 4. AB perpendiculaire à HR le premier vertical, XM l'axe du monde, EN perpendiculaire à XM l'équateur, IL un plan incliné non déclinant, dont l'inclinaifon ICR eft plus grande que ECR, qui eft celle de l'équateur : la hauteur du pole fur le plan incliné ou l'angle aigu que fait l'axe fur ce plan, eft XCI. Or je dis que cet angle XCI eft égal à la fomme du complément de l'inclinaifon du plan & du complément de l'élévation du pole fur l'horifon : car la ligne AB étant perpendiculaire fur HR, l'angle ACR eft droit : & par conféquent l'angle ACI eft le complément de l'inclinaifon du plan ICR. De même l'angle ACH étant droit, l'angle ACX eft le complément de XCH élévation du pole fur l'horifon. Or il eft évident que la hauteur du pole fur le plan, fçavoir XCI, eft égale à la fomme des deux complémens ACI & XCA. On prouvera pareillement que dans le fecond cas la hauteur du pole fur le plan incliné eft égale à la fomme de l'élévation du pole fur l'horifon & de l'inclinaifon du plan : car foit la ligne *il* qui repréfente le plan incliné dont l'inclinaifon *i*CR eft moindre que ECR, qui eft celle de l'équateur, la hauteur du pole fur le plan fera l'angle aigu XC*l*. Or cet angle XC*l* eft égal à l'élévation du pole XCH, plus à l'inclinaifon du plan *l*CH ou *i*CR.

Il faut concevoir que la quatriéme figure, auffi-bien que les trois premieres, font tracées fur le méridien du lieu, & que les lignes qui repréfentent les plans dont

il est parlé sont les intersections du méridien avec ces plans lesquels étant perpendiculaires à ce cercle, ces intersections font entr'elles les mêmes angles que les plans.

22. Ire. REMARQUE. Dans les trois cas les Cadrans supérieurs doivent avoir les heures du matin à la droite de la méridienne, qui dans ces Cadrans est la même ligne que la soustilaire & la verticale du plan : & les inférieurs doivent avoir ces heures du matin à la gauche de cette même ligne.

23. II. REMARQUE. Dans le premier cas, c'est-à-dire, quand l'inclinaison du plan est plus grande que celle de l'équateur, le centre du Cadran est au-dessous de l'équinoctiale & de l'horisontale du Cadran supérieur; mais il est au-dessus de ces lignes dans le Cadran inférieur. Dans le second cas, le centre du Cadran supérieur est au-dessous de l'horisontale & au-dessus de l'équinoctiale : mais le centre du Cadran inférieur est au-dessus de l'horisontale & au-dessous de l'équinoctiale. On entendra la raison de cette situation du centre par ce que nous avons dit ci-dessus touchant les Cadrans du midi (17) : ou bien en faisant soi-même des figures qui répondent à la seconde & à la troisiéme : pour cela il faut que la ligne qui représente l'horison ait une situation horisontale, que celle qui désigne l'axe soit perpendiculaire à une autre qui représente l'équateur, & que ces trois lignes passent par le sommet du stile. On peut aussi remarquer que l'horisontale & l'équinoct. tracées sur le Cadran, sont paralleles, comme dans les Cadrans supérieurs du midi & inférieurs du nord.

Des Cadrans Inclinés orientaux & occidentaux.

24. Ces Cadrans, qui sont aussi appellés *Déclinants de l'horison*, sont ceux dont le plan est tourné directement vers l'orient ou vers l'occident, en sorte que la section de ce plan avec l'horison est une méridienne. Nous allons en expliquer la construction, en prenant pour exemple un supérieur tourné vers l'orient.

25. Il faut décrire à l'ordinaire la verticale du plan, laquelle repréſente dans ce Cadran le premier cercle vertical. Enſuite on fera au centre diviſeur X de cette ligne l'angle PXV égal à l'inclinaiſon du plan, puis on tirera la ligne XO perpendiculaire à XV, on aura les deux points V & O, dont le premier eſt le zenith, par lequel doit paſſer la méridienne, & l'autre eſt l'interſection de la verticale avec l'horiſontale. Or dans cette eſpece de Cadran la méridienne eſt perpendiculaire à la verticale du plan, car le méridien & le premier vertical ſe coupant à angles droits, & d'ailleurs le premier vertical étant perpendiculaire au plan du Cadran, puiſqu'il eſt le vertical de ce plan, il faut que les lignes qui repréſentent ces deux cercles ſe coupent auſſi à angles droits (liv. 2. art. 8). Si donc on éléve une perpendiculaire au point V ſur la verticale, & une autre au point O, la premiere ſera la méridienne, & la ſeconde ſera l'horiſontale, leſquelles ſont néceſſairement paralleles entr'elles. On prendra enſuite ſur la verticale la partie FV égale à XV, le point F ſera le centre diviſeur de la méridienne, auquel ſi on fait l'angle CFV égal à l'élévation de l'équateur ſur l'horiſon, le point C de la méridienne ſera le centre du Cadran, comme nous le prouverons bientôt : enſuite il faudra tirer une ligne qui paſſe par ce centre & par le pied du ſtile, ce ſera la ſouſtilaire ſur laquelle on élévera la perpendiculaire PS égale à la hauteur du ſtile, & on tirera la ligne CS qui ſera l'axe. Si donc du point S on éleve une perpendiculaire SB à cet axe, le point B de la ſouſtilaire ſera celui par lequel paſſera la ligne équinoctiale (liv. 2. art. 171), qui doit être perpendiculaire à la ſouſtilaire. Le reſte ſe fera comme dans les Cadrans verticaux. Fig. 54

26. Nous avons dit qu'en faiſant l'angle CFV égal à l'élévation de l'équateur, ou au complément de la hauteur du pole du lieu, le point d'interſection C de la méridienne eſt le centre du Cadran, c'eſt-à-dire,

Fig. 5. le point du plan qui repréſente le pole élevé ſur le plan, lequel dans cette eſpece de Cadran eſt le même que le pole élevé ſur l'horiſon. Pour s'en convaincre, il faut faire attention que le point F eſt le centre diviſeur de la méridienne, parce que la verticale eſt perpendiculaire à cette ligne, & que d'ailleurs par la conſtruction FV eſt égale à XV. Cela étant, ſuppoſons pour un moment que le point C eſt le centre du Cadran, il ſera facile de voir que l'angle CFV eſt égal au complément de la hauteur du pole: car puiſque la ligne OPV repréſente le premier vertical, & le point C le pole élevé ſur l'horiſon, l'angle CFV doit avoir pour meſure l'arc du méridien compris entre le pole élevé & le premier vertical, ou le zenith déſigné par V. Or cet arc eſt le complément de la hauteur du pole, puiſqu'en ajoutant à cet arc, celui qui meſure la hauteur du pole, c'eſt-à-dire, l'arc depuis le pole juſqu'à l'horiſon, la ſomme eſt un quart de cercle. L'angle CFV eſt donc égal au complément de la hauteur du pole, en ſuppoſant que le point C repréſente le pole élevé, ou qu'il eſt le centre du Cadran. Par conſéquent ſi on fait l'angle CFV de cette grandeur, le point d'interſection C ſera le centre du Cadran.

27. Le Cadran incliné occidental ſupérieur ſe fait de la même maniere que l'oriental, avec cette différence que l'angle CFV eſt à la droite de la verticale, parce que le centre du Cadran doit ſe trouver de ce côté-là. Pour ce qui eſt des Cadrans inférieurs ſoit orientaux, ſoit occidentaux, on les trace auſſi de la même maniere que les ſupérieurs, en obſervant que la méridienne & le centre doivent être au-deſſus de l'horiſontale.

28. REMARQUE. Un Cadran incliné oriental ou occidental ſe décrit de la même maniere qu'un Cadran vertical déclinant, dont la déclinaiſon eſt égale à l'inclinaiſon du Cadran oriental ou occidental, & qui eſt ſitué dans un lieu dont la hauteur du pole ſur l'horiſon

ſon eſt égale au complément de la latitude du lieu où eſt le Cadran incliné. Par éxemple, un Cadran oriental incliné de 35 degrés ſur l'horiſon d'un lieu dont la latitude ou la hauteur du pole eſt de 49^d, ſe fait de la même maniere qu'un Cadran vertical déclinant, dont la déclinaiſon eſt de 35 degrès, & qui eſt ſitué dans un lieu qui a 41 degrés de latitude. Pour ſe convaincre de la vérité de cette remarque, il ſuffit de regarder la ligne OPV comme l'horiſontale du plan, & PX comme une partie de la verticale de ce plan: pour lors l'angle PXV ſera la déclinaiſon du plan, & l'angle CFV ſera la hauteur du pole ſur l'horiſon. Fig. 5.

Des Cadrans Inclinés déclinants.

29. Il eſt à propos de relire ce que nous avons dit au commencement de ce Livre art. 6, 7, 8 & 9, afin de ſçavoir bien par quels points doivent paſſer la verticale du plan, l'horiſontale, la méridienne, la ſouſtilaire & l'équinoctiale. Nous avons dit dans les articles 10, 11, & 14, comment on trace la verticale du plan & l'horiſontale: nous allons donner les méthodes de tirer la méridienne, la ſouſtilaire, l'équinoctiale, &c. en prenant pour exemple un plan ſupérieur du midi déclinant vers l'orient. Nous ſuppoſerons ici qu'on connoît la déclinaiſon du plan: nous remettons à en parler à la fin de ce Livre.

30. Le point vertical étant trouvé & l'horiſontale décrite, on pourra tracer la méridienne par la méthode ſuivante, qui ſuppoſe qu'on connoît auſſi la déclinaiſon du plan. Soit la hauteur du ſtile PX, la verticale OPV, l'horiſontale HR, le point vertical V. Il faut d'abord chercher le centre diviſeur de l'horiſontale, qui eſt toujours un point de la verticale. Voici comment on le trouvera: on prendra avec un compas la longueur de XO, & on la portera ſur la verticale depuis O juſqu'à D; ce point D ſera le centre diviſeur de l'horiſontale (liv. 2 art. 65): enſuite on fera l'angle ODL égal à la décli- Fig. 6.

O

Fig. 6. naiſon du plan, le point L de l'horiſontale auquel aboutira la ligne DL ſera un des points de la méridienne. Si donc on tire une ligne du point vertical V au point L, comme VML; ce ſera la méridienne. Cela ſuit de la remarque de l'art. 7.

31. Pour ſçavoir de quel côté de la verticale il faut tirer la ligne de déclinaiſon DL ſur un Cadran du midi ſoit ſupérieur ſoit inférieur, il faut examiner vers quel endroit le plan décline; ſi c'eſt vers l'orient on tirera la ligne de déclinaiſon à droite de la verticale: ſi c'eſt vers l'occident, on la tirera à gauche. Il n'importe que l'inclinaiſon ſoit plus grande ou plus petite que l'élévation du pole ſur l'horiſon du lieu. Dans les Cadrans du nord ſupérieurs ou inférieurs on tirera la ligne de déclinaiſon à gauche de la verticale, quand ils déclinent vers l'orient; & on la tracera à droite, lorſqu'ils déclinent vers l'occident. Cela eſt toujours vrai, quelle que ſoit l'inclinaiſon du plan, grande ou petite. C'eſt la même raiſon pour ces Cadrans que pour les verticaux.

32. On pourra auſſi connoître la ſituation de la ligne de déclinaiſon avec la verticale par l'ombre de l'extrémité du ſtile à midi; car cette ombre doit toujours tomber ſur la méridienne dans ce tems-là. Par conſéquent on peut juger par cette ombre de quel côté de la verticale ſera la méridienne. Or la ligne de déclinaiſon doit être du même côté de la verticale que la méridienne.

33. Si on connoît le centre du Cadran avec le point vertical, cela ſuffira pour tracer la méridienne, puiſqu'elle doit paſſer par ces deux points. Or on peut déterminer le centre du Cadran, ſi on connoît la hauteur du pole ſur le plan, pourvû que d'ailleurs la ſouſtilaire ſoit décrite: il n'y a qu'à tirer au ſommet S du ſtile une ligne CS qui faſſe l'angle CSP égal au complément de la hauteur du pole ſur le plan; le point de rencontre C de la ſouſtilaire ſera le centre du Cadran. On peut trouver la hauteur du pole ſur le plan & la poſition de la ſouſti-

laire par l'art. 99 du second Livre.

34. Voici une autre méthode pour décrire la soustilaire, qui suppose qu'on a tracé la méridienne, soit de la maniere qu'on a expliqué d'abord (30), soit autrement. Il faut tirer du pied du stile la ligne PG perpendiculaire sur la méridienne, cette perpendiculaire contiendra le centre diviseur de la méridienne (liv. II art. 61). Ensuite du point L & de l'intervalle LD on décrira un arc qui coupe la perpendiculaire PG à un point comme G; ce point sera le centre de la méridienne, parce que l'horisontale & la méridienne se coupant au point L, leurs centres diviseurs D & G sont également distants de ce point d'interfection (liv. II art. 69) Après cela on menera la ligne GL, & on tirera la ligne GC qui fasse l'angle LGC égal à la hauteur du pole sur l'horison, le point C où cette ligne rencontrera la méridienne sera le centre du Cadran; car puisque l'angle LGC est égal à la hauteur du pole sur l'horison, ou à la distance qui est entre l'horison & un des poles, & que d'ailleurs le point L est dans l'horisontale, il faut que le point C de la méridienne représente le pole élevé sur le plan, c'est-à-dire, celui vers lequel ce plan est tourné: ainsi ce point est le centre du Cadran. Si donc on trace une ligne qui passe par les points P & C, qui sont le pied du stile & le centre du Cadran, cette ligne sera la soustilaire. Fig. 6.

35. On doit mener GC au-dessus ou au-dessous de la ligne GL, selon que le centre du Cadran doit être situé au-dessus ou au-dessous de l'horisontale. Or ce centre qui représente un des poles, sçavoir celui qui est élevé sur le plan, doit être au-dessus de l'horisontale, lorsque le pole caché sous l'horison est élevé sur le plan du Cadran, parce que tous les points du ciel qui sont sous l'horison doivent être marqués au-dessus de l'horisontale (liv. 2 art. 12). Par la raison contraire le centre est au-dessous de cette ligne quand le pole qui est sur l'horison est élevé sur le plan.

Fig. 6. 36. Quand la soustilaire sera tracée, on tirera l'équinoctiale par la méthode suivante : Il faut mener la ligne DH qui fasse avec DL l'angle droit LDH, le point H où cette ligne DH rencontrera l'horisontale sera celui par lequel doit passer l'équinoctiale : car l'angle LDH étant droit, & ayant son sommet au centre diviseur de l'horisontale, la base LH représente un quart de cercle de l'horison (liv. II art. 67 & 68), lequel étant terminé d'une part à l'intersection de l'horison & du méridien marquée par L, doit avoir son autre extrémité au point où l'équateur rencontre l'horison. Le point H qui est celui de 6^h étant trouvé, on tirera de ce point une perpendiculaire sur la soustilaire, ce sera l'équinoctiale cherchée, comme il paroît par l'art. 9.

37. On peut aussi employer cette autre méthode : On élevera du pied du stile sur la soustilaire, la perpendiculaire PS égale à la hauteur du stile, & on tracera l'axe CS qui passe par le centre & par le sommet S du stile : ensuite on élevera du point S la perpendiculaire SB sur l'axe CS, ce sera le rayon équinoctial ; ainsi le point B où ce rayon rencontrera la soustilaire, sera celui par où doit passer l'équinoctiale (liv. II art. 171) ; par conséquent si on éleve de ce point une perpendiculaire à la soustilaire, on aura l'équinoctiale.

38. Enfin on peut tirer cette ligne indépendamment de la soustilaire, en déterminant deux points par lesquels doit passer cette équinoctiale, un sur l'horisontale, c'est le point de 6 heures, & l'autre sur la méridienne dont on détermine la position en cette maniere : Il faut tirer la ligne GM qui fasse avec GC l'angle droit CGM, le point M auquel cette ligne rencontrera la méridienne, sera celui par lequel doit passer l'équinoctiale : cela vient de ce que l'arc du méridien compris entre le pole du monde & l'équateur, est un quart de cercle, ou la mesure d'un angle droit. Nous ajouterons à la fin de ce livre un problême qui contiendra encore une méthode de tracer l'équinoctiale sans connoître la déclinaison du plan ni la position d'aucune autre ligne.

39. Après qu'on a trouvé toutes ces lignes, on peut aisément décrire les lignes horaires de la même maniere que dans les Cadrans verticaux, c'eſt-à-dire, qu'il faut prendre ſur la ſouſtilaire la partie BA égale au rayon équinoctial BS, & du point A comme centre & d'un intervalle pris à diſcrétion décrire une circonférence, enſuite on tirera un rayon du centre A au point M, qui eſt l'interſection de l'équinoctiale & de la méridienne : ce rayon prolongé, s'il eſt néceſſaire, coupera la circonférence au point K. Il faudra la diviſer en 24 parties égales, en commençant au point K, & tirer les rayons par les points de diviſion. Ces rayons étant prolongés, s'il le faut, couperont l'équinoctiale en des points qui ſeront les points horaires. Si donc on tire du centre du Cadran des lignes droites qui paſſent par ces points, ce ſeront les lignes horaires. Au lieu de mener d'abord un rayon qui aille aboutir au point M, qui eſt celui de 12 heures, on auroit pû tirer un autre rayon au point H, qui eſt celui de 6 heures, lequel rayon auroit rencontré la circonférence au point I, & commencer par ce point la diviſion de la circonférence en 24 parties égales ; on auroit trouvé les mêmes points horaires ſur l'équinoctiale, que ceux qu'on a trouvés. Si le centre du Cadran eſt trop éloigné de l'équinoctiale, il en faut tirer une ſeconde, comme dans les Cadrans verticaux, & mener les lignes horaires de la maniere qui a été expoſée en traitant de ces Cadrans (liv. II art. 232). Afin de retenir plus facilement la conſtruction des différentes eſpeces de Cadrans inclinés qui déclinent vers l'orient ou vers l'occident, nous allons faire quelques remarques touchant la ſituation des points & des lignes dont nous avons parlé. Fig. 6.

40. 1°. Dans les Cadrans ſupérieurs, ſoit du midi, ſoit du nord, le point vertical eſt au-deſſous du pied du ſtile, & la ligne horiſontale eſt toujours au-deſſus de l'un & de l'autre. Dans les Cadrans inférieurs c'eſt

Fig. 6. le point vertical qui eſt au-deſſus de ce pied, & la ligne horiſontale au-deſſous de l'un & de l'autre point.

41. 2°. Dans les Cadrans ſupérieurs du midi, dont l'inclinaiſon eſt moindre que la hauteur du pole ſur l'horiſon, le centre eſt au-deſſous de l'horiſontale (Liv. II, art. 12), parce que ces Cadrans ſont tournés vers le pole élevé ſur l'horiſon, c'eſt-à-dire, le pole ſeptentrional; car je ſuppoſe ici le plan dans la partie ſeptentrionale du monde : le contraire arrive dans les Cadrans inférieurs oppoſés. Mais ſi l'inclinaiſon des Cadrans ſupérieurs du midi eſt plus grande que la hauteur du pole, quelquefois le centre ſera au-deſſus de l'horiſontale, quelquefois au-deſſous. Il ſera au-deſſus ſi le pole méridional eſt élevé ſur le plan, & au-deſſous ſi c'eſt le pole ſeptentrional, comme il arrive quand la déclinaiſon du plan eſt fort grande.

42. Pour éclaircir cette remarque nous ferons uſage des deux termes extrêmes de la déclinaiſon, qui ſont le Cadran incliné méridional, dont la déclinaiſon eſt nulle ou infiniment petite, & le Cadran incliné oriental ou occidental, dont la déclinaiſon eſt la plus grande qu'il ſoit poſſible, c'eſt-à-dire, de 90 degrés, puiſque le plan de ce Cadran fait un angle droit avec le premier vertical. Or dans ces deux termes extrêmes le centre du Cadran eſt au-deſſous de l'horiſontale, quand le plan du Cadran, que je ſuppoſe ſupérieur, a une inclinaiſon moindre que la hauteur du pole du lieu (Liv. II, art. 12), parce que dans ces deux cas le pole élevé ſur le plan eſt au-deſſus de l'horiſon; donc ce centre eſt auſſi au-deſſous de l'horiſontale dans les Cadrans ſupérieurs dont la déclinaiſon eſt moyenne entre celle de ces deux termes. Mais ſi l'inclinaiſon du plan eſt plus grande que la hauteur du pole du lieu, le centre du Cadran eſt au-deſſus de l'horiſontale dans le Cadran méridional, parce que le pole élevé ſur ce Cadran eſt au-deſſous de l'horiſon. Par la raiſon contraire le centre eſt au-deſſous de l'horiſontale dans le Cadran

ſupérieur oriental ou occidental ; par conſéquent le centre du Cadran ſupérieur, qui a auſſi une inclinaiſon plus grande que la hauteur du pole du lieu, & dont la déclinaiſon eſt moyenne entre les deux extrêmes, ce centre, dis-je, eſt au-deſſus ou au-deſſous de l'horiſontale, ſelon que ce Cadran approche du premier ou du dernier terme. Fig. 6.

43. 3°. Le centre eſt au-deſſous de l'horiſontale dans les Cadrans ſupérieurs du nord, quelle que ſoit l'inclinaiſon du plan, ou plus grande, ou plus petite que l'élévation de l'équateur ſur l'horiſon ; car dans ces Cadrans le centre repréſente toujours le pole élevé ſur l'horiſon, c'eſt à-dire, le pole ſeptentrional, parce que ces Cadrans ſont toujours tournés vers ce pole ; c'eſt le contraire dans les Cadrans inférieurs oppoſés. Nous ſuppoſons ici que le Cadran eſt dans la partie ſeptentrionale de la terre.

44. 4°. La méridienne eſt à droite de la verticale dans les Cadrans ſupérieurs & inférieurs du midi qui déclinent vers l'orient : elle eſt à gauche dans ceux qui déclinent vers l'occident. Quant aux Cadrans ſupérieurs & inférieurs du nord, la méridienne eſt à la gauche de la verticale dans ceux qui déclinent vers l'orient. Elle eſt à droite dans ceux qui déclinent vers l'occident. C'eſt la même raiſon que pour les Cadrans verticaux. On voit bien que le centre du Cadran & la ligne de déclinaiſon doivent avoir la même ſituation par rapport à la verticale, que la méridienne. Ainſi il eſt inutile de faire d'autres remarques pour en avertir.

Après ces obſervations nous allons reprendre en peu de mots ce que nous avons déduit aſſez au long touchant la deſcription du Cadran incliné déclinant que nous ſuppoſons ſupérieur & tourné vers le midi en déclinant vers l'orient.

Fig. 6.

DESCRIPTION DES CADRANS INCLINÉS.

45. 1°. Après avoir trouvé le pied du ſtile P on tracera la verticale OPV, ſoit par le moyen d'une horiſontale qu'on tirera d'abord, ſoit par celui du zenith qu'on aura marqué ſur le plan. Puis on tirera du pied du ſtile P la ligne PX perpendiculaire à la verticale & égale à la hauteur du ſtile ; ſon extrémité X ſera le centre diviſeur de la verticale.

2°. On peut marquer le zenith V par l'art. 11, alors on menera la ligne XV à ce point, ce qui fera connoître l'inclinaiſon du plan qui eſt égale à l'angle PXV : mais ſi le point V n'eſt pas marqué, & qu'on connoiſſe d'ailleurs l'inclinaiſon du plan, on menera vers le bas la ligne XV qui faſſe avec XP l'angle PXV égal à l'inclinaiſon du plan que nous ſuppoſons connue, le point d'interſection V de cette ligne XV avec la verticale ſera le zenith cherché. Enſuite on menera la ligne XO perpendiculaire à XV, le point O auquel cette ligne rencontrera la verticale ſera celui par où doit paſſer l'horiſontale. Par conſéquent ſi du point O on éleve une perpendiculaire ſur la verticale, ce ſera l'horiſontale.

3°. On prendra ſur la verticale OPV prolongée vers O la partie OD égale à la ligne XO, le point D ſera le centre diviſeur de l'horiſontale, duquel on tirera à droite de la verticale la ligne DL qui faſſe l'angle ODL égal à la déclinaiſon du plan, l'interſection de cette ligne avec l'horiſontale ſera un point par lequel doit paſſer la méridienne, auſſi-bien que par le zenith V. Si donc on tire une ligne droite VML du point V par le point L, ce ſera la méridienne.

4°. On abbaiſſera du pied du ſtile P une perpendiculaire PG ſur la méridienne, & on décrira du point L, comme centre, & de l'intervalle LD, un arc qui coupe cette perpendiculaire à un point comme G, ce point ſera le centre diviſeur de la méridienne (Liv. II, art. 69). On menera la ligne GL & la ligne GC qui

faſſe avec GL l'angle LGC égal à l'élévation du pole Fig. 6.
ſur l'horiſon du lieu, le point d'interſection C de la ligne GC avec la méridienne ſera le centre du Cadran, qui doit être tantôt au-deſſus de l'horiſontale, tantôt au-deſſous ſelon que le pole élevé ſur le plan, c'eſt-à-dire, vers lequel le plan eſt tourné, eſt inférieur ou ſupérieur à l'horiſon: on tracera enſuite une ligne CPB qui paſſe par le pied du ſtile & par le centre du Cadran, ce ſera la ſouſtilaire.

5°. On élevera la ligne DH perpendiculaire ſur DL, le point H où elle coupera l'horiſontale ſera le point de 6 heures, par lequel doit paſſer l'équinoctiale. Si donc on tire de ce point une perpendiculaire HBM ſur la ſouſtilaire, on aura l'équinoctiale qui doit auſſi paſſer par un point M de la méridienne, lequel on déterminera en tirant du point G une ligne GM qui ſoit perpendiculaire avec GC. Ces deux points H & M ſuffiſent pour mener l'équinoctiale indépendamment de la ſouſtilaire. On peut encore la tracer par une troiſiéme méthode que nous expliquerons enſuite.

6°. On élevera du pied du ſtile P la perpendiculaire PS ſur la ſouſtilaire, laquelle ſoit égale à la hauteur du ſtile; enſuite on tirera du point S au point B le rayon équinoctial BS, & on prendra BA égale à BS, le point A ſera le centre diviſeur de l'équinoctiale. On décrira de ce point, comme centre, & d'un intervalle arbitraire une circonférence, laquelle on diviſera en 24 parties égales, en commençant par le point d'interſection K d'un rayon mené au point M, ou par le point I, qui eſt l'interſection d'un autre rayon mené au point H. Enfin on menera des rayons qui paſſent par les points de diviſions de la circonférence. Ces rayons prolongés, s'il le faut, couperont l'équinoctiale en des points qui ſeront les points horaires. Si donc on mene du centre du Cadran des lignes à ces points, ce ſeront les lignes horaires, que l'on pourroit auſſi tracer par le moyen de deux équinoctiales, comme nous l'avons dit.

Comment on se sert du calcul pour trouver plusieurs points des Cadrans Inclinés & pour tracer plusieurs lignes.

Fig. 6. 46. On pourroit se servir du calcul des triangles rectangles pour trouver quelques-uns des points, & pour décrire plusieurs lignes des Cadrans inclinés. Par exemple, la verticale du plan étant tirée, & la hauteur du stile étant connue avec le pied du stile, si on connoît aussi l'inclinaison du plan, on trouvera facilement la position du zenith V par le moyen du triangle rectangle XPV, dont on connoît le côté XP, qui est la hauteur du stile, & l'angle PXV qui est l'inclinaison du plan. Il ne s'agit que de chercher la longueur de PV, qui est la tangente de l'inclinaison en supposant qu'on prend la hauteur XP pour rayon, & le point X pour centre. De même on trouvera le point O par où doit passer l'horisontale, en se servant du triangle rectangle XPO, dont l'angle PXO est le complément de l'inclinaison, puisque l'angle OXV est droit (14) : il suffira de chercher PO, qui est la tangente de PXO, en regardant la hauteur XP comme sinus total ou rayon. Pareillement connoissant la déclinaison du plan, qui est l'angle ODL, & ayant mesuré DO, qui est égal à XO, on pourra déterminer le point L par où doit passer la méridienne, en se servant du triangle rectangle DOL, il ne faut que chercher la longueur de OL, qui est la tangente de la déclinaison ODL en regardant le côté DO comme rayon. On trouvera aussi par le triangle rectangle DOH le point H par lequel doit passer l'équinoctiale : car dans ce triangle on connoît l'angle ODH, qui est le complément de la déclinaison du plan, puisque l'angle LDH est droit à cause de la base LH qui représente un quart de cercle, sçavoir l'arc de l'horison compris entre le méridien & l'équateur. Par conséquent on trouvera le côté OH,

qui eſt la tangente de l'angle ODH en prenant le côté DO pour rayon. Fig. 6

47. Le zenith V ayant été déterminé, comme auſſi le point L, on tracera la méridenne en la faiſant paſſer par ces deux points. Mais il peut arriver que le point vertical V ſoit hors de l'étendue du plan, à cauſe de la grande inclinaiſon de ce plan, auquel cas on ſeroit peut-être embarraſſé pour tracer la méridienne, ſi d'ailleurs le centre n'étoit pas connu, ou s'il étoit auſſi hors de l'étendue du plan, à cauſe de ſon grand éloignement. Dans ce cas pour décrire cette ligne on pourroit employer la méthode ſuivante, qui ſuppoſe ſeulement qu'on a trouvé l'inclinaiſon & la déclinaiſon du plan. On fera cette proportion pour trouver l'angle compris entre la verticale du plan & la méridienne, qui eſt l'angle V du triangle rectangle VOL, *La ſécante de l'inclinaiſon du plan eſt à la tangente de ſa déclinaiſon, comme le ſinus total eſt à la tangente de l'angle cherché.* Pour appercevoir la raiſon de cette proportion, il faut conſidérer les deux triangles rectangles OXV & DOL, qui ont les côtés OX & DO égaux par la conſtruction. Or ſi dans le premier triangle je regarde le côté OX comme rayon, qui ait pour centre le point O, le côté OV ſera la ſécante de l'angle XOV, que l'on peut prendre pour l'inclinaiſon du plan, puiſqu'il eſt égal à l'angle PXV, à cauſe que chacun des deux eſt le complément du troiſiéme OXP. De même ſi dans l'autre triangle DOL on regarde DO comme rayon qui ait pour centre D, le côté OL ſera la tangente de la déclinaiſon ODL; ainſi dans le triangle rectangle VOL, le côté OV peut être regardé comme la ſécante de l'inclinaiſon du plan, & en même-tems comme ſinus total, dont le centre eſt V, & le côté OL, comme tangente de la déclinaiſon du plan, & comme tangente de l'angle V compris entre la verticale du plan & la méridienne. On aura donc la proportion, *La ſécante de l'inclinaiſon du*

Fig. 6. *plan est à la tangente de la déclinaison, comme le sinus total est à la tangente de l'angle compris entre la verticale du plan & la méridienne.* Après qu'on aura trouvé cet angle on connoîtra son complément OLV ou CLR que la méridienne fait avec l'horisontale ; ainsi pour tracer la méridienne, il n'y aura qu'à tirer une ligne par le point L, qui fasse avec l'horisontale un angle égal au complément de l'angle trouvé OVL, ce sera la méridienne.

Si on suppose que l'inclinaison du plan est de 47^d 20′, & sa déclinaison de 36^d 25′, la proportion marquée ci-dessus aura pour logarith. 1016894, 986789, 1000000, 969895, dont le dernier est la tangente artificielle de 26^d 34′, c'est la valeur de l'angle compris entre la verticale du plan & la méridienne. Ainsi son complément 63 deg. 26 min. est l'angle que doit faire la méridienne avec l'horisontale.

Méthode de trouver par le calcul les points horaires sur l'équinoctiale ou sur l'horisontale, & de tracer les lignes horaires.

48. On peut aussi trouver les points horaires sur l'équinoctiale, & tracer les lignes horaires par le moyen du calcul. Pour cet effet il faut mesurer 1°. l'angle PSB égal à SCP qui est la hauteur du pole sur le plan, (on peut aussi trouver cet angle par l'art. 99 du second Liv.) 2°. l'angle BAM, qui est la différence des longitudes. La valeur de l'angle SCP étant connue, on imaginera le rayon SB augmenté ou diminué jusqu'à ce qu'il contienne 1000 parties égales de l'échelle que je suppose que l'on a, & on regardera ce côté du nouveau triangle rectangle CSB comme le sinus total, dont le centre est B; auquel cas le côté BC sera la sécante de l'angle CBS, qui est le complément de la hauteur du pole sur le plan ; par conséquent on trouvera dans la table des sécantes combien la ligne BC doit contenir

de parties égales à celles dont la ligne SB en contient 1000 ; & par-là on connoîtra la diſtance du centre du Cadran à l'équinoctiale. Fig. 6.

49. Après que les deux angles PSB & BAM auront été meſurés, on pourra ôter le faux ſtile & effacer toutes les lignes qui avoient été tirées pour déterminer ces deux angles, excepté peut-être la ſouſtilaire, ſi on la trouve bien placée par rapport à l'étendue du plan : ſi on ne la trouve pas bien ſituée, il faut avant de l'effacer lui tirer une parallele en quel endroit du plan on voudra, laquelle on prendra pour la ſouſtilaire. Après cela on choiſira ſur cette ligne un point que l'on regardera comme le centre du Cadran : on le prendra au haut du plan, ſi le centre doit être au-deſſus de l'équinoctiale. On marquera enſuite un autre point ſur la ſouſtilaire, qui ſoit diſtant du centre autant que l'équinoctiale en doit être éloignée (cette diſtance eſt la ſécante de l'angle CBS :) & on élevera ſur ce point une perpendiculaire à la ſouſtilaire ; ce ſera l'équinoctiale. Après cela on cherchera combien la tangente de l'angle BAM, qui eſt la différence des longitudes, doit contenir de parties égales à celles dont le rayon équinoctial AB en contient 1000, & on prendra BM ſur l'équinoctiale avec l'échelle des parties égales, laquelle ligne BM contienne le nombre des parties que doit avoir cette tangente ; le point M ſera le point de midi ſur l'équinoctiale. Si donc on tire du centre C une ligne qui paſſe par le point M, ce ſera la méridienne. On trouvera tous les points horaires ſur l'équinoctiale par le calcul de la même maniere qu'on les a trouvés pour les Cadrans verticaux dans le troiſiéme Problême (Liv. II, art. 224 & 225), & on menera du centre du Cadran des lignes aux points horaires : ce ſeront des lignes horaires. Si le centre eſt trop éloigné de l'équinoctiale on tirera une ſeconde équinoctiale, puis une troiſiéme, & enſuite une quatriéme & une cinquiéme, s'il eſt néceſſaire, comme nous l'avons dit

Fig. 6. dans le quatriéme Problême (Liv. II, art. 232), sur la description des Cadrans verticaux.

50. Quand on connoît l'inclinaison & la déclinaison du plan, on pourroit par le seul calcul trouver la hauteur du pole sur le plan & la différence des longitudes ou des méridiens, sans mesurer ces angles, comme nous l'avons prescrit : mais il faudroit pour expliquer cette méthode proposer & démontrer plusieurs Problêmes, que nous omettons afin d'abréger. On peut les voir à la fin des Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'année 1707.

51. Remarque. Le rayon équinoctial BS étant supposé de 1000 parties, la hauteur du stile n'est plus la même qu'elle étoit lorsque ce rayon avoit une longueur différente. Mais si on vouloit sçavoir quelle est pour lors la hauteur du stile, on la trouveroit aisément en regardant le côté BS du triangle rectangle SPB, comme le rayon dont le point B est le centre ; car pour lors la hauteur SP est le sinus de l'angle aigu SBP dont on connoît la valeur, puisqu'il est le complément de l'autre angle aigu en S que l'on a mesuré. On trouvera pareillement quelle doit être la longueur du côté PB en supposant le rayon équinoctial BS de 1000 parties. Il faut pour cela regarder le point S comme centre du sinus total BS, & le côté BP sera le sinus de l'angle S. On voit bien que la hauteur & le pied du stile étant changés, toutes les autres lignes changent de place, & ne se coupent plus au même point, excepté la soustilaire, & même l'équinoctiale pourvû qu'on conserve le même point B.

52. On peut encore marquer les points horaires sur la ligne horisontale, en suivant la méthode expliquée dans le sixiéme Problême touchant la construction des Cadrans verticaux (Liv. II. art. 242), pourvû qu'on regarde la ligne DO égale à XO, comme le rayon ou le sinus total dans tous les triangles rectangles, tels que DO 12, DO 11, DO 10, DO 9, DO 1,

DO2, DO3, &c. formés par cette ligne DO, par les différentes tangentes OL ou O12, O11, O10, O9, &c. ou bien O1, O2, O3, &c. enfin par les lignes qu'on conçoit tirées du point D à tous les points horaires ; en ſorte que le point O qui eſt l'interſection de la verticale du plan avec l'horiſontale tiendra la place du point P dans les Cadrans verticaux. Fig. 6.

53. Pour trouver aiſément dans cette méthode la longueur des tangentes O12, O11, O1, O2, &c. il faut ſuppoſer le ſinus total DO égal à 1000 parties, ou à un autre nombre qui contienne des parties aliquotes de 1000, & chercher par le triangle rectangle XPO, dont le côté XO eſt égal à DO, quelle doit être la hauteur du ſtile XP ou SP dans cette ſuppoſition, afin de trouver enſuite par le triangle rectangle SPC la diſtance CP, qui eſt la tangente de CSP complément de l'angle meſuré PSB, en prenant SP pour rayon, & le point S pour centre : on cherchera auſſi par le triangle XPO le côté OP, qui eſt la diſtance de l'horiſontale au pied du ſtile. Il s'agit préſentement d'expliquer comment on trouve l'inclinaiſon & la déclinaiſon des Cadrans inclinés.

Comment on meſure l'inclinaiſon d'un plan.

54. Afin de meſurer l'inclinaiſon d'un plan, il faut avoir un inſtrument tel que CABD de métail, par exemple de cuivre, qui ſoit un quarré ou un rectangle dans lequel il y ait un quart de cercle EF de 7 à 8 pouces de rayon, dont le centre ſoit le point C, auquel on doit faire un petit trou pour paſſer un fil de ſoie qui ſoutienne un plomb. Le quart de cercle doit être diviſé en degrés, & même en minutes de 5 en 5 ou de 10 en 10, par le moyen des circonférences concentriques & des lignes droites tranſverſales qu'il faut marquer ſur le limbe ou la largeur du quart de cercle. Les quatre côtés de cet inſtrument ſont des regles de cuivre, dont celle qui eſt marquée par CA doit Fig. 7.

Fig. 7. avoir une échancrure entre E & A, afin que le plomb puiſſe y tenir, lorſque le fil qui le ſoutient paſſe par zero, ou le commencement de la diviſion, que je ſuppoſe être au point E. Il faut auſſi faire une échancrure ſemblable dans la regle CD entre F & D, afin que le plomb puiſſe s'y loger lorſque le fil paſſe à la fin du 90me degré. L'inſtrument étant conſtruit de cette maniere, ſi on applique la regle AB ſur la verticale d'un plan ſupérieur déſigné par IL, ou ſur une parallele à cette verticale, l'angle ECG compris entre le côté CA & le fil CGP, lequel angle eſt meſuré par l'arc EG, ſera égal à l'inclinaiſon du plan. Pour le prouver ſoit tirée la ligne horiſontale HOR, l'angle AOH ou ROL ſera l'inclinaiſon du plan. Or je dis que l'angle ECG eſt égal à l'angle AOH: car le triangle CAO étant rectangle, l'angle ECG eſt le complément de AOC. Or AOH eſt auſſi complément de AOC, à cauſe de l'angle droit COH: donc les angles ECG & AOH ſont égaux; ainſi pour connoître l'inclinaiſon du plan, il n'y aura qu'à voir combien l'arc EG contient de degrés & de minutes. Il eſt évident que ſi le plan IL étoit horiſontal, comme HR, alors l'angle ECG feroit nul, parce que le fil paſſeroit par le point E, qui eſt le commencement des degrés marqués ſur l'arc de cercle.

Fig. 8. 55. Si le plan eſt inférieur, il faut appliquer la regle CD oppoſée à AB ſur une parallele à la verticale du plan, & alors l'angle ECG ſera égal à l'inclinaiſon du plan. Pour le faire voir il faut tirer l'horiſontale HCR, l'angle ICH ou RCL ſera l'inclinaiſon du plan. Or ICH eſt égal à ECG; car ICH eſt le complément de l'angle HCE, parce que l'angle ICA eſt droit, auſſi-bien que ACD. Pareillement ECG eſt le complément du même angle HCE, à cauſe de l'angle droit HCG; par conſéquent les angles ICH & ECG ſont égaux entr'eux. On voit bien que ſi le plan

plan IL étoit vertical, alors l'angle ECG feroit droit; parce que le fil pafferoit par le point F.

56. Quoique nous ayons dit qu'il faut appliquer un des côtés de l'inftrument fur une parallele à la verticale du plan, afin d'en mefurer l'inclinaifon, il n'eft pourtant pas néceffaire que la verticale foit tracée afin de faire cette opération, parce que l'on connoîtra que la regle répond à une de ces paralleles, quand l'inftrument donne une plus grande inclinaifon que s'il étoit appliqué de toute autre maniere fur le plan (je fuppofe qu'il eft toujours perpendiculaire au plan). D'ailleurs il fuffit que la regle foit à peu-près pofée le long d'une de ces paralleles.

Nous ne répéterons pas ici une autre méthode de trouver l'inclinaifon du plan, que nous avons expliquée au commencement de ce Livre (12).

Plufieurs Méthodes de trouver la déclinaifon d'un plan incliné.

On trouve la déclinaifon du plan incliné à peu près de la même maniere que celle d'un plan vertical, c'eft pourquoi nous en parlerons en peu de mots, en rappellant quelques méthodes que nous avons propofées touchant les plans verticaux, & en avertiffant de ce qu'il faut y changer quand on en fait l'application aux plans inclinés.

57. Ainfi par rapport à la cinquiéme méthode expliquée dans le cinquiéme Problême (Liv. II, art. 121), il faut prendre plufieurs points d'ombre, comme *f*, Fig. 94
F, G; enfuite tirer des lignes du point vertical V qui paffent par les points d'ombre, & qui coupent l'horifontale aux points *i*, I, K; ces lignes V*i*, VI, VK repréfenteront les verticaux auxquels répond le Soleil dans les inftans où l'on a pris les points d'ombre. Après cela on mefurera avec le compas à verge les lignes O*i*, OI, OK qui repréfentent les arcs de l'hori-

ſon compris entre le vertical du plan & les verticaux
Fig. 9. du ſoleil : on meſurera auſſi la ligne DO = XO. Quand on aura pris la grandeur de ces lignes, qui ſont des côtés des triangles rectangles DO*i*, DOI, DOK, on cherchera par le calcul quels ſont les angles en D de ces triangles. Or on trouvera ces angles, par exemple ODI, par l'analogie ſuivante, dans laquelle on conſidere DO comme ſinus total, & D comme centre, auquel cas OI devient tangente de l'angle ODI : DO *eſt à* OI, *comme le ſinus total eſt à la tangente de l'angle* ODI. Cet angle, qui eſt celui que fait le vertical du Soleil avec le vertical du plan, à cauſe qu'il a ſon ſommet au centre diviſeur de l'horiſontale, & que d'ailleurs OI repréſente l'arc de l'horiſon compris entre ces deux cercles, cet angle, dis-je, étant connu, on cherchera quelle étoit la hauteur du Soleil à l'inſtant qu'on a marqué le point d'ombre; (nous en expliquerons enſuite la méthode). Enfin on cherche l'angle du vertical du Soleil avec le méridien (Liv. II, art. 122); ce qui ſuppoſe qu'on connoît la latitude du lieu, la déclinaiſon du Soleil & ſa hauteur ſur l'horiſon. Quand on a trouvé les deux angles que fait le vertical du ſoleil avec le vertical du plan & avec le méridien, on les compare, ſoit en les ajoutant, ſoit en retranchant l'un de l'autre, & la ſomme ou la différence eſt la déclinaiſon du plan (Liv. II, art 121).

58. Voici comment on peut trouver la hauteur du Soleil par l'ombre du ſtile attaché à un plan incliné. Soit le point d'ombre F, il faut tirer la verticale VFI & la ligne DI, après quoi on abbaiſſera du point P la perpendiculaire P*d* ſur cette verticale, & du point I, comme centre, & d'un intervalle égal à DI, on décrira un arc qui coupe cette perpendiculaire au point *d*; ce point ſera le centre diviſeur de la verticale VI, parce que l'horiſontale & cette verticale ſe coupant au point I, les centres diviſeurs D & *d* de ces deux lignes doivent être à égale diſtance du point d'interſection

(Liv. II, art. 69). Le centre diviſeur *d* étant trouvé, Fig. 9.
on tirera de ce point une ligne au point F, lequel déſigne le lieu du Soleil, & une autre au point I de l'horiſontale, l'angle F*d*I ſera la hauteur du Soleil ſur l'horiſon, puiſque cet angle a pour meſure l'arc du vertical repréſenté par FI, lequel arc eſt entre le Soleil & l'horiſon. Il s'agit donc de trouver cet angle; ce qui ſe fera en meſurant les trois lignes *dp*, *p*I & *p*F, afin de connoître deux côtés de chacun des triangles rectangles *dp*I & *dp*F, dans leſquels il faut regarder *dp* comme le ſinus total, dont le centre eſt *d*, & alors les côtés *p*I & *p*F ſeront les tangentes des angles oppoſés *pd*I & *pd*F, dont le ſecond étant ôté du premier, le reſte ſera l'angle F*d*I, qui eſt la hauteur cherchée.

59. La ſixiéme méthode expliquée dans l'art. 144 du ſecond Livre, a auſſi lieu pour les plans inclinés. Il faut prendre des points d'ombre correſpondans, c'eſt-à-dire, à des inſtans également éloignés de midi, tels que les points F & G, enſuite mener du point vertical V des lignes qui paſſent par ces points F, G, & qui ſoient prolongées juſqu'à ce qu'elles rencontrent l'horiſontale aux points I & K. Si on tire du centre diviſeur D de l'horiſontale des lignes DI, DK, l'angle IDK qui a ſon ſommet au centre diviſeur de l'horiſontale, a pour meſure l'arc de l'horiſon compris entre les verticaux déſignés par VI, VK : ainſi cet angle eſt égal à celui que font ces deux verticaux. Mais l'angle que font les mêmes verticaux eſt coupé en deux parties égales par le méridien : donc ſi on partage également l'angle IDK par la ligne DL, elle aboutira à un point de l'horiſontale par lequel doit paſſer la méridienne; donc l'angle ODL formé par la verticale du plan & par la ligne DL, eſt la déclinaiſon du plan (Liv, II, art. 43).

Outre ces méthodes on peut encore déduire la déclinaiſon du plan de la deſcription des lignes méridienne, ſouſtilaire & équinoctiale. Nous allons parler

Fig. 9. de chacune en peu de mots, en ſuppoſant toujours que la verticale & l'horiſontale ſont tracées, & qu'on a marqué le point vertical & le centre diviſeur de cette derniere ligne.

60. 1°. On peut décrire la méridienne en prenant un point d'ombre à midi : car une ligne tirée du point vertical & qui paſſe par ce point d'ombre eſt la méridienne. Or la méridienne étant tirée, on trouve facilement la déclinaiſon du plan, puiſque ſi on tire une ligne du centre diviſeur D au point L, où je ſuppoſe que la méridienne coupe l'horiſontale, l'angle ODL ſera la déclinaiſon du plan (Liv. II, art. 43), parce qu'il eſt égal à celui qui eſt compris entre le vertical du plan & le méridien.

61. 2°. On trace la ſouſtilaire par la méthode générale expliquée dans le IIIme Problême de la ſeconde ſection du Liv. II, art. 93. Cette ligne étant décrite, on cherchera encore la hauteur du pole ſur le plan par la méthode expoſée au Liv. II, articles 96 & 98. Or ces deux choſes étant connues, on tirera du pied du

Fig. 6. ſtile ſur la ſouſtilaire une perpendiculaire PS égale à la hauteur du ſtile, & on menera la ligne SB qui faſſe l'angle PSB égal à la hauteur du pole ſur le plan, & le point d'interſection de la ligne SB avec la ſouſtilaire, ſera celui par lequel doit paſſer l'équinoctiale, qui doit être perpendiculaire à la ſouſtilaire. Or l'équinoctiale étant tirée, on trouve la déclinaiſon du plan, comme on le dira à la fin de ce Livre. On peut déterminer la longueur de PB par le calcul, ſans avoir beſoin de tirer les lignes SP & SB, il ſuffit de les concevoir, puiſque ſi on conſidere SP comme ſinus total, & le point S comme centre, PB eſt la tangente de l'angle connu PSB ; ainſi il n'y aura qu'à faire cette proportion : *Le ſinus total eſt à la tangente de la hauteur du pole ſur le plan, comme la hauteur du ſtile* SP *eſt à* PB.

3°. Nous allons ajouter un Problême pour mener la ligne équinoctiale par une méthode qui ne ſuppoſe

ni la connoiſſance de la hauteur du pole, ni celle de la déclinaiſon du plan, & qui peut être employée tant pour les plans verticaux que pour les inclinés.

PROBLÊME.

62. *Deux points d'ombre étant donnés ſur un plan avec la déclinaiſon du Soleil au tems où l'on a pris les deux points d'ombre, trouver la ligne équinoctiale.*

Soit S le ſommet du ſtile ST; les deux points d'ombre V & X, qu'il faut prendre fort éloignés l'un de l'autre. Fig. 10.

1°. On tirera la ligne *ſv* égale à la diſtance du ſommet du ſtile au point d'ombre V, & on fera l'angle *vſh* égal à la déclinaiſon du ſoleil dans le tems qu'on a pris le point d'ombre V. Il eſt bon de ſe ſervir d'une planche dont la ſurface ſoit unie & plane, afin de tirer la ligne *ſv*, & de faire l'angle *vſh*.

2°. On décrira enſuite du point V, comme centre, & d'un intervalle pris à diſcretion, une circonférence FG, & du point V on tirera pluſieurs rayons, comme VF & VG. On décrira auſſi une ſeconde circonférence *fg* du point *v* comme centre, & du même intervalle dont on a décrit la premiere.

3°. On prendra avec le compas la diſtance du ſommet du ſtile au point F; & gardant cette diſtance, on mettra une pointe du compas ſur le point *ſ*, & on décrira un arc qui coupe la circonférence *fg* au point *f*. On prendra de même la diſtance du ſommet S au point G, & appliquant une pointe du compas en *ſ*, on décrira avec cette diſtance un arc qui coupe la circonférence *fg* au point *g*. On fera la même choſe pour les autres points marqués ſur la premiere circonférence.

4°. On tirera des rayons du centre de la ſeconde circonférence *fg* au point d'interſection des arcs avec cette circonférence, & on prolongera ces rayons, s'il eſt néceſſaire, jusqu'à ce qu'ils coupent la ligne *ſk* aux

Fig. 10. points *h* & *k* : après quoi on prendra avec le compas les diſtances *uh* & *uk* que l'on portera ſur les rayons VF & VG depuis V, & on tirera une courbe HK qui paſſe par les points H & K qui termineront ces diſtances, & par pluſieurs autres qu'on déterminera de la même maniere.

5°. On fera la même choſe pour l'autre point d'ombre X, & on décrira une ſeconde courbe NR, comme on a décrit la premiere, en faiſant un angle *xſn* égal à la déclinaiſon du ſoleil dans le tems qu'on aura marqué ce ſecond point d'ombre, lequel angle ait le côté *ſx* égal à la diſtance depuis le ſommet du ſtile au point X.

Je dis que ſi on tire une ligne droite qui ſoit tangente de l'une & de l'autre courbe, cette tangente ſera l'équinoctiale par rapport au ſommet du ſtile. Lorſque l'on verra à peu près l'endroit de l'une & de l'autre courbe par où doit paſſer la tangente, il faudra tirer vers ce côté-là pluſieurs rayons des centres V & X, & déterminer un plus grand nombre de points des courbes, afin de les tracer plus exactement dans cet endroit.

DÉMONSTRATION.

Si le ſoleil étoit à l'équateur dans le tems que l'on prend les deux points d'ombre, la ligne équinoctiale paſſeroit par ces deux points ; parce que la ligne que décrit l'ombre du ſoleil dans un jour ſur un plan, repréſente le cercle que décrit le ſoleil pendant ce jour. Mais ſi le ſoleil eſt à quelque diſtance de l'équateur, il eſt évident que la ligne qui paſſeroit alors par les deux points d'ombre ne ſeroit pas l'équinoctiale. Or pour déterminer la poſition de cette équinoctiale, il faut imaginer un angle égal à la déclinaiſon qu'avoit le ſoleil dans l'inſtant auquel on a marqué le premier point d'ombre V, dont le ſommet ſoit à l'extrémité du ſtile, & dont un des côtés ſoit la ligne SV tirée de cette

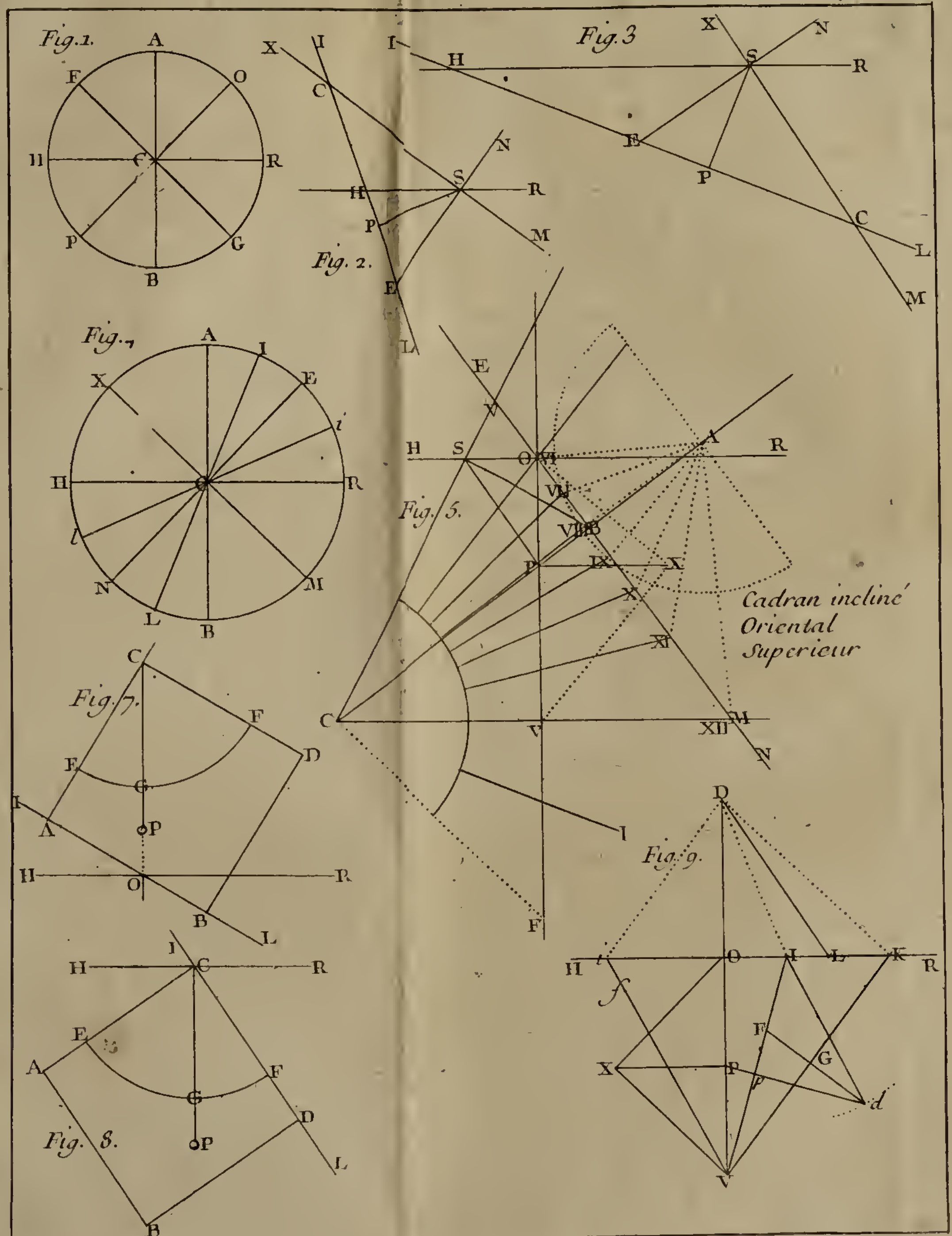
extrémité à ce point d'ombre. Si on conçoit que l'autre côté de l'angle tourne autour du premier côté qui aboutit à ce point d'ombre, ce second côté, qu'il faut toujours concevoir prolongé jusqu'à la surface du mur, décrira en tournant une ligne courbe sur le plan, laquelle marquera par quelqu'un de ses points la distance de la ligne équinoctiale au premier point d'ombre; ainsi cette ligne touchera la courbe au point qui marquera cette distance. Il faut pareillement imaginer un autre angle égal à la déclinaison qu'avoit le soleil dans le tems qu'on a pris le second point d'ombre, lequel ait aussi son sommet à l'extrémité du stile & un de ses côtés aboutissant à ce point d'ombre: en concévant que ce second angle tourne comme le premier autour du côté qui se termine au point d'ombre, l'autre côté décrira aussi une courbe autour de ce point: & cette courbe marquera par quelqu'un de ses points la distance de l'équinoctiale au second point d'ombre; par conséquent cette ligne touchera aussi la seconde courbe au point qui marquera cette distance: ainsi l'équinoctiale doit être tangente de l'une & de l'autre courbe. Si donc on tire une ligne qui touche les deux courbes, elle sera l'équinoctiale cherchée. Or en faisant réflexion à la méthode prescrite dans ce Problême, on verra que ces deux courbes décrites par la révolution des deux angles sont les mêmes que celles qui ont été décrites par cette méthode. Par conséquent en suivant cette méthode on trouve l'équinoctiale.

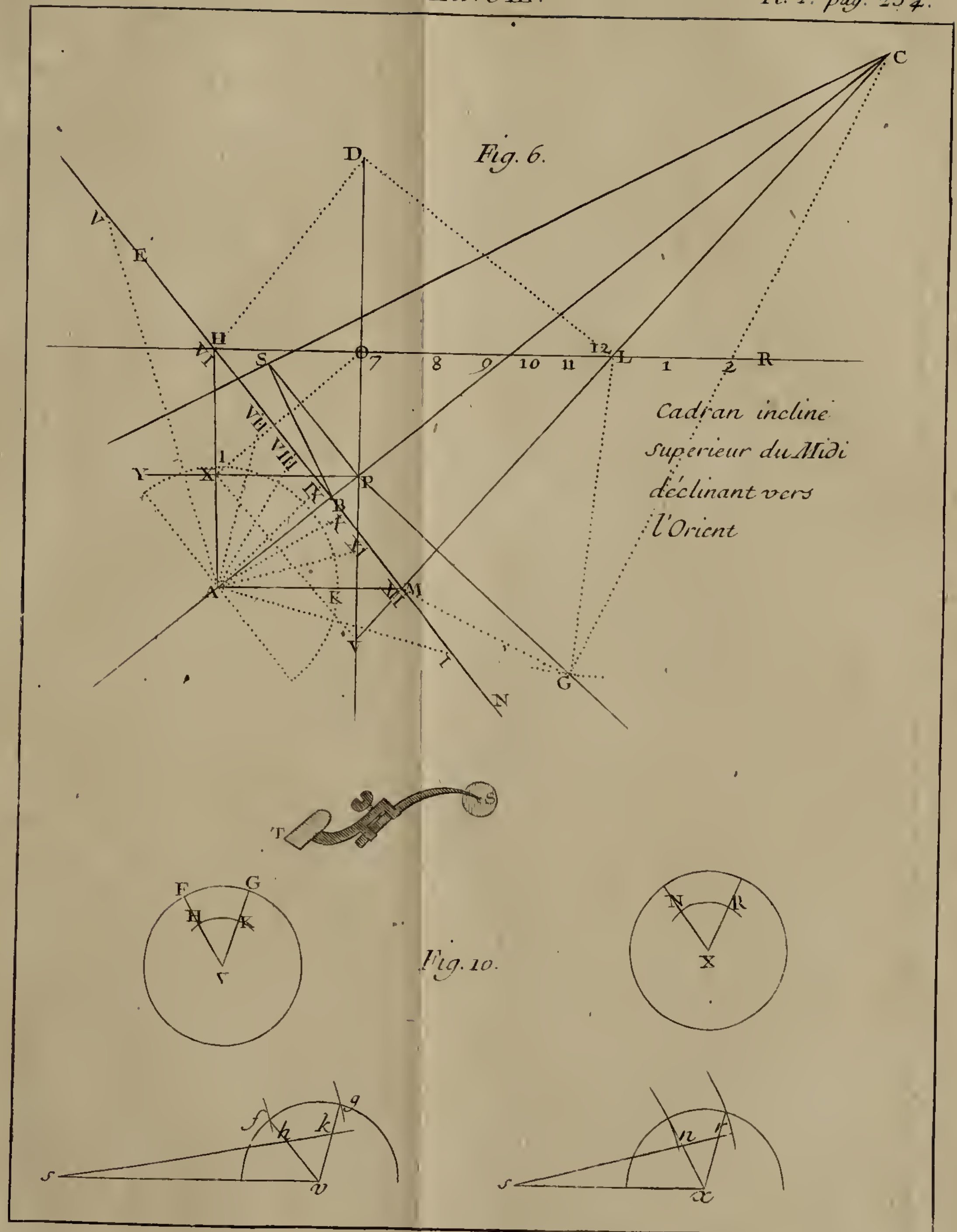
63. On peut tirer une tangente ou à la partie supérieure des courbes ou à la partie inférieure. Mais il est facile de déterminer à laquelle des deux il faut mener la tangente. Car lorsque la déclinaison du soleil est septentrionale, alors l'équinoctiale touche la partie supérieure des courbes; parce que le soleil étant alors plus près de notre zenith que quand il est à l'équateur, on conçoit que les points d'ombre sont plus bas que lorsqu'il répond à l'équateur, ou, ce qui est la même

chose, les points d'ombre du soleil, lorsqu'il décrit l'équateur, sont au-dessus de ceux qui tombent sur le même plan lorsqu'il est plus près de notre zenith que l'équateur. Or, comme nous avons dit, l'équinoctiale doit passer par les points d'ombre du soleil lorsqu'il est à l'équateur. Par la raison contraire il faut tirer la tangente à la partie inférieure des courbes, lorsque la déclinaison du soleil est méridionale. On parle ici des plans qui sont dans la partie septentrionale de la terre hors des deux tropiques. Cela supposé, la Regle est généralement vraie pour tous les plans verticaux : mais s'il s'agit des plans inclinés, il faut excepter les supérieurs du nord & les inférieurs du midi, lorsque les uns & les autres ont une inclinaison moindre que l'élévation de l'équateur, & que d'ailleurs leur déclinaison n'est pas bien grande ; parce que sur ces deux especes de plans l'équinoctiale doit être au-dessous des points d'ombre du soleil, quand il répond aux signes septentrionaux.

64. Si on marquoit la trace de l'ombre du soleil sur un plan, cette trace ne seroit une ligne droite que quand le soleil décriroit l'équateur (Liv. II, art. 5), parce que de tous les cercles que le soleil décrit chaque jour pendant l'année, il n'y a que l'équateur qui ait pour centre l'extrémité du stile, laquelle peut être considérée comme le centre de la terre.

Fig. 6. 65. L'équinoctiale HBM étant décrite, on trouvera ainsi la déclinaison du plan : il faut tirer du point H où cette ligne coupe l'horisontale, une ligne DH au centre diviseur de l'horisontale, & du point D on élevera une perpendiculaire DL sur DH ; on aura l'angle ODL qui sera la déclinaison du plan : car l'angle HDL étant droit, & le point H étant l'intersection de l'horisontale avec l'équinoctiale, le point L doit être l'intersection de la même ligne avec la méridienne, puisque l'arc de l'horison compris entre l'équateur & le méridien est un quart de cercle. Or cela étant ainsi l'angle ODL


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3
Fig. 5.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Cadran incliné
Oriental
Superieur


Fig. 6.
Cadran incliné superieur du Midi déclinant vers l'Orient
Fig. 10.

doit être la déclinaison du plan (Liv. II, art. 43), Fig. 6.
parce qu'il est égal à celui qui est compris entre le vertical du plan & le méridien.

66. Quand l'équinoctiale est tracée, on peut tirer facilement la soustilaire, il suffit de mener du pied du stile une perpendiculaire sur l'équinoctiale. Ainsi on pourra mesurer PB qui est la partie de la soustilaire comprise entre le pied du stile & l'équinoctiale. Or connoissant PB & la hauteur du stile SP qui sont deux côtés du triangle rectangle SPB, on trouvera l'angle PSB égal à SCP qui est la hauteur du pole sur le plan, on trouvera, dis-je, cet angle en faisant l'analogie suivante: *La hauteur du stile* SP *est à* PB *comme le sinus total est à la tangente de l'angle* PSB. Si le plan est vertical, on trouvera par cet angle la déclinaison du plan, en se servant de l'analogie de l'art. 104 du second Livre.

Fin du troisiéme Livre.





LIVRE QUATRIÉME.

DAns ce quatriéme Livre nous parlerons de plusieurs choses que nous n'aurions pû insérer commodément dans les livres précédens en donnant aux matieres une étendue convenable ; sçavoir 1°. des premieres & des dernieres heures ; 2°. de la maniere de placer l'axe ; 3°. de la description de la méridienne soit du tems vrai, soit du tems moyen ; 4°. des arcs des Signes & des arcs diurnes ; 5° de l'Anneau astronomique.

DES PREMIERES ET DES DERNIERES heures qu'il faut marquer sur les Cadrans.

ART. I. LOrsqu'il s'agit des Cadrans horisontaux on marque toutes les heures depuis le lever du Soleil jusqu'au coucher au plus long jour de l'année, c'est-à-dire, au solstice d'Eté ; parce que le Soleil éclaire le plan horisontal pendant tout le tems qu'il est sur l'horison. Or voici l'analogie par laquelle on trouvera ce qu'il faut ajouter à 6 heures pour avoir la moitié de la durée du plus long jour de l'année : *La tangente du complément de la latitude est à la tangente de la déclinaison du Soleil qui est alors de 23ᵈ 28′, comme le sinus total est au sinus d'un nombre de degrés* qu'il faudra réduire en heures, & les ajouter ensuite à six heures, la somme sera la moitié du plus long jour de l'année (liv. IV de la Sphere, art. 23) ; & par conséquent ce sera la derniere heure du soir qu'il faudra marquer sur le Cadran horisontal. Cette heure fera trouver la premiere du matin, parce qu'elles sont l'une & l'autre également éloignées de midi.

2 Il n'en eſt pas de même des Cadrans verticaux ; car afin qu'ils reçoivent directement la lumiere du Soleil, il eſt néceſſaire non-ſeulement que le Soleil ſoit au-deſſus de l'horiſon, mais auſſi devant le plan vertical, puiſque s'il étoit derriere ce plan, il ne pourroit l'éclairer que par réflection, & non pas directement : en un mot, afin que les rayons du Soleil tombent directement ſur le plan vertical, il faut qu'il ſoit levé tant par rapport à ce plan que par rapport à l'horiſon.

Avant d'expliquer la maniere de trouver les premieres & les dernieres heures des Cadrans verticaux, qui ſont les ſeuls dont nous nous propoſons de parler ſur cette matiere, nous ferons quelques remarques qui contribueront à l'intelligence de ce que nous avons à dire.

3. 1°. Tout plan qui ne paſſe pas par les poles de la Terre ou du Monde, a une de ſes faces tournée vers le midi ou le ſud, & l'autre vers le ſeptentrion ou le nord : ainſi il peut être conſidéré comme un plan du midi d'un côté, & comme un plan du nord de l'autre côté. Si ce plan ne décline pas, il ſera méridional par une de ſes faces, & ſeptentrional par l'autre : mais s'il décline, ce ſera vers l'orient d'un côté & vers l'occident de l'autre. On entendra cela par la fig. 1 dans laquelle le cercle ESOM repréſente l'horiſon ; SM le méridien, ou plutôt l'interſection du méridien avec l'horiſon ; EO, celle du premier vertical ou de l'équateur, ou d'un plan ſoit méridional ſoit ſeptentrional ; enfin AB, celle d'un plan déclinant avec le même horiſon ; les points de l'orient & de l'occident des équinoxes, qu'on appelle *Eſt* & *Oueſt*, ſont E & O : ceux du ſeptentrion & du midi ſont S & M ; il eſt évident que ſi on conſidere AB en tant qu'il eſt tourné vers M, c'eſt un plan du midi déclinant vers l'orient E ; & ſi on regarde AB en tant qu'il eſt tourné vers S, c'eſt un plan du nord déclinant vers l'occident O. Fig. 1.

4. 2°. Le Soleil ne peut en même-tems éclairer les deux faces d'un plan : quand il est devant l'une il est nécessairement caché par rapport à l'autre : & s'il se leve sur l'une, il se couche à l'égard de l'autre.

5. 3°. Lorsque l'amplitude du soleil est égale à la déclinaison du plan, alors le soleil se leve ou se couche à l'intersection de ce plan avec l'horison (il faut concevoir le plan prolongé jusqu'à la circonférence de l'horison). Or quand le soleil se leve au point d'intersection de l'horison avec le plan vertical, alors ce plan commence plutôt à être éclairé que tous les autres jours de l'année : & quand le soleil se couche à l'autre point d'intersection de l'horison avec le plan vertical, alors le plan cesse plus tard d'être éclairé que les autres jours. Fig. 1. Pour entendre la raison de ce que nous avançons, supposons le plan du midi *ab* dont la déclinaison soit moindre que l'amplitude qu'a le soleil aux solstices, & que cette amplitude soit ET & OR, ou E*t* & O*r* : il est évident qu'à mesure que le soleil levant ira du point *t* au point *a*, il éclairera plutôt le plan, parce que le soleil se leve plus matin à mesure qu'il s'approche du tropique du Cancer TR ; & d'ailleurs il éclaire le plan aussi-tôt qu'il est levé, jusqu'à ce qu'il soit arrivé en *a* : mais quand il est parvenu au-delà de ce point, il n'éclaire plus en se levant la face de ce plan tournée au midi, parce qu'il est au nord, eu egard au plan : c'est pourquoi le Soleil éclaire ce plan du midi le plutôt qu'il est possible le jour qu'il se leve au point d'intersection du plan avec l'horison. De même le Soleil allant du point *r* au point *b*, se couche tous les jours plus tard, & par conséquent il éclaire le plan plus long-tems au soir, parce que le plan est alors éclairé jusqu'à ce que le soleil se couche : mais quand le soleil a passé le point *b*, il n'éclaire plus le plan du midi *ab* jusqu'au tems du coucher, puisqu'en se couchant il est pour lors du côté du nord par rapport au plan : ainsi le soleil éclaire ce plan du midi le plus tard qu'il soit

poſſible, quand il ſe couche au point d'interſection du plan avec l'horiſon.

6. Afin de trouver le jour auquel le ſoleil ſe leve le plutôt ou ſe couche le plus tard qu'il eſt poſſible par rapport au plan, il faut chercher quelle doit être la déclinaiſon du ſoleil quand ſon amplitude eſt égale à la déclinaiſon du plan: on ſe ſervira pour cet effet de l'analogie de l'art. 31 du 4me Livre de la Sphere, que l'on trouvera ci-après: or quand on connoîtra la déclinaiſon du ſoleil, on verra par le moyen des tables de la déclinaiſon du ſoleil que nous ajouterons à la fin de ce Livre, quel eſt le jour auquel cette déclinaiſon eſt telle qu'on l'aura trouvée.

7. Mais il peut ſe faire que le ſoleil ne ſe leve jamais ni ne ſe couche au point d'interſection de l'horiſon & du plan : ſçavoir quand la déclinaiſon de ce plan eſt plus grande que l'amplitude orientale ou occidentale du ſoleil aux ſolſtices, plus grande, dis-je, que n'eſt cette amplitude par rapport au lieu où eſt ſitué le plan : par exemple, ſi la déclinaiſon du plan vertical, qui eſt à la latitude de Paris, eſt plus grande qu'environ 37 degrés, le ſoleil ne pourra ſe lever ni ſe coucher au point d'interſection de l'horiſon & du plan. Afin d'entendre la raiſon de ce que nous avançons, il faut remarquer que quand le plan eſt méridional ou ſeptentrional, alors il coupe l'horiſon aux mêmes points que l'équateur: ces points ſont l'orient & l'occident des équinoxes, que l'on appelle le *vrai orient & le vrai occident*; par conſéquent lorſque le plan décline, il rencontre l'horiſon ou plutôt la circonférence de ce cercle à deux points dont l'un eſt dans la partie ſeptentrionale, & l'autre dans la partie méridionale; tous les deux à des diſtances des points de l'orient & de l'occident des équinoxes, qui ſont chacune égales à la déclinaiſon du plan. Si donc cette déclinaiſon excede l'amplitude du ſoleil aux ſolſtices qui eſt la plus grande de toute l'année, il ne pourra ſe le-

ver ni se coucher aux points de rencontre du plan & de l'horison.

Fig. 1. 8. Ce que nous venons de dire s'entendra mieux par la fig. 1, dans laquelle les points de rencontre du plan déclinant avec la circonférence de l'horison sont A & B, la déclinaison du plan est l'angle ACE ou BCO ; dont la mesure est l'arc AE ou BO de l'horison, lesquels arcs sont aussi les distances des points d'intersection A & B aux autres points E & O. Cela posé, on voit clairement que si les distances AE & BO sont plus grandes que les amplitudes du soleil au tems des solstices, lesquelles amplitudes se mesurent aussi par des arcs de l'horison pris depuis les points de l'orient & de l'occident des équinoxes jusqu'aux points où le soleil se leve ou se couche alors ; on voit, dis-je, que si les distances AE & BO sont plus grandes que ces amplitudes, le soleil ne pourra ni se lever ni se coucher aux points A & B, qui sont ceux où le plan déclinant rencontre la circonférence de l'horison.

9. Il paroît par ce que nous avons dit (5), que si la déclinaison du plan est moindre que la plus grande amplitude du soleil, cet astre se montre le plutôt ou disparoît le plus tard qu'il soit possible par rapport au plan ; les deux jours auxquels son amplitude est égale à la déclinaison du plan, parce que c'est alors que le soleil se leve ou se couche au point d'intersection du plan & de la circonférence de l'horison. Si donc un plan du midi décline vers l'orient, ce sera au Printems & en Eté que le soleil paroîtra le plutôt par rapport au plan, c'est-à-dire, quand il parcourra les signes septentrionaux ; & il se cachera le plus tard pour ce plan dans les deux autres saisons : Soit, par exemple, le plan *ab* qui est tourné vers le midi M, & qui décline vers l'orient E : il est évident que le soleil se levera le plutôt qu'il soit possible pour le plan quand il paroîtra le matin au point *a*, lequel point répond aux signes septentrionaux, puisqu'il est

du côté du ſeptentrion S. Il eſt clair auſſi que le ſoleil ſe couchera le plus tard pour le plan quand il paſſera le ſoir par le point *b* qui eſt vers le midi. Si le plan du midi décline vers l'occident, comme *fg*, le ſoleil ſe montrera le plutôt à ce plan quand il ſera au point *g* dans les ſignes méridionaux, & ſe cachera le plus tard qu'il ſoit poſſible par rapport au même plan, lorſqu'il ſera au point *f* dans les ſignes ſeptentrionaux. Fig. I.

10. Pour ce qui eſt des plans du nord, il en faut juger tout autrement. S'ils n'avoient point de déclinaiſon, ils ne jouïroient pas de la préſence du ſoleil pendant l'Automne & l'Hyver, parce qu'il éclaire alors la face oppoſée des plans, c'eſt-à-dire, la face méridionale (liv. 2 art. 24), pendant tout le jour. Ils commenceroient ſeulement à en jouïr à l'équinoxe du Printems, & continueroient juſqu'à l'autre équinoxe : mais s'ils déclinent vers l'orient, comme *fg* en tant qu'il eſt tourné vers S & vers E, ils ſont éclairés du ſoleil le matin avant l'équinoxe du Printems, & après celui d'Automne, ſcavoir quand l'amplitude méridionale du ſoleil eſt plus petite que leur déclinaiſon E*g*, & ne le voient le ſoir que quelque tems après l'équinoxe du Printems, & avant celui d'Automne, ſçavoir lorſque l'amplitude ſeptentrionale eſt plus grande que leur déclinaiſon O*f*.

11. Lorſque la déclinaiſon d'un plan du midi eſt égale ou même plus grande que la plus grande amplitude du ſoleil, alors ſi le plan décline vers l'orient, le ſoleil paroîtra tous les jours devant le plan au même moment qu'il ſe levera ſur l'horiſon du lieu ; car ſoit le plan AB dont on prenne la face qui eſt du côté du point M, ce ſera un plan du midi déclinant vers l'orient E : je dis que ſi la déclinaiſon AE excede la plus grande amplitude du ſoleil, ou lui eſt égale, il ſera éclairé le matin tout auſſi-tôt que cet aſtre paroîtra ſur l'horiſon, puiſque l'amplitude n'étant pas plus

Fig. 1. grande que la déclinaison du plan, le soleil sera devant le plan aussi-tôt qu'il se levera : & si le plan est situé hors de la zone torride, il sera éclairé jusqu'après midi ; car le soleil est toujours du côté du pole méridional par rapport à ce plan jusqu'à ce qu'il ait passé le méridien, & qu'il soit même à quelque distance au-delà. Il est facile de prouver de la même maniere que si le plan décline vers l'occident, comme FG, en tant qu'il est tourné en partie vers M, & en partie vers O, il ne cessera d'être éclairé que quand le soleil se couchera.

12 Lorsque la déclinaison d'un plan du nord est plus grande que l'amplitude du soleil aux solstices, si le plan décline vers l'orient, comme FG, qui est un plan du nord en tant qu'il est tourné vers *S*, le soleil se montrera le matin au plan pendant toute l'année, & ne paroîtra jamais le soir, parce que depuis midi, & même avant jusqu'au soir, le soleil est du côté de la face de ce plan, qui est tournée vers le midi. Si le plan décline vers l'occident, comme la face de AB tournée vers S, le soleil paroîtra après midi devant ce plan pendant toute l'année, & jamais avant midi. On suppose ici que le plan est situé hors de la zone torride.

13. Voici une méthode de trouver quelles sont les premieres & les dernieres heures qu'il faut marquer sur un Cadran du midi dont la déclinaison est moindre que la plus grande amplitude du soleil. Il faut concevoir un Cadran horisontal qui coupe le Cadran vertical, comme nous l'avons supposé (Liv. II, art 242), de maniere que l'axe de celui-ci rencontre le centre du premier, & que la méridienne du premier aille aboutir à celle du second ; les autres lignes horaires du premier qui rencontrent le plan vertical iront aussi aboutir aux autres lignes horaires correspondantes du second, puisque les deux Cadrans ayant le même axe, ce sont les mêmes cercles horaires qui en coupant les deux plans font les lignes horaires sur l'un & sur l'autre plan. Or de toutes les lignes horaires du Cadran horisontal,

horiſontal, c'eſt celle qui eſt parallele au plan vertical qui déſigne la premiere & la derniere heure qu'il faut marquer ſur le Cadran vertical. Voici comment on trouve cette ligne horaire du Cadran horiſontal.

14. Que la ligne CMA repréſente la méridienne du Cadran horiſontal, la ligne EMO perpendiculaire à CMA ſera l'interſection du premier vertical avec le plan horiſontal, & déſignera par ſes extrémités E & O l'orient & l'occident : il faut tirer la ligne IL ou IML qui faſſe avec la perpendiculaire EO l'angle IMO égal à la déclinaiſon du plan vertical (je ſuppoſe que le plan décline vers l'orient) : cette ligne IL ſera celle du plan, c'eſt-à-dire, qu'elle repréſentera l'interſection du plan vertical avec le plan horiſontal, dont la méridienne eſt CMA : ainſi de toutes les lignes horaires du Cadran horiſontal, celle qui eſt parallele à cette ligne du plan déſigne la premiere & la derniere heure du Cadran vertical, lorſqu'elle eſt prolongée de part & d'autre au-delà du centre C. Or cette ligne horaire RCT, parallele à IML, fait avec la méridienne CM un angle aigu TCM égal à CMI qui eſt le complément de IMO déclinaiſon du plan. Il ne s'agit donc que de trouver une ligne horaire entre celles du ſoir qui faſſe avec la méridienne un angle égal au complément de la déclinaiſon du plan : (nous diſons une ligne horaire entre celles du ſoir, parce que nous avons ſuppoſé le Cadran vertical déclinant vers l'orient). On apprendra la méthode de trouver cette ligne par l'éxemple ſuivant. Fig. 2.

15. Suppoſons qu'un plan du midi ſitué au quarante-neuviéme degré de latitude décline vers l'orient de 30 deg. l'angle TCM ſera de 60^d, puiſqu'il eſt égal à l'angle CMI, qui eſt le complément de la déclinaiſon du plan ; il faut donc chercher quelle eſt la ligne horaire du ſoir, qui fait avec CM un angle de 60^d. Or cela ſe trouve par la proportion dont on ſe ſert

pour connoître les angles horaires du Cadran horiſontal (liv. I art. 50). La voici : *Le ſinus total eſt au ſinus de la hauteur du pole , comme la tangente de la diſtance du ſoleil au méridien, eſt à la tangente de l'angle horaire*, qui eſt ici de 60 degrés, ou bien *invertendo*, afin que le terme inconnu ſoit le quatriéme, *Le ſinus de la hauteur du pole eſt au ſinus total, comme la tangente de l'angle horaire, qui eſt égal au complément de la déclinaiſon du plan, eſt à la tangente de la diſtance du ſoleil au méridien.* Les trois premiers termes de cette proportion ſont connus : on trouvera donc le quatriéme, qui dans notre exemple eſt la tangente de 66^{d} 27′ leſquels étant réduits donnent 4^{h} 25^{m} 48^{ſ}; ainſi la derniere ligne horaire qu'on puiſſe tracer, eſt celle de 4^{h} 25^{m} 48^{ſ}, ou plutôt environ 4^{h} 26^{m}; par conſéquent la premiere ſera auſſi à peu à près celle de 4^{h} 26^{m} du matin, comme nous le prouverons bien-tôt.

16. Afin d'entendre pourquoi la ligne horaire parallele à la ligne du plan eſt le terme de toutes les heures du matin & du ſoir, qu'il faut marquer ſur le Cadran vertical, il faut concevoir un Cadran horiſontal qui ſoit fait pour la latitude du lieu où eſt le plan vertical, & qui ſoit enfoncé dans le plan vertical, comme nous l'avons dit (13), de maniere que la méridienne de l'horiſontal aille rencontrer celle du vertical, & que l'axe de celui-ci aboutiſſe au centre de l'horiſontal : alors cet axe ſera l'éguille commune des deux Cadrans. Or l'ombre de cette aiguille ne pourra tomber le matin ſur le Cadran vertical avant que ſa direction priſe ſur le Cadran horiſontal ſoit parallele au plan du premier Cadran. De même l'ombre de l'axe ne pourra plus tomber le ſoir ſur le Cadran vertical après le tems auquel elle eſt parallele au plan de ce Cadran.

17. Il ſuit de-là qu'un Cadran vertical du midi peut marquer douze heures, & pas d'avantage : car une ligne horaire prolongée de part & d'autre du centre déſigne par les deux extrémités des heures diamétralement

oppoſées, c'eſt-à-dire, également éloignées l'une de minuit & l'autre de midi : ſi par exemple, une extrémité déſigne 5 heures du matin, l'autre marquera 5 heures du ſoir, puiſque chaque cercle horaire, dont une ligne horaire eſt l'interſection, déſigne deux heures oppoſées, une le matin, l'autre le ſoir. Mais ſi un plan vertical a une déclinaiſon qui excede la plus grande amplitude du ſoleil, il ne pourra marquer 12 heures, ſoit parce que le ſoleil ne ſera pas encore levé ſur l'horiſon du lieu, quoiqu'il ſoit déja devant le plan, ſoit parce que le ſoleil ſera couché lorſqu'il eſt encore devant ce plan.

18. On peut remarquer que ſi un Cadran vertical du midi n'a point de déclinaiſon, il montrera les heures ſeulement depuis 6^h du matin juſqu'à 6^h du ſoir. Car le Cadran horiſontal étant appliqué contre ce Cadran vertical, comme nous l'avons dit (13), la méridienne de l'horiſontal ſera perpendiculaire au plan vertical ; & par conſéquent ce ſera la ligne de 6^h qui ſera parallele à ce plan. C'eſt à un même jour, ſçavoir au tems des équinoxes, que ce Cadran vertical eſt éclairé depuis 6 heures du matin juſqu'à 6 heures du ſoir. Pour ce qui eſt des Cadrans déclinants dont la déclinaiſon ne ſurpaſſe pas la plus grande amplitude du ſoleil, ils ne ſont jamais éclairés 12^h de ſuite, parce que le jour auquel le ſoleil éclaire plutôt le plan n'eſt pas celui auquel il l'éclaire le plus tard.

19. De ce que nous avons dit ci-deſſus, on peut déduire une autre méthode de marquer les premieres & les dernieres heures des Cadrans du midi, lorſque leur déclinaiſon ne ſurpaſſe pas la plus grande amplitude du ſoleil : car la premiere heure qu'il faut marquer ſur un Cadran du midi, comme *ab*, qui décline vers l'orient E, eſt celle à laquelle le ſoleil ſe leve les deux jours que ſon amplitude ſeptentrionale eſt égale à la déclinaiſon du Cadran, c'eſt-à-dire, quand il ſe leve au point *a* : & ſi le Cadran du midi décline vers l'occident, comme Fig. 1.

Fig. 1. *fg*, cette premiere heure eſt celle à laquelle le ſoleil ſe leve les deux jours que ſon amplitude méridionale eſt égale à la déclinaiſon du plan : c'eſt ce qui arrive lorſqu'il ſe leve au point *g*. La raiſon en eſt que c'eſt alors que le ſoleil éclaire plutôt le plan (5).

20. Or pour trouver l'heure à laquelle le ſoleil ſe leve les deux jours que ſon amplitude eſt égale à la déclinaiſon du plan, il faut chercher d'abord quelle eſt la déclinaiſon du ſoleil pour le tems de cette amplitude, & quand on aura trouvé cette déclinaiſon, on cherchera à quelle heure il ſe leve alors. Voici l'analogie dont il faudra ſe ſervir pour trouver la déclinaiſon du Soleil : *Le ſinus total eſt au ſinus de l'amplitude, comme le ſinus du complément de la hauteur du pole eſt au ſinus de la déclinaiſon cherchée.*

21. Cette déclinaiſon étant connue, on trouvera l'heure à laquelle le ſoleil ſe levera par cette autre analogie, *La tangente du complément de la latitude eſt à la tangente de la déclinaiſon du ſoleil, comme le ſinus total eſt au ſinus d'un arc*, dont les dégrés étant réduits en heures, on les ajoutera à 6 heures, ou bien on les en retranchera, & la ſomme ou la différence ſera le tems qu'il y a entre l'inſtant auquel le ſoleil ſe leve & midi, pourvû qu'on n'ait point d'égard à l'effet de la réfraction qui eſt cauſée par l'air. On prendra la ſomme quand le plan décline vers l'orient, & la différence lorſqu'il décline à l'occident. La premiere analogie eſt tirée de l'article 31 du quatriéme Livre de la Sphere, & la ſeconde, de l'art. 23 du même Livre.

Suppoſons la hauteur du pole de 49 degrés, & la déclinaiſon du plan vers l'orient de 30 deg. les logarithmes des trois premiers termes de la premiere analogie feront les nombres 1000000, 969897, 981694, dont le premier étant retranché de la ſomme des deux autres, le reſte ſera 951591, qui eſt le ſinus artificiel de $19^{d}\ 9'$. C'eſt la déclinaiſon du Soleil quand ſon amplitude eſt de 30 degrés. Les logarithmes des trois

premiers termes de la seconde seront 993916, 954065, 1000000. Or le premier de ces trois nombres étant retranché de la somme des deux autres, le reste sera 960149, qui est le sinus artificiel de $23^d\ 33'$, lesquels étant réduits donnent une heure 34 min. 12 sec. qu'il faut ajouter à 6 heures, la somme sera $7^h\ 34^m\ 12^s$. C'est le tems qu'il y a entre midi & l'instant auquel le soleil se leve quand il décline de $19^d\ 9'$ vers le pole élevé: il faut donc ôter cette somme de 12^h, le reste $4^h\ 26^m$ (je néglige les secondes) sera la premiere heure qu'il faudra marquer sur le Cadran.

22. Lorsqu'on a les premieres heures, on peut aisément trouver quelles sont les dernieres, puisque dans les Cadrans dont la déclinaison est moindre que la plus grande amplitude du soleil, celles-ci doivent être éloignées des premieres par un intervalle de 12 heures, comme nous l'avons déja fait voir (17).

23. On pourroit aussi déterminer immédiatement la derniere heure en prenant pour les plans qui déclinent vers l'orient la différence entre six heures, & ce que l'on trouve par la seconde analogie: ainsi dans l'exemple proposé je retranche $1^h\ 34'$ de 6 heures, le reste $4^h\ 26^m$ est la derniere heure qu'il faudra marquer sur le Cadran, parce que c'est à cette heure que le soleil se couche lorsqu'il décline de $19^d 9'$ vers le pole inférieur. Si le plan décline vers l'occident, on prendra pour la derniere heure la somme de 6 heures, & de ce que l'on aura trouvé par la seconde analogie.

24. Nous remarquerons que quand les plans du midi déclinent moins que la plus grande amplitude du soleil, on peut y tracer toutes les lignes horaires qui font avec la méridienne un angle moindre que 90 degrés. Pour en appercevoir la raison, il faut imaginer le soleil se levant ou se couchant à l'intersection du plan & de l'horison; dans ce cas on conçoit que le bout de l'axe qui est au centre du Cadran fera une ombre qui partira du centre du Cadran, & qui sera parallele à l'horison, parce que

ce centre peut être confidéré comme étant dans le plan de l'horifon à caufe de la grande diftance du foleil : ainfi cette ombre fera avec la méridienne un angle droit. Le Cadran commencera donc ou finira à montrer l'heure, quand l'ombre de l'axe fera un angle droit avec la méridienne. Par conféquent la premiere & la derniere lignes horaires feront chacune avec la méridienne un angle droit.

25. Si le plan qui eft tourné obliquement vers le midi a une déclinaifon qui excede la plus grande amplitude du foleil, il commencera toujours d'être éclairé auffi-tôt que le foleil fe levera fur l'horifon du lieu, s'il décline à l'orient : mais s'il décline à l'occident, il ne ceffera d'être éclairé pendant toute l'année que quand le foleil fe couchera (11). Pour ce qui eft du tems ou du jour auquel le plan du midi qui décline vers l'orient ceffera le plus tard d'être éclairé, ce fera quand le foleil décrira le tropique du Capricorne : le même jour le plan du midi qui décline vers l'occident commencera d'être éclairé le plutôt qu'il fera poffible : car un plan du midi étant toujours parallele à un horifon de la partie méridionale de la Terre (Liv. II art. 91), le foleil doit commencer ou ceffer d'éclairer ce plan au même moment qu'il fe leve ou fe couche fur cet horifon, pourvû qu'il foit alors fur l'horifon du lieu où eft le plan. Or le foleil fe leve le plutôt & fe couche le plus tard qu'il foit poffible, par rapport à un horifon méridional, quand le foleil décrit le tropique du Capricorne : c'eft donc ce jour-là même que le foleil éclaire le plutôt qu'il eft poffible un plan du midi qui décline vers l'occident, & qu'il ceffe d'éclairer le plus tard un plan qui décline vers l'orient.

26. Cela pofé, voici la méthode de trouver les dernieres heures dans les Cadrans du midi qui déclinent vers l'orient, & les premieres dans ceux qui déclinent vers l'occident, en fuppofant toujours que la déclinaifon furpaffe la plus grande amplitude du foleil. On cherchera

d'abord l'heure à laquelle le ſoleil ſe couche par rapport à l'horiſon parallele au plan, quand il décrit le tropique du Capricorne; ce qui ſera facile en connoiſſant la hauteur du pole ſur le plan, qui eſt la même que la hauteur du pole ſur cet horiſon : il faudra faire l'analogie ſuivante, *La tangente du complément de la hauteur du pole ſur le plan eſt à la tangente de la déclinaiſon du ſoleil, qui eſt alors de* $23^{d}\ 28'$, *comme le ſinus total eſt au ſinus d'un arc*, dont les degrés étant réduits en heures, on les ajoutera à 6 heures, & la ſomme ſera l'heure à laquelle le ſoleil ſe couchera par rapport à l'horiſon parallele au plan : enſuite on trouvera par la différence des méridiens quelle heure il eſt au lieu où eſt ſitué le plan au moment que le ſoleil ſe couche par rapport à l'horiſon parallele au plan ; cette heure ſera la derniere qu'on puiſſe marquer ſur le plan. Voici un exemple qui fera entendre la méthode : Suppoſons un plan vertical à la latitude de $48^{d}\ 51^{m}$, qui eſt celle de Paris : la déclinaiſon du plan ſoit de 54 degrés, la hauteur du pole ſur le plan ſera (Liv. II art. 181) de $22^{d}\ 45'$, & la différence des méridiens (Liv. II art. 185) de $61^{d}\ 19'$: on cherchera l'heure à laquelle le ſoleil ſe couche à l'égard de l'horiſon ſur lequel le pole eſt élevé de $22^{d}\ 45'$ lorſqu'il décrit le tropique voiſin, on cherchera, dis-je, cette heure par l'analogie qu'on vient de rapporter. Voici les logarithmes des trois premiers termes, 1037744, 963761, 1000000 : or le premier de ces trois nombres étant ôté de la ſomme des deux autres, on aura le reſte 926017, qui eſt le ſinus artificiel de de $10^{d}\ 29'$, leſquels étant réduits en parties d'heures font preſque 42 minutes : j'ajoute donc 42 minutes à 6 heures, & la ſomme $6^{h}\ 42^{m}$ eſt l'heure à laquelle le ſoleil ſe couche par rapport à l'horiſon parallele au plan lorſque le ſoleil décrit le tropique du Capricorne. Après cela je cherche par la différence des longitudes ou des méridiens quelle heure il eſt à Paris quand il eſt 6 heures 42 min. ſur cet horiſon. La différence des méridiens en

Fig. 1.

degrés étant de 61^{d} $19'$, elle sera en temps de 4 heures 5 minutes 16 sec. il faut donc ôter $4^{h}5^{m}$ 16^{s} de 6 heures 42 min. le reste 2^{h} & environ 37^{m} sera la derniere heure qu'il faut marquer sur le Cadran, parce qu'il est 2^{h} 37^{m} à Paris, quand le soleil se couche par rapport à l'horison parallele au plan.

Si le plan avoit décliné vers l'occident, il auroit fallu ôter le reste 2^{h} 37^{m} de 12^{h}, & le nouveau reste 9^{h} 23^{m} auroit été la premiere heure qu'on auroit pû marquer sur le Cadran.

Nous avons déja averti ailleurs (Liv. II, art. 236), qu'il ne faut jamais tracer dans les Cadrans du midi des lignes horaires qui soient au-dessus d'une horisontale menée par le centre du Cadran.

27. On peut observer ici que cette méthode pour les plans du midi dont la déclinaison excede la plus grande amplitude du soleil, ne peut avoir d'application aux autres plans du midi, parce que le soleil n'est pas sur l'horison du lieu lorsqu'il se leve ou se couche sur ces plans au solstice d'Hyver. Il est facile de s'en convaincre par l'exemple qu'on a rapporté ci-dessus (21).

28. Pareillement la premiere méthode que nous avons expliquée (15) pour les plans qui déclinent moins que la plus grande amplitude du soleil, ne peut servir pour ceux qui déclinent au-delà de cette amplitude : car le soleil n'étant jamais à l'horison dans le tems qu'il se leve ou se couche sur ces derniers plans, l'ombre de l'axe tombant sur un Cadran horisontal disposé comme nous avons dit (13) ne peut-être parallele au plan.

29. Afin d'entendre plus facilement la méthode de trouver les premieres & les dernieres heures des Cadrans verticaux du nord, nous rappellerons en peu de mots certaines remarques que nous avons déja faites, & nous en ajouterons quelques autres. Nous supposons que les plans sont situés hors des deux tropiques.

30. 1°. Quand les plans du nord ont une moindre déclinaiſon que la plus grande amplitude du ſoleil, c'eſt-à-dire, celle qu'il a aux ſolſtices, il y a deux premieres & deux dernieres heures à marquer; ſçavoir la premiere du matin & la derniere du ſoir, & enſuite la derniere avant midi, & la premiere après midi : car puiſque le ſoleil ceſſe d'éclairer ces plans pendant une partie du jour, & qu'il recommence enſuite à les éclairer le même jour, il faut qu'il y ait une derniere heure avant midi, & une premiere après.

31. 2°. Tout plan du nord eſt parallele à l'horiſon d'un lieu qui eſt dans la partie ſeptentrionale de la Terre (Liv. II, art. 91). Or le plus long jour pour chaque horiſon ſitué dans cette partie eſt celui du ſolſtice d'Eté, ou celui auquel le ſoleil décrit le tropique du Cancer. Ce jour eſt donc auſſi celui où le ſoleil ſe leve le plutôt & ſe couche le plus tard ſur le plan.

32. 3°. Le ſoleil ſe leve ſur un plan du nord quand il commence à l'éclairer après midi, & il ſe couche ſur le même plan lorſqu'il ceſſe de l'éclairer avant midi; ainſi le ſoleil eſt derriere ce plan depuis la derniere heure avant midi juſqu'à la premiere après midi : c'eſt pourquoi il ne faut marquer aucune des heures qui ſont entre celle qui eſt la derniere du matin & celle qui eſt la premiere du ſoir le jour du ſolſtice d'Eté.

33. 4°. La premiere heure du matin & la derniere du ſoir qu'il faut marquer ſur les Cadrans du nord ſont celles auxquelles le ſoleil ſe leve & ſe couche au ſolſtice d'Eté par rapport à l'horiſon du lieu. C'eſt, par exemple, environ 4 heures du matin & 8 heures du ſoir pour la latitude de Paris.

34. 5°. Quand la déclinaiſon du plan eſt plus grande que l'amplitude du ſoleil aux ſolſtices, il ne faut marquer des heures que d'un côté de la ligne de minuit, qui eſt une verticale qui paſſeroit par le centre du Cadran : ſi le plan décline vers l'orient, on marquera les heures du matin; s'il décline vers l'occident, on marquera celles du ſoir. La

raifon en eft que le foleil n'éclaire ces plans qu'avant ou après midi. (12).

35. 6°. Ce qu'on appelle l'heure de la fouftilaire eft l'inftant du midi pour l'horifon parallele au plan. Or cette heure fe connoît par la différence des méridiens : fi, par exemple, la différence des méridiens eft de 30 degrés ou de 2 heures, l'heure de la fouftilaire fera 2 heures après minuit ou 10 heures du foir, fuivant que le plan décline vers l'orient ou vers l'occident ; c'eft-à-dire, qu'il fera midi fur l'horifon parallele au plan dans le tems qu'il fera 2^h après minuit, ou 10^h du foir au lieu où eft fitué le plan.

Il n'y a point de difficulté par rapport à la premiere heure du matin & à la derniere du foir : il ne s'agit donc que de donner la méthode de trouver la premiere heure de l'après-midi, & la derniere heure d'avant midi. En voici une qui fuppofe, de même que la méthode pour les plans du midi, dont la déclinaifon excede l'amplitude du foleil aux folftices, qui fuppofe, dis-je, qu'on connoît la hauteur du pole fur le plan & la différence des méridiens.

36. On cherchera d'abord l'arc femi-diurne ou la durée de la moitié du jour au folftice d'Eté fur l'horifon parallele au plan. Pour cela, 1°. on fera la proportion fuivante, qui eft la même que celle dont nous nous fommes fervis (21) : *La tangente du complément de la hauteur du pole fur le plan eft à la tangente de la déclinaifon du foleil, qui eft alors de* $23^d\ 28'$, *comme le finus total eft au finus d'un arc* dont les degrés étant réduits en heures on les ajoutera à 6 heures, & la fomme fera la moitié du jour au folftice d'Eté pour l'horifon parallele au plan. 2°. On cherchera auffi l'heure de la fouftilaire par la différence des méridiens réduite en heures ; cette heure de la fouftilaire tombe entre minuit & 6 heures du matin, fi le plan décline à l'orient ; & entre fix heures du foir & minuit, s'il décline vers l'occident. 3°. On retranchera la moitié du jour qu'on aura trouvée de l'heure de la

foustilaire, qui est l'instant de midi pour l'horison parallele au plan, la différence sera la premiere heure après midi, c'est-à-dire, l'heure à laquelle le soleil se levera sur le plan ou sur l'horison parallele. On ajoutera aussi la même moitié à l'heure de la foustilaire; la somme sera la derniere heure avant midi. Voici un exemple dans lequel on suppose la déclinaison du plan de 15 deg. vers l'orient, & que ce plan est situé à la latitude de Paris, laquelle est de 48^d 51′, la hauteur du pole sur ce plan est de 39^d 28′, & la différence des méridiens est de 19^d 35′, ou d'une heure 18 minutes. Par la pratique de la méthode on trouvera 1°. que la proportion marquée donne l'arc de 20^d 57′, ou de 1^h & presque 24^m, lequel tems ajouté à 6 heures donne 7^h 24^m pour la moitié du plus grand jour du plan. 2°. que l'heure de la foustilaire est 1^h 18^m après minuit ou 13^h 18^m après midi. 3°. Que la moitié du plus grand jour, sçavoir 7^h 24^m étant retranchée de 13^h 18^m après midi, le reste sera 5^h 54^m du soir; & que la même moitié étant ajoutée à 1^h 18^m, la somme sera 8^h 42^m du matin; ainsi la premiere heure après midi pour ce plan est 5^h 54^m, & la derniere avant midi est 8^h 42^m.

Quand il s'agit de déterminer les premieres & les dernieres heures, on ne fait point d'attention à l'effet causé par la réfraction, aussi nous n'y avons point eu d'égard dans tous les calculs que nous avons faits soit pour les plans du midi, soit pour ceux du nord.

Nous ajoutons ici une Table qui servira à trouver les premieres & les dernieres heures pour les Cadrans dont la déclinaison est plus grande que l'amplitude du soleil aux solstices : elle commence au quarante-troisiéme degré de latitude, & finit au cinquante-troisiéme : ainsi elle comprend toute l'étendue de la France & s'étend encore au-delà vers le nord.

TABLE QUI CONTIENT LES HEURES auxquelles le ſoleil commence le plutôt ou ceſſe le plus tard dans l'année, d'éclairer les plans verticaux du midi dont la déclinaiſon ſurpaſſe l'amplitude du ſoleil aux ſolſtices.

Heures du matin.	Latitude. 43	45	47	49	51	53	Heures du ſoir.
	Déclinaison du plan.						
midi	90d	90d	90d	90d	90d	90d	midi
XI½	82 31	82 37	82 43	82 48	82 52	82 56	XII½
XI	75 9	75 21	75 31	75 41	75 49	75 56	I
X½	68 0	68 16	68 30	68 43	68 53	68 2	I½
X	61 10	61 27	61 43	61 57	62 9	62 18	II
IX½	54 40	54 57	55 13	55 25	55 37	55 46	II½
IX	48 31	48 46	49 0	49 11	49 19	49 26	III
VIII½	42 44	42 55	43 4	43 10	43 15	43 18	III½
VIII	37 15	37 20	37 23	37 24			IV

37. La premiere colomne de cette Table contient les heures auxquelles les plans du midi déclinans vers l'occident commencent à être éclairés au ſolſtice d'Hyver, & la derniere comprend les heures auxquelles les plans du midi qui déclinent vers l'orient ceſſent d'être éclairés le même jour : par exemple, ſi un plan du midi ſitué au 49me degré de latitude décline vers l'occident de 55d 25′, il commence à être éclairé à IXh 30m : mais s'il décline de la même quantité vers l'orient, il ceſſe d'être éclairé à IIh 30m. Si la déclinaiſon du plan étoit moyenne entre celles qui ſont marquées dans cette Table, on pourroit toujours voir quelle ſeroit la premiere ou la derniere ligne horaire à marquer ſur le Cadran, en faiſant attention que plus la décli-

naiſon du plan eſt grande, plus le moment auquel le Cadran commence ou ceſſe d'être éclairé approche de midi. Si, par exemple, à la latitude de 49 degrés le plan décline vers l'occident de 80 degrés, on verra par cette Table que la premiere ligne horaire ſera celle de $XI^{h}\frac{1}{2}$: ſi un plan décline autant vers l'orient, la derniere ligne horaire ſera midi & demi. Je ſuppoſe qu'on ne marque pas les quarts. Nous n'avons mis les degrés de latitude que de deux en deux, parce qu'on verra facilement quelle doit être à peu près la déclinaiſon des plans pour les degrés intermédiaires.

Les plans ſitués au 51me & au 53me degré de latitude qui commencent à être éclairés à 8^{h} du matin, ou qui ceſſent de l'être à 4^{h} du ſoir, ont une déclinaiſon plus petite que l'amplitude du Soleil aux ſolſtices ; c'eſt pourquoi nous n'avons rien mis au bas des deux colomnes qui répondent à ces degrés de latitude.

Il ſeroit inutile de faire une Table pour les plans dont la déclinaiſon eſt moindre que la plus grande amplitude du ſoleil, parce que l'on y peut marquer toutes les lignes horaires qui font avec la méridienne un angle plus petit que 90 degrés (24).

38. Nous allons expoſer la méthode dont nous nous ſommes ſervis pour calculer la Table précédente. Elle eſt fondée ſur la réſolution d'un triangle ſphérique tel que ZSP fig. 13 du ſecond Liv. pag. 142, dont les trois ſommets Z, P, S ſont le zenith, le pole & le lieu du ſoleil, que l'on ſuppoſe au tropique du Capricorne. Dans ce triangle on connoît trois choſes ; le côté PZ, qui eſt le complément de la latitude ZA ; le côté PS, qui eſt de $113^{d}\ 28'$ depuis le pole P juſqu'au tropique du Capricorne ; & enfin l'angle ZPS, qui eſt déterminé & connu par le tems qu'il y a entre midi & le moment auquel on ſuppoſe que le ſoleil commence ou ceſſe d'éclairer le plan. Si, par exemple, le plan commence à être éclairé à 10 heures, l'angle ZPS ſera de 30 degrés, à raiſon de 15 degrés par heure. Il s'agit de

Fig. 13. pag. 142 trouver l'angle obtus SZP, ou plutôt le supplément XZS que fait le plan vertical désigné par ZS avec le méridien AZP. Pour cet effet il faut d'abord concevoir l'arc SX d'un grand cercle perpendiculaire au méridien; puis on fera l'analogie suivante pour trouver le côté PX du triangle rectangle PXS: *Le sinus total est au sinus du complément de l'angle* P *ou* ZPS, *comme la tangente de l'hypotenuse* PS *est à la tangente du côté* PX.

Le côté PX est le supplément de l'arc qu'on trouvera dans les Tables, parce que l'hypotenuse PS étant plus grande qu'un quart de cercle, le côté PX doit aussi être plus grand qu'un arc de 90 degrés. Or quand on connoîtra PX on en retranchera PZ, le reste sera ZX: ensuite on fera cette seconde analogie pour avoir l'angle cherché XZS,

Le sinus de ZX *est au sinus de* PX, *comme la tangente de l'angle* P *est à la tangente de* XZS.

Cet angle XZS, que fait le plan vertical avec le méridien étant aigu, son complément sera la déclinaison du plan, comme on le voit par la fig. 6 du second Livre page 90; car la déclinaison ACP du plan AB est le complément de l'angle ACS que fait le même plan avec le méridien SM; ainsi quand on aura trouvé dans les Tables l'angle XZS, il en faudra prendre le complément, ce sera la déclinaison du plan. Voici un exemple dans lequel on suppose qu'un plan situé au 49me degré de latitude commence d'être éclairé à 10 heures du matin. Nous ne ferons que mettre les opérations sans les expliquer.

Calcul de la premiere analogie. Fig. 132 pag. 142

993753 cofinus artificiel de P = 30ᵈ.
1036239 tangente artifiç. de PS = 113ᵈ 28′.

2029992 fomme
1000000 finus total artificiel.

refte 1029992 tangente artif. de 63ᵈ 23′.
fupplément 116 37 = PX.
41 0 = PZ.

refte 75 37 = ZX.

Calcul de la feconde analogie.

995135 finus artificiel de PX.
976144 tangente artif. de P.

1971279 fomme
998617 finus artificiel de ZX.

refte 972562 tang. artif. de 28ᵈ 3′.
complément 61 57 = décl. du plan.

39. On pourroit fe fervir du même triangle fphérique ZSP pour trouver à quelle heure le foleil commenceroit ou cefferoit d'éclairer un plan vertical tous les jours de l'année, pourvû qu'on connût la déclinaifon du plan, la latitude du lieu & la déclinaifon du foleil : car la déclinaifon du plan feroit connoître l'angle PZS, parce que c'eft le complément de cet angle : la latitude eft le complément du côté PZ, & enfin la déclinaifon du foleil foit feptentrionale, foit méridionale, eft auffi le complément du côté PS. (Le complément d'un angle obtus ou d'un arc de plus de 90 degrés eft l'excès de cet angle ou de cet arc au-deffus de 90 degrés). Nous ne nous arrêterons pas à rapporter les deux analogies néceffaires pour trouver l'angle cherché ZPS, cela n'appartient pas à notre fujet. On peut les voir au fecond cas du Problême II de la réfolution des triangles fphériques art. 63, qui précede nos Tables des finus.

De la construction de l'Axe & de la maniere de le placer.

40. Quand toutes les lignes horaires sont tracées, il faut placer l'axe du Cadran en sorte qu'il soit parallele à l'axe du monde. Or pour cet effet il faut qu'il fasse avec la soustilaire, & par conséquent avec le plan (Liv. II. art. 23) un angle égal à la hauteur du pole sur le plan; ce qui ne paroît pas d'abord aisé dans l'éxécution, & ne le seroit pas effectivement, si on n'avoit pas une *double équerre* : c'est un instrument de bois
Fig. 3. tel que ABC, fait de deux piéces principales AM & BC attachées perpendiculairement l'une à l'autre par un tenon. Il y a encore deux autres parties NG & NH pour maintenir les deux premieres fermes dans leur situation. La premiere piéce AM doit avoir environ trois pieds de longueur sur deux pouces un quart de largeur; la seconde BC sera d'un pied & demi de longueur sur deux pouces un quart de largeur: les deux autres qui servent d'appui ont un peu moins de largeur; mais elles ont toutes la même épaisseur qui est d'environ un pouce. Il faut tracer sur la premiere piéce la ligne AM qui soit exactement perpendiculaire sur le bord inférieur EF de la seconde piéce. De plus on attachera au bas de la piéce BC deux pointes E, F qui aient environ trois lignes en dehors, & qui soient également distantes du point M: ces pointes servent à empêcher la double équerre de glisser sur le mur quand on applique le bord EF, comme nous dirons dans la suite.

Il est à propos que ces pointes soient dans le plan de l'équerre sur lequel la ligne AM est tracée: pour cela il faut que leur racine, pour ainsi dire, soit un peu applatie, & qu'il y ait un ou deux trous pour les attacher avec des cloux au plan de la piéce BC.

41. Il y a encore une triple équerre *abcn* qui est d'usage, sur-tout quand le Cadran n'a point de centre à

cauſe de la trop grande déclinaiſon du plan. On la place du côté où devroit être le centre du Cadran pour arrêter une des pointes de l'axe tandis qu'on le fait ſceller. Il faut qu'il y ait une ligne *am* qui ſoit perpendiculaire au bord *ef*: on doit auſſi attacher deux ou trois pointes *e*, *f*, *g* pour fixer cet inſtrument ſur le plan. Nous en expliquerons l'uſage dans la ſuite. Il faut préſentement expoſer comment l'axe doit être conſtruit, & quelle doit être la longueur & la ſituation de ſes ſupports. Fig. 4.

42. La longueur de l'axe doit être telle que ſon ombre vienne juſqu'au bas de la méridienne dans le tems même que cette ombre eſt la plus courte, afin que l'on puiſſe toujours juger de l'heure qu'il eſt par la partie de l'ombre qui tombe ſur l'extrémité de la ligne horaire. Or nous dirons dans la ſuite comment on trouve cette longueur de l'axe pour les plans verticaux. Quant à ſa groſſeur, elle doit être d'environ 5 ou 6 lignes de de diametre, & un peu plus quand le Cadran eſt fort élevé. Il faut la faire égale dans toute la longueur, ou plutôt un peu moindre vers l'extrémité qui doit être au centre du Cadran. Au reſte il eſt néceſſaire que les deux bouts finiſſent en pointes qui ſoient dans le milieu de la groſſeur, c'eſt-à-dire, dans l'axe de l'axe même.

43. Pour ce qui eſt des ſupports, le plus grand doit être à peu près vers le milieu de l'axe, un peu plus éloigné du bout qui eſt au centre, que de l'autre. Le plus petit ſupport doit être attaché à un point de l'axe éloigné du centre du Cadran d'environ 4 ou 5 pouces. La partie enfoncée dans le mur doit être de 5 à 6 pouces pour le grand ſupport, & d'environ 4 pouces pour le petit. Il eſt bon que cette partie enfoncée ſoit fendue vers l'extrémité, & que les deux branches ſoient recourbées en arcs. Chaque ſupport doit être à peu-près de la même groſſeur que l'axe vers l'extrémité qui y eſt jointe : mais il faut qu'il ſoit plus gros & plus fort vers le mur, ſur-tout s'il s'agit du grand. Reſte à déterminer la longueur de la partie extérieure de chaque

Fig. 5. ſupport, c'eſt-à-dire, celle qui eſt ſituée entre l'axe & le plan du mur ou la ſouſtilaire : c'eſt ce que l'on peut trouver par une figure en faiſant ſur une table ou ſur un autre plan un angle égal à la hauteur du pole ſur le plan, dont un des côtés repréſentera la ſouſtilaire & l'autre l'axe. Nous allons déterminer cette partie extérieure par le calcul, en ſuppoſant les ſupports perpendiculaires à l'axe.

44. Soit l'angle LCX égal à la hauteur du pole ſur le plan, CL repréſente la ſouſtilaire, CX l'axe, le point G eſt l'endroit de l'axe auquel on veut attacher le grand ſupport: il s'agit de trouver GH. Dans le triangle CGH rectangle en G on connoît l'angle droit G, l'angle C hauteur du pole ſur le plan, & on meſure avec le compas à verge le côté CG : ainſi on fera la proportion ſuivante dans laquelle on prend CG pour rayon, & pour centre C, auquel cas GH devient la tangente de l'angle C : *Le ſinus total eſt à la tangente de la hauteur du pole ſur le plan, comme le côté* CG *eſt à* GH. De même pour trouver EF, on dira, *Le ſinus total eſt à la tangente de la hauteur du pole ſur le plan, comme* CE *eſt à* EF. Tout cela appartient à la conſtruction de l'axe : venons préſentement à la maniere de le placer.

45. Il faut concevoir XL tirée de l'extrémité X de l'axe perpendiculairement ſur la ſouſtilaire, & chercher la longueur de XL & celle de CL. On les trouvera par le triangle CLX rectangle en L, dont on connoît les angles & le côté CX : car ſi on conſidere l'axe CX comme rayon, la perpendiculaire XL ſera le ſinus de la hauteur du pole ſur le plan, & le côté CL le ſinus de CXL complément de ce premier angle : ainſi il faudra faire ces deux analogies, *Le ſinus total eſt au ſinus de la hauteur du pole ſur le plan, comme l'axe eſt au côté* XL, & enſuite, *Le ſinus total eſt au ſinus du complément de la hauteur du pole ſur le plan, comme l'axe eſt au côté* CL.

46. Quand on aura trouvé ces deux côtés XL & CL, on prendra ſur la double équerre (fig. 3) la ligne DM égale à XL, & on marquera le point D avec un ſtilet ou avec un crayon: on prendra auſſi ſur la ſouſtilaire tracée ſur le plan la partie CL telle qu'on l'aura trouvée par le calcul : enſuite on tirera par le point L une perpendiculaire OP à la ſouſtilaire, & on fera deux trous dans le mur aux endroits de la ſouſtilaire où les extrémités des ſupports doivent être enfoncées; ce que l'on connoîtra à peu-près en appliquant l'axe ſur le plan du Cadran, en ſorte que l'extrémité qui doit être au centre y réponde effectivement, & que les parties extérieures des ſupports ſoient compriſes entre la ſouſtilaire & l'axe couché ſur le plan: car les endroits où ces ſupports couperont la ſouſtilaire, ſeront ceux où il faudra faire creuſer des trous. Quand on verra que ces trous ſeront aſſez profonds pour contenir les parties intérieures des ſupports, on eſſaiera de mettre l'axe à peu près dans ſa ſituation naturelle pour connoître ſi ces trous ſont creuſés ſelon la direction que doivent avoir les ſupports. Les trous étant faits comme il faut, on appliquera le bord EF de la double équerre ſur la ligne OP en faiſant enfoncer les pointes de cet inſtrument dans le mur, de maniere que les points M & L ſoient réunis en un ſeul; puis ayant placé l'axe dans ſa ſituation, il faudra mettre l'extrémité X ſur le point D de l'inſtrument, & appliquer ainſi cet inſtrument contre l'axe qui eſt appuyé de l'autre côté ſur le clou qu'on a dû mettre au centre du Cadran, à la tête duquel il y a un petit trou pour recevoir la pointe de l'axe : c'eſt ce trou qui eſt le vrai centre du Cadran. Fig. 5.

47. La double équerre étant ainſi appliquée contre l'axe dont l'autre extrémité eſt au centre du Cadran, il eſt évident qu'il eſt dans ſa véritable ſituation, puiſqu'il fait avec le plan du Cadran le même angle que l'axe du monde, c'eſt-à-dire, l'angle de la hauteur du pole ſur le plan. Il faut donc fixer l'axe dans cette ſi-

Fig. 5. tuation: pour cela on fera mettre des cales dans les trous autour des ſupports, en tenant toujours la double équerre appliquée contre la pointe de l'axe, ſans néanmoins trop preſſer, de peur de faire plier l'axe: les cales étant placées au fond des trous & à côté des ſupports, ſur-tout au côté vers lequel tomberoit l'axe s'il n'étoit pas ſoutenu, on écarte un peu du bout de l'axe le point D de la double équerre, pour voir ſi l'axe demeure dans la même ſituation; ce que l'on reconnoît ſi en rapprochant la double équerre vers la pointe de l'axe, cette pointe aboutit encore au point D: ſi cela eſt ainſi, on fait ſceller d'abord le petit ſupport en tenant toujours la double équerre appliquée contre le bout de l'axe: puis quand le plâtre eſt un peu ſec, on fait encore la même épreuve pour voir ſi l'axe demeure dans la même ſituation: enſuite on fait ſceller le grand ſupport. Mais avant de ſceller les ſupports, il y a encore une autre épreuve à faire, que nous allons expliquer.

48. Quand les cales ſont placées, on prend ſur la ligne OP des parties égales de côté & d'autre du point L, telles que LO, LP: enſuite on meſure avec le compas à verge ou autrement les diſtances XO, XP; & ſi elles ſont égales, c'eſt une marque que l'axe eſt bien placé, pourvû que d'ailleurs la diſtance XL ſoit telle qu'elle doit être; c'eſt-à-dire égale au quatriéme terme de la proportion énoncée ci deſſus: cette épreuve doit auſſi être faite après qu'on a ſcellé les ſupports, & même lorſqu'on eſt prêt à ôter l'échaffaud de peur que les Ouvriers n'aient dérangé l'axe en le heurtant par mégarde avec quelque corps.

49. Il faut choiſir les points O & P dans des endroits où la ſurface du mur ne ſoit ni élevée ni enfoncée: car ſi un de ces points étoit plus ou moins enfoncé ou élevé que l'autre, l'épreuve ſeroit fautive. Que ſi on avoit de la peine à trouver deux points également éloignés de L, qui fuſſent tels qu'ils doivent être,

& qu'il y en eût ſeulement un, par exemple O, qui fût autant élevé que L, on pourroit toujours faire l'épreuve en meſurant la diſtance XO avec le compas à verge, pour voir ſi elle contient autant de parties qu'en doit contenir l'hypotenuſe de l'angle droit XLO, dont les deux côtés ſont donnés : car dans ce cas l'axe eſt bien placé. On ſçait comment on trouve par le calcul (Géom. Liv. II, art. 184) l'hypotenuſe d'un triangle rectangle dont on connoît les deux côtés. Fig. 5.

50. Voici comment on détermine la longueur que doit avoir l'axe afin que ſon ombre couvre à peu près toute la méridienne dans le tems que cette ombre eſt la plus courte, c'eſt-à-dire, au ſolſtice d'hyver pour les Cadrans verticaux dont il s'agit ici ſur-tout. Supposons que l'axe CX a la longueur néceſſaire, afin que le ſoleil répondant pour lors au tropique du Capricorne, ſon rayon qui paſſe par l'extrémité X de l'axe aille aboutir au point I de la méridienne, juſqu'où l'on veut que la plus courte ombre deſcende ; on aura le triangle CIX à réſoudre pour trouver le côté CX. Or dans ce triangle on connoît le côté CI, il n'y a qu'à le meſurer. On connoît auſſi l'angle CIX, qui eſt égal au complément de la hauteur méridienne du ſoleil ſur l'horiſon, c'eſt-à-dire, de l'angle que fait le rayon XI avec un plan horiſontal : enfin on connoît encore l'angle CXI : car ſi le ſoleil étoit à l'équateur, le rayon qui en viendroit ſeroit perpendiculaire à l'axe, parce que le bout de l'axe doit être conſidéré comme le centre de l'équateur ou du monde : ainſi l'angle en X formé par l'axe & le rayon du ſoleil, ſeroit droit ; donc puiſque le ſoleil eſt plus bas que s'il étoit à l'équateur, & que la différence eſt la déclinaiſon du ſoleil, qui eſt alors de $23^d\ 28'$, l'angle CXI doit être moindre qu'un angle droit de $23^d\ 28'$, & par conſéquent il doit contenir $66^d\ 32'$. On fera donc l'analogie ſuivante pour trouver la longueur que doit avoir l'axe afin que ſon ombre méridienne parvienne juſqu'au point I dans le Fig. 6.

Fig. 6. tems qu'elle eſt la plus courte, *Le ſinus de l'angle* CXI *eſt à* CI, *comme le ſinus de l'angle* CIX *eſt à* CX; c'eſt-à-dire, *Le ſinus de* 66ᵈ 32′ *eſt à* CI, *comme le ſinus du complément de la hauteur méridienne du ſoleil au ſolſtice d'hyver eſt à* CX.

51. Remarquez que l'angle XCI ou SCM eſt égal au complément de la hauteur du pole, ou, ce qui revient au même, à l'élévation de l'équateur ſur l'horiſon; en voici la preuve : nous venons de faire voir que ſi le ſoleil étoit à l'équateur, le rayon qui paſſeroit par X ou par S ſeroit perpendiculaire à l'axe; & par conſéquent l'angle CSM ſeroit droit (je dis l'angle CSM, parce que le rayon du ſoleil qui paſſeroit par S aboutiroit au point M, que je ſuppoſe être l'interſection de l'équinoctiale avec la méridienne) : ainſi dans le triangle rectangle CSM les deux angles CMS & SCM ſont un angle droit. Or l'angle CM*r* que fait la verticale CM avec l'horiſontale *hr* eſt auſſi un angle droit, (il faut concevoir l'horiſontale *hr* dans le plan du méridien) & cet angle CM*r* eſt composé des deux CMS & SM*r*. Ainſi la ſomme de ces deux angles eſt égale à celle des autres CMS & SCM qui valent auſſi un angle droit. Donc l'angle SCM eſt égal à l'angle SM*r*. Or quand le ſoleil eſt à l'équateur à midi, l'angle SM*r* que fait le rayon du ſoleil avec l'horiſon, eſt égal à l'élévation de l'équateur, puiſque l'élévation du ſoleil eſt alors la même que celle de l'équateur. Donc l'angle SCM eſt auſſi égal à l'élévation de l'équateur. Cela avoit déja été démontré d'une autre maniere à l'article 57 du ſecond Livre.

Si le centre du Cadran n'eſt pas ſur la ſurface du mur, il faudra ſe ſervir pour placer l'axe non-ſeulement de la double, mais auſſi de la triple équerre dont nous avons parlé au commencement. Voici les préparations qu'il faudra faire auparavant.

52. 1°. On cherchera à quel point de la ſouſtilaire doit répondre le bout inférieur de l'axe, afin que ſon

ombre vienne jusqu'au bas de la méridienne au tems du solstice d'hyver. Pour cet effet il faut trouver d'abord par le triangle CBM rectangle en B la longueur de la méridienne depuis le centre C jusqu'au point M, qui est l'intersection de l'équinoctiale avec la méridienne : dans ce triangle on connoît l'angle droit en B, l'angle MCB compris entre la méridienne & la soustilaire (Liv. II, art. 178), & enfin le côté BM qui est la distance prise sur l'équinoctiale entre la soustilaire & la méridienne, que l'on trouve par les articles 225 & 226 du second Livre : ainsi on trouvera CM. On trouvera aussi par le même triangle la partie CB de la soustilaire. Quand on aura CM on mesurera MI ou le reste de la méridienne jusqu'au point I, qui est au bas de cette ligne, & on l'ajoutera à CM. Ensuite on cherchera quelle devroit être la longueur de l'axe entier CX afin que son ombre méridienne parvînt jusqu'au point I dans le solstice d'hyver; c'est ce que l'on trouvera par le triangle CIX, comme nous l'avons dit ci-dessus (50) en faisant l'analogie suivante, *Le sinus de l'angle* CXI *est à* CI, *comme le sinus de* CIX *est à* CX. Enfin quand on aura déterminé quelle devroit être la longueur de l'axe entier, on cherchera le point L de la soustilaire auquel répond le point X, c'est-à-dire, le point auquel aboutiroit une ligne menée du point X perpendiculairement sur le plan. Voici l'analogie tirée du triangle rectangle CLX pour trouver ce point, *Le sinus total est à l'axe* CX, *comme le sinus de l'angle* CXL, *complément de la hauteur du pole sur le plan*, *est à* CL. On prendra la différence de CL à CB, & on marquera sur la soustilaire un point L dont la distance au point B soit égale à cette différence : ce point L sera celui qu'on cherche. Il faudra encore chercher la ligne XL, comme on l'a prescrit ci-dessus (45). Fig. 7.

53. 2°. Après qu'on aura fait faire l'axe, ou plutôt une partie de l'axe, comme VX, avec un ou deux supports dont on déterminera la longueur, comme nous

Fig. 7. l'avons dit (44), on mesurera exactement cet axe avec le compas à verge, & on retranchera le nombre des parties qui y sont contenues, de celui que renferme l'axe entier CX; ainsi on connoîtra le reste CV, qui servira à trouver le point K auquel aboutiroit la perpendiculaire tirée du point V : il n'y aura qu'à faire cette proportion fondée sur le triangle rectangle CKV, *Le sinus total est à* CV, *comme le sinus de* CVK, *complément de la hauteur du pole sur le plan*, *est à* CK. Ce 4me terme étant retranché du nombre des parties de CL, le reste sera KL : si donc on marque sur la soustilaire un point dont la distance au point L soit égale à ce reste, on aura le point cherché K. On cherchera aussi la perpendiculaire VK par une analogie semblable à celle qui aura servi pour trouver XL.

54. 3°. Il faut marquer les longueurs des deux perpendiculaires VK & XL, sur les lignes *am* & AM (fig. 4 & 3) de la triple & de la double équerre, en sorte que *dm* soit égale à VK & DM à XL : on tirera ensuite par les points K & L des lignes GH, OP perpendiculaires à la soustilaire : on fera aussi creuser deux trous sur la soustilaire dans les endroits convenables pour recevoir les deux supports, s'il y en a deux ; mais on n'en fera creuser qu'un, s'il n'y a qu'un support. Or pour voir quels sont les endroits de la soustilaire auxquels il faut creuser des trous, on prendra les deux parties KH, LP égales aux perpendiculaires VK, XL, & on couchera l'axe sur le plan, ensorte que les deux bouts V & X de l'axe répondent aux deux points H & P; l'axe étant dans cette situation, les endroits où les supports couperont la soustilaire seront ceux où il faudra creuser, & les parties des supports qui passeront au-delà de la soustilaire montreront de quelle profondeur il faudra faire les trous.

55. Quand ces trous seront faits, on appliquera le bord *ef* de la triple équerre sur GH. De sorte que le point *m* soit sur K, & on fera tenir l'instrument par

quelqu'un dans cette ſituation. On appliquera de même le bord EF de la double équerre ſur la perpendiculaire OP, de maniere que le point M ſoit ſur L. Enfin on mettra l'axe dans ſa ſituation en introduiſant les ſupports dans leurs trous, & en faiſant répondre les deux extrémités de l'axe qui doivent être pointues aux deux points *d* & D des équerres. On fera enſuite ſceller les ſupports avec les mêmes précautions & les mêmes épreuves que nous avons expliquées en parlant d'un axe qui aboutit au centre du Cadran. Il faut même faire ces épreuves par rapport à l'un & à l'autre bout de l'axe. Fig. 7.

Je dois avertir ici que ce que j'ai dit touchant la double & la triple équerre & leur uſage, je le dois en bonne partie à M. Deparcieux Maître de Mathématiques, qui m'a auſſi communiqué pluſieurs autres choſes ſur la théorie & ſur la pratique des Cadrans.

DE LA MANIERE DE TRACER UNE *Méridienne, ſoit du tems vrai, ſoit du tems moyen, ſur toutes ſortes de plans.*

DE LA MÉRIDIENNE DU TEMS VRAI.

Quand nous traiterons de la méridienne du tems moyen, nous commencerons par expliquer la différence du tems vrai au tems moyen. Il ſuffit d'avertir ici que nous n'avons parlé juſqu'à préſent que du tems vrai, qui eſt celui qui eſt marqué par les Cadrans.

Quoique nous ayons déja parlé de la deſcription de la méridienne du tems vrai, ſoit ſur un plan horiſontal, dans le Traité de la Sphere, ſoit ſur les plans verticaux ou inclinés dans le ſecond & le troiſiéme Livre de la Gnomonique, nous avons cru devoir encore ajouter ce qui ſuit, pour l'éclairciſſement d'une matiere qui eſt devenue fort en uſage depuis quelque tems.

56. On attache une plaque ronde de fer ou de cuivre percée au milieu, qui ait environ 8 ou 10 pouces

de diametre, ou même plus, & dont le trou ait un diametre qui contienne à peu près autant de fois une ligne & demie qu'il y a de pieds dans la hauteur du ſtile, c'eſt-à-dire, dans la diſtance du trou de la plaque au plan propoſé; quelquefois cependant quand la hauteur du ſtile eſt fort grande, comme de 30 à 40 pieds ou davantage, on ne fait le diametre du trou que d'environ la milliéme partie de cette hauteur.

57. Quand le plan eſt horiſontal, on attache communément la plaque à la face du mur qui fait le côté d'une fenêtre: mais s'il s'agit d'un plan vertical, la plaque eſt ſouvent ſoutenue par une barre de fer appuiée ſur une autre placée au-deſſous: quelquefois elle eſt ſoutenue par trois barres. On peut diſpoſer la plaque parallelement au plan, ſoit horiſontal ſoit vertical: on peut auſſi l'attacher de maniere qu'elle ſoit à peu près parallele au cercle de 6 heures, qui fait avec l'horiſon un angle égal à la hauteur du pole. L'avantage qu'on trouve dans cette derniere ſituation, c'eſt que l'obliquité des rayons du ſoleil par rapport à la plaque ne peut jamais être plus grande à midi que la déclinaiſon du ſoleil, puiſque quand il eſt à l'équateur, alors les rayons ſont perpendiculaires à la plaque au moment de midi. Au reſte il ne faut pas ſe mettre fort en peine pour diſpoſer la plaque dans un paralleliſme exact, ſoit avec le cercle de ſix heures, ſoit avec le plan de la méridienne, il ſuffit que la ſituation de la plaque ſoit à quelques degrès près de ce paralleliſme. Il eſt néceſſaire pour déterminer plus ſûrement l'inſtant précis de midi que la diſtance de la plaque à ce plan ſoit aſſez conſidérable, c'eſt-à-dire, depuis deux ou trois juſqu'à 6 ou 7 pieds, ou même plus, ſur tout pour les plans horiſontaux, par leſquels nous allons commencer.

58. Pour ſçavoir la hauteur à laquelle il faut attacher la plaque, eu égard à l'étendue de la chambre dans laquelle on veut tracer une méridienne horiſontale, il faut ſuppoſer une longueur de la méridienne

proportionnée à l'étendue de la chambre, en prenant cette longueur depuis le pied du ſtile qui répond toujours directement au-deſſous du trou de la plaque. Or cette longueur eſt terminée par l'endroit ſur lequel doit tomber l'image du ſoleil lorſqu'il eſt le moins élevé ſur l'horiſon, c'eſt-à-dire, quand il répond au tropique du Capricorne, parce qne c'eſt alors que l'image méridienne du ſoleil eſt la plus éloignée du pied du ſtile. Si donc on prend une longueur de la méridienne telle qu'on voudra, voici comment on trouvera la hauteur du ſtile, en ſuppoſant que l'on connoît l'élévation du pole ou la latitude du lieu.

59. Soit le triangle SPM rectangle en P, que l'on conçoit formé par la hauteur du ſtile SP dont le pied eſt P, par la méridienne PM & par le rayon du ſoleil SM qui entre par le trou de la plaque (il faut imaginer le centre de ce trou au point S) : dans ce triangle on connoît trois choſes, ſçavoir la longueur PM depuis le pied du ſtile juſqu'au point où tombe la lumiere du ſoleil au ſolſtice d'hyver, l'angle droit en P & l'angle M, qui eſt la hauteur méridienne du ſoleil, que l'on ſuppoſe au tropique du Capricorne, laquelle eſt pour lors égale à la différence ou à l'excès de la hauteur de l'équateur ſur la déclinaiſon du ſoleil (Liv. III de la Sphere art. 16.) Si, par exemple, la hauteur de l'équateur eſt $41^{d}\ 9'$ telle qu'elle eſt à Paris, comme la déclinaiſon du ſoleil eſt de $23^{d}\ 28'$ quand il eſt au tropique, l'angle M ſera de $17^{d}\ 41'$: ainſi on pourra trouver la hauteur SP par cette analogie dans laquelle on conſidere la méridienne PM comme ſinus total, & le point M comme centre, auquel cas la hauteur cherchée SP devient la tangente de l'angle SMP, c'eſt-à-dire, de la hauteur du ſoleil : *Le ſinus total eſt à la tangente de la hauteur du ſoleil, comme la méridienne* MP *eſt à la hauteur du ſtile.* Fig. 8.

60. Si la hauteur du ſtile eſt déterminée ou priſe à volonté, & qu'on cherche la longueur PM de la mé-

Fig. 8. ridienne, on la trouvera par la proportion inverſe de la précédente, ou par cette autre, dans laquelle on conſidere SP comme ſinus total dont le centre eſt S, & PM comme la tangente de PSM complément de la hauteur du ſoleil.

Le ſinus total eſt à la tangente du complément de la hauteur du ſoleil, comme la hauteur du ſtile eſt à la longueur de la méridienne.

Nous verrons dans la ſuite qu'on ſe ſert de cette analogie pour marquer les Signes du Zodiaque ſur la méridienne.

61. On ne peut meſurer la hauteur du ſtile ſans en connoître le pied. Or pour le trouver il faut avoir un plomb qui ſoit pointu par le bas, de façon que la pointe réponde à la direction du fil qui ſoûtient le plomb. Voici comment on trouvera le pied du ſtile avec cet inſtrument. On fera paſſer le fil du plomb par le centre du trou de la plaque, & pour cet effet on pourra boucher en partie ce trou avec de la cire ou avec du liége, puis on laiſſera couler le fil, afin que le plomb deſcende, le point du parquet ſur lequel s'appuiera l'extrémité du plomb eſt le pied du ſtile. Si le plomb ne peut deſcendre juſqu'au parquet, parce qu'il en eſt empêché par le bas de la fenêtre, le pied du ſtile répondra au-deſſous du point ſur lequel tombera la pointe du plomb.

Il ſeroit inutile d'expliquer comment on peut déterminer la longueur de la méridienne verticale : cela paroîtra par ce que nous dirons dans la ſuite ſur la maniere de placer les Signes ſur cette méridienne. On ſçait que la méridienne horiſontale doit paſſer par le pied du ſtile ; c'eſt pourquoi quand on a trouvé ce point, il n'en faut plus qu'un autre pour déterminer la poſition de cette ligne. Or pour avoir cet autre point, on peut ſe ſervir de pluſieurs méthodes ; nous les rapporterons à trois claſſes.

62. 1°. On marque le point ſur lequel tombe la lu-

miere du ſoleil qui paſſe par le trou de la plaque à l'inſtant de midi, que je ſuppoſe connu, ſoit par une pendule à ſecondes, ou par une bonne montre qui a été comparée peu de tems auparavant avec un Cadran bien fait, ou avec une pendule à ſecondes bien réglée, ou avec le ſoleil dont la hauteur trouvée par un point d'ombre ait fait connoître l'heure qu'il étoit quand on a pris le point d'ombre (Liv. II, art. 135), ou enfin avec le lever du ſoleil (Liv. II, art. 140) dont le moment eſt connu par le calcul ou par quelques éphémérides, par exemple, le Livre *De la connoiſſance des Temps* pour la latitude de Paris. Ce point du plan que l'on aura marqué ſera celui par lequel doit paſſer la méridienne. Si on n'a pas le pied du ſtile dans le plan où l'on a marqué le point de midi, mais ſeulement un point plus élevé qui réponde à ce pied du ſtile, il faut attacher un fil qui paſſe ſur ce point correſpondant, ou par le centre du trou de la plaque & ſur le point de midi : ce fil étant attaché & bien tendu ſera dans le plan du méridien : par conſéquent ſi avec un plomb dont l'extrémité inférieure finit en pointe, on marque ſur le parquet ou ſur le carreau des points qui ſoient ſous le fil, & qu'enſuite on trace une ligne droite qui paſſe par ces points, ce ſera la méridienne cherchée. Pour marquer ſur le parquet ou ſur le carreau des points qui ſoient dans la direction de cette méridienne, il faut que le fil qui ſoutient le plomb ſoit appliqué contre celui qui eſt dans le plan du méridien, & qu'on laiſſe enſuite deſcendre le plomb juſqu'à ce que la pointe touche le plan ſur lequel on veut tracer la méridienne.

63. En ſe ſervant ainſi d'un fil tendu pour marquer pluſieurs points de la méridienne, il n'eſt pas néceſſaire que la ſurface ſur laquelle on veut tracer cette ligne ſoit horiſontale : il ne l'eſt pas même qu'elle ſoit plane.

64. 2°. On décrit la méridienne par des hauteurs correſpondantes du ſoleil que l'on prend avant & après midi. Or pour prendre des hauteurs correſpondantes

du ſoleil, il faut avoir un quart de cercle ou quelque autre inſtrument. On peut auſſi prendre des hauteurs correſpondantes avec une plaque percée attachée à un mur, comme nous l'avons dit (57) : car ſi du pied du ſtile ou d'un point plus élevé qui réponde à ce pied on décrit pluſieurs circonférences concentriques, les deux momens avant & après midi auxquels le point d'ombre, ou plutôt le point de lumiere, tombera ſur la même circonférence, ſeront ceux des hauteurs correſpondantes. Il faudra marquer ſur le plan horiſontal ſur lequel on doit tracer la méridienne, le centre de l'image du ſoleil dans les deux inſtans des hauteurs correſpondantes, & tirer une ligne qui joigne les deux points que l'on aura marqués, le milieu de cette ligne ſera le point cherché. Si donc le plan eſt bien horiſontal, il n'y aura qu'à couper cette ligne en deux parties égales par une perpendiculaire, ce ſera la méridienne : car les deux points marqués dans les deux inſtans des hauteurs correſpondantes, ſont ſur une circonférence qui a pour centre le pied du ſtile. Par conſéquent la ligne qui joint ces deux points eſt une corde de cette circonférence : ainſi une perpendiculaire qui diviſe cette ligne par le milieu, paſſe par le pied du ſtile (Géom. Liv. I, art. 43), puiſqu'il eſt le centre du cercle. Cette perpendiculaire eſt donc la méridienne.

65. Si on ne pouvoit aiſément ſe ſervir, pour marquer les deux points de lumiere, de la plaque attachée au côté de la fenêtre, on pourroit employer le faux ſtile dont on ſe ſert pour trouver la déclinaiſon d'un plan vertical ou incliné, & l'attacher au plan horiſontal, le pied de ce ſtile étant trouvé on le prendroit pour centre des circonférences concentriques que l'on décriroit, & par ce moyen on traceroit une méridienne qui paſſeroit par le pied du faux ſtile (Liv. III de la Sphere, art. 2). Quand cette méridienne ſeroit décrite on tireroit une ligne parallele qui paſſeroit par le pied du vrai ſtile, c'eſt-à-dire, de la plaque attachée

au côté de la fenêtre, dont le trou doit servir à marquer midi sur cette parallele qui sera la méridienne cherchée.

Nous supposons ici que la déclinaison du soleil ne change pas sensiblement pendant le tems qui est entre les deux instans des hauteurs correspondantes : mais si elle ne demeure pas à peu près la même, il faut se servir de la correction expliquée dans le troisiéme Livre de la Sphere, art. 11.

66. Si on a une pendule à secondes réglée sur le mouvement moyen du soleil, on pourra tracer la méridienne avec encore plus d'exactitude, en cherchant par les hauteurs correspondantes du soleil prises avec un quart de cercle quelle heure la Pendule marque lorsqu'il est midi au soleil : car alors on pourra marquer un point d'ombre, ou plutôt de lumiere, à midi précis quelqu'un des jours qui suivent celui où l'on a pris les hauteurs correspondantes, & on tracera la méridienne comme dans la premiere méthode.

67. 3°. On peut tracer la méridienne par les étoiles fixes : il faut en choisir deux dont on connoisse l'ascension droite & la déclinaison, & qui n'aient ni la même ascension droite, parce qu'elles ne pourroient passer en même-tems par un même vertical, excepté le méridien ; ni la même déclinaison, car alors elles ne pourroient passer ensemble par aucun vertical ; mais il faut qu'elles répondent dans le même instant à un même vertical pendant la nuit dans la saison où l'on est ; ce que l'on verra aisément par le moyen d'un Globe céleste. Il est bon de les choisir toutes les deux vers le nord, de sorte que l'une soit supérieure au pole, tandis que l'autre est inférieure, afin de pouvoir déterminer avec plus de facilité le moment précis auquel elles répondent au même vertical. Il s'agit de trouver l'angle que font le méridien & le vertical auquel les deux étoiles répondent en même-tems.

68. Soit le méridien HZPR, l'horison HR, l'équa- Fig. 9.

Fig. 9. teur AT, le midi H, le nord R, l'orient O, les deux étoiles B & C qui ſont ſur le vertical ZBC, leurs déclinaiſons BE, CF, la différence des aſcenſions droites EF. Le vertical dans lequel les deux étoiles ſe trouvent en même-tems étant ZBC, l'angle PZB que fait ce vertical avec le méridien eſt celui qu'il faut trouver. Pour cela je conſidere que dans le triangle ZPB on connoît les deux côtés PZ & PB dont le premier eſt le complément de la latitude ZA, & le ſecond eſt le complément de la déclinaiſon BE qui convient à l'étoile B. Si donc on ſçavoit la valeur de l'angle ZBP, on pourroit trouver l'angle cherché PZB. Or on connoîtra l'angle ZBP par le triangle BCP, duquel on a les deux côtés PB & PC qui ſont les complémens des déclinaiſons des étoiles, & l'angle compris BPC qui eſt la différence des aſcenſions droites meſurée par EF. Ainſi on pourra trouver l'angle PBC.

69. Pour cela il faut concevoir qu'il y a un arc CX tiré du point C perpendiculairement ſur le côté opposé PB prolongé s'il eſt néceſſaire, qui fera le triangle CXP rectangle en X, dont on connoît l'hypotenuſe CP & l'angle CPX outre l'angle droit en X. Par conſéquent on trouvera le côté PX en diſant, *Le ſinus total eſt au ſinus du complément de l'angle* CPX, *comme la tangente de l'hypotenuſe* CP *eſt à la tangente du ſegment* PX. Ce ſegment PX peut être ou moindre ou plus grand que le côté PB : ſi l'angle BPC eſt aigu on retranchera la plus petite de ces deux quantités de la plus grande, le reſte ſera l'autre ſegment BX: mais ſi l'angle BPC eſt obtus, il faut ajouter PX à PB pour avoir le ſegment BX, parce que l'arc perpendiculaire CX tombe alors du côté de l'angle aigu, qui eſt le ſupplém. de l'angle obtus BPC. Le ſegment BX étant connu, on trouvera l'angle PBC par cette ſeconde analogie, *Le ſinus de* BX *eſt au ſinus de* PX, *comme la tangente de l'angle* BPC *eſt à la tangente de l'angle* PBC *ou de ſon ſupplément.*

70. L'angle

70. L'angle aigu qu'on trouvera par cette analogie sera la valeur de ZBP ou de son supplément : mais d'ailleurs les deux côtés PZ & PB du triangle ZPB sont donnés : par conséquent puisque l'on connoît deux côtés & l'angle opposé à un de ces côtés, on pourra trouver l'angle BZP opposé à l'autre côté connu PB, en disant : *Le sinus de* PZ *est au sinus de l'angle* ZBP, *comme le sinus de* PB *est au sinus de* BZP. Fig. 96.

Voici un exemple dans lequel nous supposons que B est une étoile qui a 59^d $20'$ de déclinaison, & que C en a 75^d $13'$. Ainsi les complémens PB & PC sont de 30^d $40'$ & de 14^d $47'$. Soit aussi l'ascension droite de B$=10^d$ $21'$, & celle de C$=222^d$ $59'$; ainsi la différence EF sera 212^d $38'$: mais comme cet arc est plus grand que 180 dég. il faut le retrancher de 360 deg. le reste 147^d $22'$ sera la mesure de l'angle CPB, lequel étant obtus, la perpendiculaire CX tombe du côté du supplément CPX, qui est de 32^d $38'$. Cela posé, le complément de l'angle CPX sera 57^d $22'$: ainsi les logarith. des trois premiers termes de la premiere analogie seront 1000000, 992538, 942144, dont le premier étant ôté de la somme des deux autres, on aura le reste 934682, qui est la tangente artificielle de 12^d $32'$: c'est la valeur du segment PX, qu'il faut ajouter à PB$=30^d$ $40'$, la somme sera BX$=43^d$ $12'$. Les trois premiers termes de la seconde analogie seront donc le sinus de 43^d $12'$, celui de 12^d $32'$ & la tangente de 147^d $22'$, ou plutôt de son supplément 32^d $38'$, dont les logarithmes sont 983540, 933647, 980642, qui feront trouver le quatriéme nombre 930749, qui est la tangente artificielle de 11^d $28'$: c'est la valeur de l'angle PBC, dont le suppl. ZBP est de 168^d $32'$, mais il ne seroit pas nécessaire de sçavoir lequel des deux est aigu.

On connoît donc trois choses dans le triangle ZPB, 1°. le côté PZ, que je suppose de 41^d $9'$, c'est le complément de la latitude, 2°. le côté PB de 30^d $40'$, & enfin ZPB dont le supplément est 11^d $28'$. Ainsi les trois

Fig. 9. premiers termes de l'analogie pour trouver l'angle BZP de ce triangle feront le finus de $41^d\ 9'$, celui de $11^d\ 28'$ & celui de $30^d\ 40'$, dont les logarithmes font 981825, 929841, 970761. Or le premier de ces trois nombres étant ôté de la fomme des deux autres, on aura le refte 918777, qui eft le finus artificiel de $8^d\ 52'$. Ainfi l'angle BZP, c'eft-à-dire, celui que fait le méridien avec le vertical dans lequel fe trouvent en même-tems les deux étoiles, eft de $8^d\ 52'$, quelle que foit celle des deux qui foit au deffus de l'autre.

Les deux étoiles qu'on appelle la *Ceinture de Caffiopée*, & l'*épaule de la petite Ourfe* ont préfentement, en 1746, la déclinaifon & l'afcenfion droite que nous avons attribuées aux étoiles B & C, & les auront encore pendant plufieurs années.

Le tems auquel ces deux étoiles paffent enfemble par le même vertical pendant la nuit, eft aux mois de Septembre & d'Octobre, & aux mois de Mars & d'Avril, & même avant & après: car cela arrive en deux faifons différentes, dans l'une la ceinture de Caffiopée eft fupérieure à l'épaule de la petite Ourfe, & dans l'autre faifon c'eft cette feconde étoile qui eft fupérieure à la premiere: mais l'angle du vertical de ces deux étoiles avec le méridien eft toujours le même dans ces deux fituations: c'eft ce qui donne moyen de vérifier le premier calcul qu'on a fait fuivant lequel c'étoit la Ceinture de Caffiopée qui étoit fupérieure à l'autre dans le tems du paffage par le même vertical. Dans le fecond que nous nous contenterons de rapporter fans y ajouter d'explication, c'eft l'épaule de la petite Ourfe que l'on fuppofe fupérieure à l'autre: ainfi dans ce dernier calcul B repréfentera la petite Ourfe, & C la Ceinture de Caffiopée: la déclinaifon de B fera donc $75^d\ 13'$, & celle de C $59^d\ 20'$; ainfi les complémens PB & PC feront de $14^d\ 47'$ & de $30^d\ 40'$, & l'angle CPB fera toujours de $147^d\ 22'$.

Fig. 9.

Premiere analogie.

992538 ſinus artif. de 57^d 22′ = comp. de CPX
977303 tang. artif. de 30 40 = PC

1969841 ſomme
1000000 ſinus total artificiel.

reſte 969841 tang. artif. de 26^d 32′ = PX
14 47 = PB

ſomme 41^d 19′ = BX

Seconde analogie.

965003 ſinus artif. de 26^d 32′ = PX.
980642 tang. artif. de 32 38 = ſup. de BPC.

1945645 ſomme
981969 ſin. art. de 41^d 19′ = BX.

reſte 963676 tan. art. de 23^d 26′ = ZBP ſup. de PBC.

Troiſiéme analogie.

959954 ſinus artif. de ZBP.
940682 ſinus artif. de 14^d 47′ = PB.

1900636 ſomme
981825 ſinus artif. de 41^d 9′ = PZ.

reſte 918811 ſinus artif. de 8^d 52′ = PZB.

71. Quand l'angle BZP ſera connu, on obſervera le moment auquel les deux étoiles paſſeront par le même vertical. Pour cela on attachera une ficelle par un bout au-deſſus du plan horiſontal où l'on veut tracer une méridienne: on diſpoſera cette ficelle à peu près horiſontalement, de façon que l'autre bout ſoit mobile, afin qu'on puiſſe diriger la ficelle vers différents points. Après cela on y ſuſpendra deux plombs avec de la ſoie très-fine qui ſoit blanche, afin qu'on l'aperçoive plus ſenſiblement. On ſuivra enſuite les deux étoiles juſqu'à ce qu'elles ſoient cachées l'une &

l'autre par les deux fils de ſoie : c'eſt alors que les deux étoiles répondent à un même vertical. On fera donc marquer ſur le plan horiſontal deux points dans l'alignement des deux fils, c'eſt-à-dire, deux points qui ſoient cachés l'un & l'autre par les deux fils. On tirera une ligne droite qui paſſe par ces deux points, elle repréſentera le vertical des deux étoiles : Si donc on tire par quelque point de cette ligne droite une autre ligne qui faſſe avec la premiere un angle égal à celui du vertical des étoiles avec le méridien, ce ſera une méridienne. Si on a obſervé les étoiles avant leur paſſage par le méridien, il faudra tirer la méridienne à l'occident de la ligne qui repréſente le vertical des étoiles : ce ſera le contraire, ſi on les a obſervées après ce paſſage : cette méridienne étant tirée, ou menera par le pied du ſtile une ligne qui lui ſoit parallele, ce ſera la méridienne cherchée.

72. Remarquez que l'opération ſera d'autant plus éxacte que les deux plombs ſeront plus éloignés l'un de l'autre, auſſi-bien que les deux points qu'il faut marquer ſur le plan horiſontal. D'ailleurs afin d'empêcher les plombs de balancer, il eſt à propos de mettre au-deſſous de ces plombs des vaiſſeaux remplis d'eau dans laquelle ils plongent. Mais comme il eſt bon de ſçavoir à peu près l'heure à laquelle les deux étoiles paſſeront enſemble par le même vertical, afin de tout préparer à propos, on pourra le trouver par le moyen d'un Globe céleſte.

73. On peut auſſi tirer une méridienne par le moyen des étoiles ſans employer le calcul. Il faut pour cela ſuſpendre deux plombs à un fil à peu-près horiſontal, comme on vient de le dire, & les diſpoſer de façon que les deux ſoient vis-à-vis de l'étoile polaire dans le tems que la grande ourſe eſt au-deſſous de cette étoile, en ſorte que les quatre étoiles qui font un quadrilatere ſoient à droite par rapport aux deux fils, & que les trois de la queue ſoient à gauche, de maniere que la

premiere de ces trois, ou la plus proche du quadrilatere, soit sur le point de se cacher derriere les fils, comme on le voit dans la fig. 10, alors l'étoile polaire sera dans le plan du méridien, & par conséquent les deux fils y seront aussi. La raison pourquoi l'étoile polaire est pour lors dans le plan du méridien, c'est que deux points qui ont la même ascension droite ou une différence de 180 degrés ne peuvent répondre ensemble à un même vertical que quand ils sont tous les deux au méridien. Or l'étoile polaire & le point B qui est à droite de l'étoile A ont une différence de 180 degrés en ascension droite : & d'ailleurs l'étoile polaire & le point B répondent tous les deux au même vertical quand ils sont cachés en même-tems par les deux fils.

On pourroit encore se servir de l'étoile appellée la *Ceinture de Cassiopée* pour le même effet, parce qu'elle a presque la même ascension droite que l'étoile polaire : ce qui fait que cette étoile, ou du moins un point qui en est près, ne peut se trouver dans le même vertical que l'étoile polaire, que quand l'une & l'autre répondent au même méridien ; ce point passe derriere les deux fils un peu avant l'étoile de la ceinture. On peut voir les ascensions droites & les déclinaisons des principales étoiles dans la *Connoissance des Tems*, pages 82 & 83, ou dans les tables de M. Cassini, p. 145 & suiv.

Les deux fils étant dans le plan du méridien, on marquera deux points éloignés entr'eux sur la surface soit horisontale, soit inclinée, lesquels soient cachés par les deux fils : la ligne droite qui passera par ces deux points sera une méridienne, si la surface est un plan. Si elle n'est pas un plan, la méridienne ne sera pas une ligne droite: mais une courbe, que l'on tracera en se servant d'une regle dont le bord soit appliqué sur les deux points, comme si la surface étoit un plan. Après cela on tirera du pied du stile une ligne parallele à

cette méridenne, ce sera la méridienne par rapport au trou de la plaque. Si on vouloit que la premiere ligne tirée servît de méridienne pour le gnomon ou la plaque, il faudroit disposer cette plaque de façon que le centre du trou répondît aux deux fils.

Nous ne répéterons pas ici une autre méthode que nous avons donnée (Liv. 4 de la Sphere, art. 43) pour décrire une ligne méridienne sur un plan horisontal par un seul point d'ombre en connoissant la hauteur du soleil, sa déclinaison & la latitude du lieu.

74. On tracera la méridienne d'un plan vertical, comme on l'a enseigné dans le septiéme Problême art. 157 & suivans. Quant à la méridienne d'un plan incliné, on pourra se servir pour la tracer de la méthode précédente ou de celle de l'art. 60 du troisiéme Livre. Les trois art. précédens 57, 58, 59, qui sont pour trouver la déclinaison d'un plan incliné, peuvent aussi servir à décrire la méridienne en faisant l'application des trois premiers nombres de l'art. 45 du même Livre.

75. On peut facilement marquer les signes du Zodiaque sur une méridienne horisontale par la même méthode que nous avons employée pour déterminer la longueur de cette méridienne: il suffit pour cela de connoître la latitude du lieu & la déclinaison du soleil qui font trouver sa hauteur méridienne: car lorsque le soleil est à l'équateur, sa hauteur méridienne est égale à celle de l'équateur, ou au complément de la latitude: quand le soleil décline vers le pole élevé, sa hauteur méridienne est égale à la somme de l'élévation de l'équateur & de la déclinaison du soleil: Fig. 8. enfin lorsque le soleil décline vers le pole abbaissé, sa hauteur méridienne est égale à la différence ou à l'excès de l'élévation de l'équateur sur la déclinaison. (Liv. 3 de la Sphere art. 16). Cela posé, dans le triangle rectangle SPM on connoît trois choses, la hauteur du stile SP que l'on mesure, l'angle droit P & l'angle SMP, qui est la hauteur du soleil, parce qu'on suppose

ici qu'il s'agit d'une méridienne horiſontale : ainſi on Fig. 8.
trouvera le point M de la méridienne ſur lequel doit tomber l'image du ſoleil quand il a la déclinaiſon que l'on ſuppoſe ; on trouvera, dis-je, ce point par l'analogie ſuivante : *Le ſinus total eſt à la tangente du complément de la hauteur méridienne du ſoleil, comme la hauteur* SP *eſt à la partie* PM *de la méridienne* depuis le pied du ſtile juſqu'au point cherché. Il faudra donc prendre ſur la méridienne depuis le pied du ſtile une diſtance égale au quatriéme terme, l'extrémité de cette diſtance ſera le point où il faudra marquer le Signe dont le commencement à la même déclinaiſon que celle du ſoleil, telle qu'on l'a ſuppoſée dans la proportion.

76. On pourroit auſſi trouver la place des Signes en la maniere ſuivante ſans connoître ni le pied ni la hauteur du ſtile : je ſuppoſe que lorſque le ſoleil à trois degrès de déclinaiſon vers le pole élevé, ſon image tombe au point O, & qu'on veuille trouver le point M ſur lequel elle tombera quand le ſoleil ſera au tropique du Capricorne : il s'agit de trouver OM. On meſurera SO diſtance du point S, qui eſt le centre du trou de la plaque au point O, & on aura trois choſes connues dans le triangle SOM ; ſçavoir le côté SO, l'angle M qui eſt la hauteur méridienne du ſoleil quand il eſt à ce tropique, & enfin l'angle OSM, car il a pour meſure l'arc du méridien compris entre les deux points auxquels le ſoleil répond quand la lumiere tombe ſur O & ſur M. Or cet arc eſt la ſomme des déclinaiſons 3^d & $23^d 28'$, parce qu'elles ſont de differens noms, l'une ſeptentrionale, l'autre meridionale : mais ſi ces déclinaiſons étoient de même nom, l'arc ſeroit égal à leur différence. On peut auſſi connoître l'angle SOP qui eſt la hauteur méridienne du ſoleil quand ſon image tombe au point O. Or cet angle fera trouver l'autre SOM, qui en eſt le ſuppl. Par conſéquent on trouvera OM en diſant, *Le ſinus de l'angle* M *eſt à* SO, *comme le ſinus de* OSM *eſt à* OM.

Fig. 8. 77. Si le plan eſt incliné ſur l'horiſon, on pourra trouver la place des Signes de la maniere ſuivante : Après avoir déterminé le pied P du ſtile, il faudra attacher un fil, comme PM qui paſſe par ce pied, & qui ſoit parallele à l'horiſon ; & quand on aura trouvé ſur ce fil horiſontal les places des Signes, comme on vient de l'expliquer, il faudra marquer avec du crayon ou autrement les points des Signes ſur ce fil. Enſuite on attachera un autre fil au centre S du trou de la plaque ; ce fil étant tendu & le faiſant paſſer par quelque point marqué du fil horiſontal, comme O, le point R du plan auquel il aboutira ſera la place du Signe que le point O du fil horiſontal repréſente : car le fil SOR pouvant être regardé comme un rayon du ſoleil qui paſſe par O & par R, il eſt évident que ces deux points repréſentent le même lieu du ſoleil. Cette méthode eſt également bonne pour marquer le lieu des Signes ſur une ſurface qui ne ſeroit pas un plan.

Fig. 11. 78. Voici la maniere dont on trouve la place des Signes ſur une méridienne verticale quand on connoîtra le pied du ſtile P, & que l'horiſontale HPR eſt tirée : le point d'interſection de cette ligne avec la méridienne ſoit nommé L, il faudra concevoir une ligne SL tirée du ſommet S du ſtile à ce point L, laquelle quoique oblique au plan eſt cependant perpendiculaire à la méridienne verticale, puiſqu'elle eſt dans le plan horiſontal que l'on conçoit paſſer par le ſommet S. Ayant meſuré cette ligne SL, on connoîtra trois choſes dans le triangle rectangle SLM, dont le côté SM eſt le rayon du ſoleil, ſçavoir la perpendiculaire SL, l'angle droit L & l'angle LSM qui eſt la hauteur méridienne du ſoleil, puiſqu'il eſt égal à l'angle oppoſé au ſommet VSX que fait le rayon avec le plan horiſontal. On pourra donc trouver la partie LM de la méridienne par cette analogie, dans laquelle on conſidere la perpendiculaire SL comme ſinus total, & le point S comme centre, auquel cas la partie LM devient la tangen-

te de l'angle LSM: *Le ſinus total eſt à la tangente de la hauteur méridienne du ſoleil, comme la perpendiculaire* SL *eſt à la partie* LM dont l'extrémité M eſt le lieu du Signe duquel le ſoleil occupe le commencement lorſque ſon rayon tombe au point M. Fig. 11.

79. On peut auſſi trouver la place des Signes ſur une méridienne verticale ſans connoître le pied du ſtile, & ſans avoir tiré l'horiſontale: Soit la méridienne verticale CM, le rayon du ſoleil SO lorſque ſa déclinaiſon eſt de trois degrés vers le pole abbaiſſé; il s'agit de trouver le point M ſur lequel tombera l'image du ſoleil lorſqu'il ſera au tropique de l'Ecreviſſe. Je conſidere qu'on peut connoître trois choſes dans le triangle OSM, ſçavoir le côté SO qui eſt la diſtance du ſommet du ſtile au point O, l'angle M qui eſt la diſtance du ſoleil au zenith, ou le complément de l'angle LSM, à cauſe du triangle rectangle SLM, c'eſt-à-dire, le complément de la hauteur du ſoleil ſur l'horiſon; enfin l'angle OSM, qui a pour meſure l'arc du méridien compris entre les deux points auxquels on ſuppoſe le ſoleil quand ſon image tombe en O & quand elle tombe ſur le point M. Cet arc eſt ici la ſomme des déclinaiſons 3^{d} & $23^{d}\ 28'$, parce qu'elles ſont de différens noms. Mais ſi elles étoient de même nom, c'eſt-à-dire, ou toutes deux ſeptentrionales ou toutes deux méridionales, l'arc compris entre les deux lieux du ſoleil ſeroit la différence de ces deux déclinaiſons. On pourra donc dire, *Le ſinus de l'angle* M *eſt au côté* SO, *comme le ſinus de l'angle* OSM *eſt au coté* OM.

Après ce que nous venons de dire, on connoîtra facilement les angles LSO & LOS du triangle rectangle SLO. Cela poſé, il ſeroit plus aiſé de chercher d'abord le côté SL par cette analogie dans laquelle on conſidere SO comme ſinus total, & SL comme le ſinus de l'angle LOS, *Le ſinus total eſt à* SO, *comme le ſinus de l'angle* LOS *eſt à* SL. On cherchera enſuite LO

Fig. 11. qui eſt la tangente de l'angle LSO en prenant SL pour rayon dans le même triangle SLO, & le point S pour centre. Voici l'analogie, *Le ſinus total eſt à* SL, *comme la tangente de l'angle* LSO *eſt à* LO. Ces deux lignes SL & LO étant trouvées, elles ſerviront pour déterminer la place de tous les Signes, par exemple, le point M que l'on ſuppoſe être le lieu de l'Ecreviſſe. Il faudra faire cette analogie ſemblable à la précédente, & fondée ſur le triangle rectangle SLM, *Le ſinus total eſt à* SL, *comme la tangente de l'angle* LSM *eſt à* LM. On retranchera enſuite LO de LM, le reſte ſera OM.

80. Il faut remarquer qu'il y a dix Signes que l'on place deux à deux ſur la méridienne, parce que les commencemens de ces deux Signes ont la même déclinaiſon. Voici l'ordre dans lequel on place les douze Signes, le Capricorne ♑, le Verſeau ♒ & le Sagittaire ♐, les Poiſſons ♓ & le Scorpion ♏, le Bélier ♈ & la Balance ♎, le Taureau ♉ & la Vierge ♍, les Gémeaux ♊ & le Lion ♌, & enfin l'Ecreviſſe ♋.

Déclinaiſon du commencement de chacun de ces Signes.

	Déclinaiſon mérid.
Pour le Capricorne	23ᵈ 28′ 20″
pour le Verſeau & le Sagittaire	20 10 40
pour les Poiſſons & le Scorpion	11 29 12
pour le Bélier & la Balance	0 0. 0
	Déclinaiſon ſepten.
pour le Taureau & la Vierge	11ᵈ 29′ 12″
pour les Gemeaux & le Lion	20 10 40
pour l'Ecreviſſe	23 28 20

On met les ſignes aſcendans à l'occident de la méridienne, ſçavoir le Capricorne, le Verſeau, les Poiſſons, le Belier, le Taureau & les Gemeaux : & on

place les ſix autres à l'orient de la même ligne. On peut auſſi mettre le Capricorne & l'Ecreviſſe aux deux extrémités de la méridienne, comme on le voit dans la fig. 11. Mais cela ſuppoſe que cette ligne n'eſt pas prolongée au-delà de l'étendue déterminée par la diſtance qu'il y a d'un tropique à l'autre. Par cette diſpoſition des Signes autour de la méridienne, on voit que le côté occidental de cette ligne repréſente la moitié du Zodiaque qui contient les Signes aſcendans, & que le côté oriental déſigne l'autre moitié. On pourroit auſſi mettre les Signes aſcendans au côté oriental, & les autres au côté occidental : mais il paroît qu'il vaut mieux les diſpoſer, comme nous avons dit d'abord, parce que comme le ſoleil parcourt les ſignes aſcendans pendant les ſix premiers mois de l'année, & paſſe enſuite aux ſignes deſcendans, il paroîtra aller du côté occidental de la méridienne au côté oriental : ce qui eſt conforme au mouvement annuel du ſoleil qui eſt d'occident en orient.

81. On peut marquer auſſi le premier de chaque mois ſur la méridienne en cherchant la déclinaiſon du ſoleil pour le midi de chacun de ces jours. On la trouvera dans la Table des déclinaiſons que nous ajouterons à la fin de ce Livre. On pourra par le même moyen marquer le point de la méridienne ſur lequel doit tomber la lumiere du ſoleil tous les autres jours de l'année.

Lorſque la hauteur du ſtile d'une méridienne horiſontale eſt conſidérable, comme de 20 à 30 pieds, ou même beaucoup plus grande, on marque les degrés des Signes par de petites perpendiculaires à la méridienne que l'on trace à droite ou à gauche de cette ligne, & on en tire d'autres du côté oppoſé pour marquer les tangentes de la diſtance méridienne du zenith au ſoleil, en ſuppoſant le ſinus total de 1000 parties : on prend la hauteur du ſtile pour le ſinus total & ſon ſommet pour centre ; ainſi la méridienne priſe depuis le pied du

ſtile juſqu'au point auquel la lumiere du ſoleil tombe chaque jour de l'année eſt la tangente de la diſtance du ſoleil au zenith à ce jour. On peut voir tout cela exécuté par M. de Caſſini avec beaucoup de ſoin & d'éxactitude dans une grande Salle de l'Obſervatoire Royal de Paris.

82. Remarquez que ſi la méridienne verticale eſt trop éloignée ou trop près du ſtile, l'erreur qui en viendra ſera plus conſidérable en Hyver qu'en Eſté. Suppoſons, par exemple, que ſur un plan qui décline vers l'orient la méridienne ſoit trop éloignée du ſtile de la grandeur d'un pouce, il faut imaginer une autre ligne verticale qui ſoit tirée à un pouce de la méridienne du côté du ſtile: cette verticale ſera la véritable méridienne: ainſi quand la lumiere du ſoleil tombera ſur elle, il ſera midi. Or la lumiere ſera plus long-tems à parcourir l'eſpace entre ces deux lignes en Hyver qu'en Eſté, parce que le rayon de lumiere pris depuis le plan juſqu'au trou de la plaque, qui eſt le centre autour duquel le rayon tourne, eſt plus court au ſolſtice d'Hyver que dans les autres ſaiſons: c'eſt pourquoi ſi, par exemple, il y a une minute entre les deux inſtans auxquels la lumiere tombe ſur les deux lignes en Hyver, il y aura moins d'une minute en Eſté.

83. Il ſuit de là que ſi on veut tracer une méridienne verticale en prenant un point de lumiere à un inſtant que l'on croit être celui de midi, il vaut mieux la décrire en Hyver qu'en Eſté: car ſi, par exemple, on a marqué ce point une minute plus tard que l'inſtant du midi, comme la lumiere fait moins de chemin ſur le plan en Hyver qu'en Eſté, il eſt facile de voir que la verticale, qui paſſera par ce point ſera moins éloignée du lieu de la véritable méridienne que ſi l'opération avoit été faite en Eſté.

84. Il ſemble d'abord que ce devroit être le contraire pour la méridienne horiſontale, parce que le rayon de lumiere pris du trou de la plaque juſqu'au

plan, eſt plus long en Hyver qu'en Eſté : mais comme la méridienne horiſontale doit être tirée du pied du ſtile, & que le point de lumiere en eſt plus près en Eſté qu'en Hyver, s'il y avoit quelque erreur dans le tems où l'on détermine ce point en Eſté, la ligne que l'on tireroit s'écarteroit beaucoup de la véritable méridienne vers la fin, à cauſe de la divergence de ces deux lignes qui partent l'une & l'autre du pied du ſtile. C'eſt pourquoi il vaut mieux tracer une méridienne horiſontale en Hyver qu'en Eſté, lorſqu'on ſe ſert de la lumiere du ſoleil pour déterminer un des points de cette ligne.

DE LA MÉRIDIENNE DU TEMS MOYEN.

85. On diſtingue deux ſortes de tems, le vrai & le moyen. Pour concevoir la différence qu'il y a entre l'un & l'autre, il faut remarquer que les jours naturels ne ſont pas égaux entre eux. (On entend par jour naturel la durée de la révolution apparente du ſoleil d'orient en occident). Or ce qui fait que les jours naturels ne ſont pas égaux, c'eſt que le ſoleil n'avance pas également tous les jours vers l'orient par rapport à l'équateur : plus il avance plus le jour eſt long, parce qu'il eſt plus long-tems à revenir au méridien. Il y a deux cauſes de l'inégalité de ce mouvement apparent du ſoleil rapporté à l'équateur ; je dis rapporté à l'équateur ; car quoique le ſoleil ſoit mû ſur l'écliptique, il faut toujours le rapporter à un point de l'équinoctiale qui eſt déterminé par le cercle de déclinaiſon qui paſſe par le ſoleil, puiſque ce point eſt l'interſection de ce cercle avec l'équinoctiale. La premiere des deux cauſes eſt que le mouvement apparent du ſoleil ſur l'écliptique n'eſt pas toujours le même : il a plus de viteſſe vers le perigée, & moins vers l'apogée. La ſeconde cauſe eſt l'obliquité de l'écliptique : car quand bien même le ſoleil parcourroit tous les jours des parties égales de ce cercle, il n'avanceroit pas néanmoins également par

rapport à l'équateur, parce que tous les degrés de l'écliptique ne répondent pas chacun à un degré de l'équateur.

86. Cela posé ; le tems vrai, que l'on nomme aussi *apparent*, est mesuré par le mouvement apparent du soleil d'orient en occident. Le tems moyen est celui que l'on conçoit s'écouler toujours également & d'une maniere uniforme. Pour déterminer ce tems on imagine un astre qui répondroit toujours à l'équateur, & parcourroit ce cercle d'un mouvement uniforme vers l'orient dans le même tems que le soleil fait le tour de l'écliptique. La révolution apparente de cet astre d'orient en occident feroit un jour naturel du tems moyen, & son mouvement vers l'orient seroit égal à celui qu'on appelle le mouvement moyen du soleil, sçavoir 59′ 8″ par jour. Ainsi afin qu'une Pendule soit reglée sur le moyen mouvement du soleil, il faut que l'aiguille des heures fasse deux fois le tour du Cadran dans le même-tems que cet astre supposé feroit sa révolution d'orient en occident. Une Pendule reglée en cette maniere est la mesure du tems moyen.

87. Si on compare l'astre supposé avec le soleil rapporté à l'équateur, il sera quelquefois plus avancé vers l'orient que le soleil, & quelquefois moins, à cause de l'inégalité du mouvement du soleil. Or l'arc de l'équinoctiale compris entre l'astre & le lieu du soleil rapporté à ce cercle; cet arc, dis-je, réduit en parties de tems, sçavoir des minutes & des secondes est l'*équation de l'horloge*, que l'on appelle aussi l'*équation solaire*, & l'*équation du tems*.

88. Elle marque l'espace de tems entre les heures du tems moyen & celles du tems vrai ; par exemple, entre midi du tems moyen & midi du tems vrai : le tems moyen précede le tems vrai lorsque le soleil est plus avancé vers l'orient que l'astre supposé, ou ce qui revient au même, lorsque cet astre est à l'occident du soleil, parce qu'alors l'astre supposé parvient plutôt au

méridien que le ſoleil. Ce ſera le contraire ſi l'aſtre eſt plus avancé que le ſoleil vers l'orient.

89. Il y a quatre momens dans l'année auxquels le tems moyen & le tems vrai concourent l'un avec l'autre : c'eſt quand l'équation eſt nulle, & que par conſéquent l'aſtre ſuppoſé & le ſoleil rapporté à l'équateur répondent au même point de ce cercle. Cela arrive vers le 15 Avril, le 16 Juin, le 30 Août & le 23 Décembre.

90. Puiſque le tems moyen précede quelquefois le tems vrai, & qu'il le ſuit quelquefois, on voit par-là que la méridienne du tems moyen doit paſſer de côté & d'autre de celle du tems vrai, & qu'elle doit ſerpenter autour de cette ligne : auſſi a-t-elle à peu près la figure d'un 8 de chifre coupé en quatre points par la méridienne du tems vrai, qui eſt toujours une ligne droite quand elle eſt tracée ſur un plan : ces quatre points d'interſection des deux méridiennes ſont pour les quatre momens de l'année auxquels les deux tems concourent.

91. Il paroît par cette figure de la méridienne du tems moyen que la lumiere du ſoleil paſſe deux fois dans un jour ſur cette ligne courbe, une fois ſur une branche, une autre fois ſur la branche oppoſée. Or il n'y a qu'une de ces deux branches qui marque le midi moyen pour un certain tems de l'année, & l'autre branche le marque pour une autre ſaiſon.

92. La méridienne du tems moyen étant faite pour montrer le midi de ce tems, il paroît que ſi une Pendule eſt reglée ſur le moyen mouvement du ſoleil, & que dans un jour de l'année elle marque midi lorſque la lumiere du ſoleil tombe ſur la branche convenable de cette méridienne, il ſera midi à cette Pendule tous les autres jours de l'année, quand la lumiere du ſoleil tombera ſur la partie de la même méridienne qui répondra à la ſaiſon. Ainſi on pourra regler une Pendule immédiatement ſur la méridienne du tems moyen, ſans

le secours de l'équation solaire, qui cause souvent quelque embarras à ceux qui ne conçoivent pas bien la différence qu'il y a entre les deux tems : & c'est en cela que consiste l'usage de cette méridienne.

93. La méthode de tracer la méridienne du tems moyen est la même pour toutes sortes de plans : nous allons l'expliquer en peu de mots, parce qu'elle est fort facile à entendre. Il faut d'abord décrire la méridienne du tems vrai. 2°. On cherchera ensuite sur cette ligne droite les points auxquels répondent les degrés des Signes du Zodiaque de 15 en 15, ou de six en six, ou même de trois en trois pour plus grande exactitude. 3°. Après cela on menera par ces points des perpendiculaires à la méridienne : elles représenteront les paralleles que le soleil décrit quand il répond aux degrés de l'écliptique que ces points désignent, ou du moins ces perpendiculaires ne différent pas sensiblement des lignes courbes qui représentent les paralleles, à cause qu'elles doivent être fort courtes, car il ne faut les prolonger qu'environ jusqu'à la distance nécessaire pour qu'elles soient coupées de part & d'autre de la méridienne par les lignes horaires de $11^h\frac{3}{4}$ & de midi un quart. 4°. On tirera ces deux lignes horaires par la méthode de l'art. 26 du 1er Livre pour les plans horisontaux, par celles des art. 232 & 247 du second Livre pour les plans verticaux, & enfin par celles des art. 39 & 49 du troisiéme Livre pour les plans inclinés. 5°. Il faudra concevoir que les deux segmens de chaque perpendiculaire, dont l'un est contenu entre la ligne de $11^h\frac{3}{4}$ & la méridienne, & l'autre entre la méridienne & la ligne de midi un quart, sont divisés chacun en autant de parties égales qu'il y a de secondes entre midi & $11^h\frac{3}{4}$, ou entre midi & midi un quart ; c'est-à-dire, en 900 parties, parce qu'il y a 900 secondes dans 15 min. ou dans un quart d'heure. 6°. On prendra sur chaque perpendiculaire de côté & d'autre de la méridienne autant des 900 parties qu'il y a de

secondes

fecondes dans l'équation du jour auquel le foleil décrira le parallele qui répond à la perpendiculaire : mais comme le foleil décrit le parallele à deux jours différens, il y a auffi deux équations : on marquera donc le nombre de parties qui eft égal à celui des fecondes d'une équation fur la perpendiculaire d'un côté de la méridienne : on marquera auffi de l'autre côté le nombre des parties, qui eft égal à celui des fecondes de l'autre équation. Quand le midi moyen doit précéder le midi vrai, on marque entre la méridienne & la ligne de $11^h\frac{3}{4}$, le nombre des parties déterminé par l'équation, ou plutôt le point qui eft le terme de ces parties : & lorfque le midi vrai précede l'autre, on marque le point entre la méridienne & la ligne horaire de midi un quart. 7°. Quand tous ces points font marqués fur les perpendiculaires, on les joint les uns aux autres par des traits qui tous enfemble font une courbe qui eft la méridienne du tems moyen.

94. Tout ce que nous venons de dire s'entendra aifément par la fig. 12. La ligne droite AM eft la méridienne du tems vrai, les deux lignes BF & GE font les lignes horaires de $11^h\frac{3}{4}$ & de midi un quart : les lignes perpendiculaires à la méridienne du tems vrai, comme BG & FE font celles fur lefquelles il faut marquer les points par lefquels doit paffer la ligne courbe ACDLMO, qui eft la méridienne du tems moyen. Fig. 12.

95. Pour exécuter la feconde regle de cette méthode il faut fe fervir de l'analogie marquée à l'art. 75 ou 78, qui fuppofe qu'on connoît la déclinaifon du foleil. Or voici une Table dans laquelle on a mis 1°. les degrés des fignes de trois en trois ; 2°. la déclinaifon du foleil quand il répond à ces degrés ; 3°. l'équation du tems convenable aux mêmes dégrés.

♈ Le Belier.	Déclinaif. feptentr. D.	M.	Equation additive. M.	S.
3	1+	12	6	45
6	2	23	5	49
9	3—	34	4	51
12	4	45	3	53
15	5	55	2	57
18	7	4	2	3
21	8—	12	1	12
24	9—	19	0 fouft.	22
27	10	25	0	27
30	11	29	1	8
♉ Le Taureau.			Equation fouftract.	
3	12+	32	1	47
6	13—	32	2	22
9	14	31	2	52
12	15—	27	3	21
15	16—	21	3	40
18	17	13	3	53
21	18	2	4	3
24	18	48	4	8
27	19	31	4	2
30	20+	11	3	56
♊ Les Gemeaux.			Equation fouftract.	
3	20	47	3	46
6	21	20	3	27
9	21+	50	3	4
12	22—	16	2	37
15	22+	38	2	6
18	22+	56	1	32
21	23	10	0	56
24	23	20	0 addit.	1 8
27	23	26	0	22
30	23—	28	1	3

♋ L'Ecreviffe.	Déclinaif. feptentr. D.	M.	Equation additive. M.	S.
3	23	26	1	44
6	23	20	2	23
9	23	10	3	0
12	22+	56	3	34
15	22+	38	4	6
18	22+	16	4	36
21	21+	50	5	1
24	21	20	5	21
27	20	47	5	35
30	20+	11	5	45
♌ Le Lion.			Equation additive.	
3	19	31	5	49
6	18	48	5	49
9	18	2	5	40
12	17	13	5	25
15	16—	21	5	6
18	15—	27	4	40
21	14	31	4	10
24	13—	32	3	33
27	12+	3	2	52
30	11	29	2	9
♍ La Vierge.			Equation additive.	
3	10	25	1	22
6	9—	19	0 fouft.	28
9	8—	12	0	29
12	7	4	1	26
15	5	55	2	26
18	4	45	3	29
21	3—	34	4	35
24	2	23	5	41
27	1+	12	6	44
30	0	0	7	44

TABLE de la déclinaison & de l'équation du tems convenables aux dégrés de l'Ecliptique pris de trois en trois.

♎ La Balance.	Déclinais. méridion. D.	M.	Equation soustract. M.	S.	♑ Le Capricorn.	Déclinais. méridion. D.	M.	Equation additive. M.	S.
3	1	+ 12	8	44	3	23	26	0	28
6	2	23	9	41	6	23	20	1	57
9	3	— 34	10	38	9	23	10	3	23
12	4	45	11	34	12	22	+ 56	4	47
15	5	55	12	28	15	22	+ 38	6	9
18	7	4	13	16	18	22	+ 16	7	27
21	8	— 12	13	58	21	21	+ 50	8	38
24	9	— 19	14	35	24	21	20	9	46
27	10	25	15	5	27	20	47	10	46
30	11	29	15	33	30	20	+ 11	11	41
♏ Le Scorpion.			Equation soustract.		♒ Le Verseau.			Equation. additive.	
3	12	+ 32	15	54	3	19	31	12	29
6	13	— 32	16	7	6	18	48	13	11
9	14	31	16	12	9	18	2	13	46
12	15	— 27	16	11	12	17	13	14	15
15	16	— 21	16	2	15	16	— 21	14	34
18	17	13	15	45	18	15	— 27	14	46
21	18	2	15	23	21	14	31	14	52
24	18	48	14	53	24	13	— 32	14	53
27	19	31	14	14	27	12	+ 32	14	45
30	20	+ 11	13	27	30	11	29	14	30
♐ Le Sagittaire.			Equation soustract.		♓ Les Poissons.			Equation additive.	
3	20	47	12	31	3	10	25	14	7
6	21	20	11	32	6	9	— 19	13	40
9	21	+ 50	10	30	9	8	— 12	13	11
12	22	— 16	9	21	12	7	4	12	38
15	22	+ 38	8	3	15	5	55	12	0
18	22	+ 56	6	43	18	4	45	11	16
21	23	10	5	23	21	3	— 34	10	23
24	23	20	4	0	24	2	23	9	29
27	23	26	2	33	27	1	+ 12	8	35
30	23	— 28	1	1	30	0	0	7	42

Lorsque les déclinaisons marquées dans cette Table sont plus grandes que les déclinaisons véritables du soleil d'environ 15″ ou plus, jusqu'à 30, on a mis le signe +. Lorsqu'elles sont moindres de la même quantité on a mis —. Ainsi le signe + qui est vis-à-vis du 3me degré du Belier fait connoître que la déclinaison marquée 1d 12′ est plus grande que celle du soleil de plus de 15 secondes : & le signe — qui est à côté du vingt-uniéme degré du même Signe, montre que la déclinaison marquée est moindre que celle qu'a réellement le soleil quand il est à ce degré.

Quand les équations sont additives, il faut les ajouter au tems vrai pour avoir le tems moyen : c'est le contraire quand elles sont soustractives. Lors donc que le soleil répond au troisiéme degré du Bélier, il faut ajouter 6m 45″ au tems vrai pour avoir le tems moyen : c'est pourquoi, s'il est midi au soleil, il est déja midi 6 45s au tems moyen.

96. Par rapport à la sixiéme regle de la méthode, on la réduira en pratique à l'aide des lignes des parties égales du compas de proportion : voici comme il faudra faire : Ces lignes des parties égales ne contenant pas 900 parties, mais seulement 200, on choisira une partie aliquote de 900, qui soit contenue dans 200, par exemple 180, qui est le cinquiéme de 900 : ensuite on prendra avec un compas ordinaire la longueur du segment d'une perpendiculaire compris entre la méridienne & la ligne horaire de midi un quart, ou de onze heures trois quarts, & on ouvrira le compas de proportion, en sorte que la distance des points 180 & 180 marqués sur les deux branches de ce compas, soit égale à cette longueur : on conservera cette ouverture ; puis on cherchera le cinquiéme des parties de l'équation qui convient au degré par lequel passe cette perpendiculaire. Supposons, par exemple, que l'équation soit de 11m 41s ou de 701s, on cherchera le 5me de ce nombre, c'est 140, & on prendra avec le compas

ordinaire la diſtance entre les points 140 & 140 ſur le compas de proportion ; cette diſtance ſera celle qu'il y a entre la méridienne du tems vrai & le point par où doit paſſer celle du tems moyen ; ainſi en mettant une des pointes du compas ordinaire, dont on retient l'ouverture égale à la diſtance entre les points 140 & 140 du compas de proportion, en mettant, dis-je, cette pointe ſur l'interſection de la perpendiculaire & de la méridienne du tems vrai, & appliquant l'autre pointe ſur cette perpendiculaire, elle marquera le point cherché de la méridienne du tems moyen.

97. Si le ſegment de la perpendiculaire entre la méridienne & la ligne horaire de midi un quart, étoit trop grand pour être contenu entre les points 180 & 180, quelque ouverture qu'on donnât au compas de proportion, on pourroit tirer une autre ligne horaire qui coupât en deux également tous les ſegmens compris entre la méridienne & la ligne horaire de midi un quart : dans ce cas on feroit par rapport à la moitié du ſegment ce que nous avons dit pour le ſegment entier : on ouvriroit donc le compas de proportion juſqu'à ce que la diſtance des points 180 & 180 fût égale à cette moitié; & ſi le cinquiéme de l'équation étoit 140ſ, on prendroit la diſtance des points 140 & 140 ; qu'il faudroit en ce cas porter deux fois ſur la perpendiculaire, afin de marquer ſur cette ligne le point par lequel doit paſſer la méridienne du tems moyen.

98. Ire REMARQUE. On obſervera que pour une plus grande exactitude il ſeroit à propos de décrire des arcs de Signes, au lieu des perpendiculaires qui repréſentent les paralleles voiſins du tropique du Capricorne, à cauſe que les arcs des Signes s'écartent un peu ſenſiblement des perpendiculaires de ces endroits-là, & que d'ailleurs les équations convenables à ces paralleles ſont aſſez conſidérables, au lieu qu'elles ſont fort petites pour les paralleles voiſins du tropique du Cancer. Cette précaution devient plus néceſſaire, quand

la hauteur du ſtile eſt grande, comme de douze à quinze pieds, ou davantage.

99. II. Remarque. Les deux lignes horaires qu'on tire déſignent des momens éloignés du midi vrai ſeulement d'un quart-d'heure, parce que l'équation du ſoleil n'eſt que d'environ un quart-d'heure, ſoit en avance ſoit en retard par rapport au midi vrai dans le tems qu'elle eſt la plus grande, ſçavoir vers le 11 Février & le premier Novembre. Le midi moyen avance ſur le vrai de 14^{m} 53 ſec. vers le 11 Février, & il retarde de 16^{m} 12 ſec. vers le premier Novembre.

100. IIIme Remarque. Quand dans la cinquiéme & la ſixiéme regle de la méthode nous avons parlé de la diviſion des perpendiculaires en parties égales, cela ſuppoſe que la lumiere du ſoleil parcourt ſur le plan des eſpaces ſenſiblement égaux dans des tems égaux, ce qui eſt vrai au moins à l'égard des plans horiſontaux & des verticaux ou inclinés non déclinans: mais quand les plans ſont déclinans, les eſpaces parcourus en tems égaux deviennent ſenſiblement inégaux; c'eſt pourquoi il faut alors tirer des lignes horaires au moins de cinq minutes en cinq minutes, & diviſer l'eſpace entre deux lignes horaires en 300 parties égales, à cauſe des trois cents ſecondes que contiennent les cinq minutes,

M. de Fouchy de l'Académie des Sciences, qui eſt l'Inventeur de la méridienne du tems moyen, a bien voulu me communiquer un mémoire ſur cette matiere, dont j'ai profité. On n'a pas beaucoup fait juſqu'a préſent de ces méridiennes. Il s'en trouve quelques-unes à Paris, entre leſquelles on peut voir celle de M. le Marquis de Bonnelle, qui eſt exécutée avec tout le ſoin poſſible. Elle eſt en partie horiſontale & en partie verticale, parce que la Salle où elle eſt tracée n'eſt pas aſſez grande pour la décrire horiſontalement dans toute ſon étendue. On y a tiré des lignes horaires de cinq minutes en cinq minutes autour de la méridienne du tems vrai, & toutes ces lignes ſont gravées ſur du mar-

bre. Je ne crois pas qu'il y ait nulle part rien de plus parfait dans ce genre : c'est M. Deparcieux de la Société Royale de Montpellier, qui en est l'Auteur : il vient de tracer aussi sur un des murs du vieux Louvre du côté de la Seine une méridienne du tems vrai avec plusieurs lignes horaires aux deux côtés. Afin de faire un ouvrage qui répondît à la solidité du mur sur lequel il travailloit, il a fait sceller trois cylindres de cuivre sur lesquels il a fait marquer trois points qui sont à égale distance du centre du trou du gnomon : cette distance est presque de 814 lignes, & celle de chacun de ces points au pied du stile est égale à la hauteur du stile, laquelle est de $575\frac{1}{2}$ lignes, ou de quatre pieds moins une demie ligne. Ces trois cylindres ou plutôt les trois points qui y sont marqués dont deux sont sur la verticale du plan & le troisiéme sur l'horisontale, serviront à remettre le gnomon dans sa situation, en cas qu'il vienne à être dérangé.

DES ARCS DES SIGNES ET DES *Arcs diurnes.*

101. Les arcs des Signes sont des lignes tracées sur un Cadran qui représentent les paralleles que le soleil décrit les jours qu'il entre dans chaque Signe du Zodiaque. Les arcs diurnes sont aussi des lignes tracées sur un Cadran qui représentent les paralleles que le soleil parcourt lorsqu'il se leve à une certaine heure, comme à 4 heures, à 5 heures, à six heures, &c. Nous ne parlerons de ces arcs que par rapport aux plans verticaux : mais il seroit facile de faire l'application de ce que nous en dirons aux plans horisontaux & même aux plans inclinés.

102. Tous les paralleles à l'équateur étant de petits cercles, les lignes qui les représentent sur un plan sont nécessairement courbes (Liv. II, art. 5). Ainsi tous les arcs des Signes, excepté l'équinoctiale, sont des

lignes courbes. Pour concevoir de quel côté elles préſentent leur convexité, il faut imaginer une petite boule ou Sphere avec ſes différens cercles, attachée à l'axe d'un Cadran, laquelle ait le même axe, & dont le méridien ſoit dans le plan du méridien céleſte. Si le ſoleil répond au tropique du Capricorne de cette Sphere, lequel eſt le plus éloigné du centre du Cadran, que je ſuppoſe dans la partie ſeptentrionale de la terre, & tourné ou directement ou obliquement vers le midi, les rayons qui traverſeront le centre de la Sphere (il faut la concevoir tranſparente), paſſeront par l'autre tropique, & formeront deux cones oppoſés au ſommet dont les baſes ſeront les deux tropiques de la Sphere, & le ſommet commun en ſera le centre. Si on conçoit ces rayons prolongés juſqu'au plan, ils formeront la courbe qui repréſentera le tropique du Capricorne du ciel, ou plutôt une partie de ce cercle, ſçavoir celle qui eſt ſupérieure. Or il n'eſt pas difficile de concevoir que la courbe formée par les rayons qui viennent de la partie ſupérieure du tropique du Capricorne du petit globe, & qui paſſe par la partie inférieure du tropique du Cancer, préſente ſa convexité à la ligne équinoctiale qui eſt au-deſſous. Il faut dire la même choſe de toutes les courbes qui repréſentent des paralleles qui ſont placés entre l'équateur & le pole méridional. On verra de la même maniere que la courbe qui repréſente le tropique du Cancer ou quelque autre parallele de la partie ſeptentrionale, tourne ſa convexité vers la même ligne équinoctiale. Il paroît par-là que les courbes qui ſont entre le centre du Cadran & la ligne équinoctiale préſentent leur concavité vers le centre, & que les autres qui ſont au-deſſous de cette ligne, tournent leur convexité vers le même point.

Fig. 13. 103. Quand on veut tracer les arcs des Signes ſur un Cadran, il faut faire attacher à l'axe une plaque percée, en ſorte que le centre S du trou ſoit exactement au milieu de la groſſeur de l'axe. Or cette plaque

ne doit pas être à l'extrémité de l'axe, il faudroit pour cela qu'il fût trop court : pour sçavoir donc à quel point doit répondre le centre du trou, ou, ce qui revient au même, quelle doit être la longueur de la partie CS de l'axe CX, il faut prendre un point vers le bas de la méridienne par lequel on veut faire passer celui des arcs des Signes qui doit être au-dessous de tous les autres, qui est l'arc du tropique du Cancer. Supposons que ce point est I, il faut imaginer un rayon qui parte du soleil lorsqu'il répond au tropique du Cancer, on aura le triangle CSI à résoudre pour trouver le côté CS. Or dans ce triangle on connoît 1°. le côté CI dont je suppose qu'on a mesuré la longueur, 2°. l'angle SCI qui est le complément de la hauteur du pole (51), 3°. l'angle CSI qui est de $113^d\ 28'$, comme nous le prouverons (104), d'où l'on conclura la valeur de l'angle CIS : ainsi il n'y aura qu'à faire la proportion suivante, *Le sinus de* $66^d\ 32'$ *supplément de* $113^d\ 28'$ *est au côté* CI, *comme le sinus de l'angle* CIS *est au côté* CS. Fig. 134

Cela posé, afin de tracer les courbes qui représentent les paralleles, il faut marquer sur les lignes horaires les différens points par lesquels elles doivent passer. Or nous avons déja expliqué (78) la méthode de trouver ces points sur la méridienne, puisque ce sont les mêmes que ceux qui désignent les degrés de l'écliptique par lesquels passent les paralleles que l'on veut représenter.

104. Les points des différentes lignes horaires par lesquels doit passer un arc de Signe, sont ceux auxquels se termine successivement le rayon du soleil qui passe par le centre du trou de la plaque attachée à l'axe, lorsque cet Astre parcourt le parallele représenté par l'arc. Il s'agit donc de trouver les points des lignes horaires auxquels aboutit ce rayon. Or on trouvera ces points par le moyen du triangle formé 1°. par la partie de l'axe comprise entre le centre du Cadran & le centre du trou, 2°. par le rayon du soleil, 3°. par la

Fig. 13. ligne horaire prise depuis le centre du Cadran jusqu'au rayon du soleil. S'il s'agit, par exemple, de la ligne de deux heures, ce triangle sera CSF, dont les trois côtés sont CS, SF & CF. Or dans ce triangle on connoît le côté CS, que l'on trouve par l'art. 103. On connoît aussi l'angle CSF qui est droit si le soleil est à l'équateur : car chaque point de l'axe du Cadran pouvant être consideré comme le centre de l'équateur, les rayons du soleil qui tombent sur cet axe, lequel est une partie de celui du monde, lui sont perpendiculaires, parce que ces rayons sont alors dans le plan de ce cercle. Or si l'angle CSF est droit quand le soleil est à l'équateur; lorsque cet Astre déclinera vers le pole élevé sur l'horison, l'angle CSF surpassera l'angle droit d'une quantité égale à la déclinaison du soleil : & quand le soleil déclinera vers le pole abbaissé, l'angle CSF sera moindre qu'un angle droit d'une quantité égale à la déclinaison du soleil : ainsi on aura l'angle CSF en ajoutant la déclinaison du soleil à 90^{d}, ou en la retranchant selon que le soleil déclinera vers le pole supérieur ou vers le pole inférieur. Enfin on connoîtra l'angle SCF par l'analogie suivante, tirée de la Trigonométrie sphérique, dont le second terme est le sinus du complément d'un arc qui est tantôt la différence, tantôt la somme de la différence des longitudes & de la distance du soleil au méridien. *Le sinus total est au sinus du complément de la différence ou de la somme marquée ci-dessus, comme la tangente du complément de la hauteur du pole sur le plan, est à la tangente du complément de l'angle formé par l'axe & la ligne horaire.*

105. On déterminera le second terme de cette analogie par la regle suivante : Quand la ligne horaire dont il s'agit est du même côté que la soustilaire par rapport à la méridienne, on prend la différence des deux quantités marquées ci-dessus qui sont la différence des longitudes & la distance du soleil au méridien à l'heure proposée : mais lorsque la ligne horaire n'est pas du même côté que

la fouſtilaire, il faut prendre la ſomme de ces deux quantités. Or quand le Cadran décline vers l'orient, la fouſtilaire ſe trouve parmi les lignes horaires du matin; & quand il décline vers l'occident, la fouſtilaire eſt entre les lignes horaires du ſoir. Fig. 15.

Voici un exemple dans lequel on ſuppoſe un Cadran déclinant vers l'occident de 40 degrés ſitué à la latitude de Paris, laquelle eſt de $48^d\ 51'$. La différence des longitudes ſera $48^d\ 6'$, & la hauteur du pole ſur le plan ſera $30^d\ 16'$. S'il s'agit donc de trouver l'angle SCF pour la ligne de deux heures après midi, comme la diſtance du ſoleil au méridien à cette heure eſt 30 degrés, & qu'il faut prendre la différence des deux quantités $48^d\ 6'$ & 30^d, on aura $18^d\ 6'$, dont le complément eſt $71^d\ 54'$: c'eſt le ſinus de ce complément qui ſera le ſecond terme de la proportion: ainſi les logarithmes des trois premiers termes ſeront 1000000, 997796, 1023391, qui feront trouver le quatriéme nombre 1021187, qui eſt le logarithme de la tangente de $58^d\ 27'$, complément de $31^d\ 33'$: ainſi l'angle SCF eſt alors de $31^d\ 33'$.

106. On peut trouver le même angle par la Trigonométrie rectiligne en employant une analogie fondée ſur le triangle CS2 qu'il faut imaginer, lequel eſt rectangle en S, parce que, comme on ſuppoſe que le côté S2 aboutit à la ligne EBN, qui eſt l'équinoctiale par rapport au point S, ce côté eſt dans la direction d'un rayon qui viendroit de l'équateur, & par conſéquent il eſt perpendiculaire à l'axe. Dans ce triangle CS2 on peut aiſément connoître le rapport des deux côtés C2 & CS. Pour cet effet il faut conſidérer les deux autres triangles rectangles CB2 & CSB qui ont le côté commun CB lequel peut être pris pour rayon ou ſinus total dans l'un & l'autre triangle. Or ſi on prend le côté CB pour rayon, & le point C pour centre dans le premier triangle CB2 rectangle en B, l'hypotenuſe C2 ſera la ſécante de l'angle BC2 compris entre la fouſtilaire CB

Fig. 13. & la ligne horaire C2. On trouvera cet angle par l'article 237 du second Livre ; il est ici de $9^d\,21'$: & si on prend le même côté CB opposé à l'angle droit S dans le second triangle CSB, le côté CS sera le sinus de l'angle opposé CBS complément de l'angle SCB hauteur du pole sur le plan qui dans notre exemple est de $30^d\ 16'$. Ainsi dans le triangle CS2 rectangle en S, on pourra avoir les deux côtés C2 & CS exprimés en parties égales à celles du rayon, puisque le premier est la sécante de $9^d\,21'$, & le second est le sinus du complément de $30^d\,16'$. Par conséquent on pourra trouver l'angle C2S du triangle CS2 par l'analogie suiv. *La sécante* C2 *de l'angle compris entre la soustilaire & la ligne horaire, est au sinus total qui est le sinus de l'angle droit* S, *comme le sinus* CS *du complément de la hauteur du pole, est au sinus de l'angle opposé* C2S *complément de l'angle cherché* SC2 *ou* SCF.

Les logarithmes des trois premiers termes sont dans notre exemple, 1000581, 1000000, *993636*, dont le premier étant retranché de la somme des deux autres, on aura le reste *993055*, qui est le sinus artificiel de 58 27', complément de l'angle $31^d\,33'$.

Si les Tables dont on se sert ne contiennent pas les logarithmes des sécantes, il faut prendre la sécante naturelle & le rayon comme on les trouve dans ces Tables, & retrancher des chiffres de la fin pour qu'il ne reste que des sommes qui soient dans la Table des logarithmes des nombres naturels : dans notre exemple on ôtera les deux derniers chifres de la sécante 101346 & du rayon 100000, on aura les restes $1013\frac{1}{2}$ & 1000 dont on cherchera les logarithmes parmi ceux des nombres naturels, on trouvera *300580* & *300000* : ainsi les logarithmes des trois premiers termes de l'analogie précédente seront *300580*, 300000 & *993636* qui feront trouver le quatriéme logarithme *993056* : c'est le sinus artificiel de $58^d\,27'$.

107. Lorsqu'on connoît l'angle SCF que fait l'axe

avec chacune des lignes horaires, on trouve aisément le côté CF, qui est la distance depuis le centre du Cadran jusqu'au point de la ligne horaire par où doit passer l'arc de Signe qu'on veut tracer : car dans le triangle CSF on connoît les deux angles en C & en S, & de plus le côté CS que l'on détermine par l'analogie marquée ci-dessus (103) : supposons que le côté CS contienne 1000 parties égales de l'échelle, dont on se sert, & qu'on veuille marquer les points des lignes horaires par où doit pâsser l'arc qui représente le tropique qui est du côté du pole abbaissé sous l'horison : comme la déclinaison du soleil, qu'on suppose à ce tropique est alors du côté de ce pole, l'angle CSF qui est toujours le même pour tous les points d'un même arc sera égal (104) à la différence entre la mesure d'un angle droit & la déclinaison du soleil, qui est pour lors de 23 deg. 28′ : ainsi cet angle CSF sera de 66 deg. 32′, auquel il faut ajouter SCF, que nous avons trouvé dans notre exemple de 31ᵈ 33′, la somme sera de 98ᵈ 5′, qu'il faudra ôter de 180ᵈ, le reste 81ᵈ 55′, sera l'angle CFS : après quoi on fera la proportion suivante pour trouver le côté CF : *Le sinus de l'angle* CFS *est au côté* CS, *comme le sinus de l'angle* CSF *est au côté* CF, que l'on trouvera de $926\frac{1}{2}$ parties égales à celles de CS pour la ligne de deux heures. Voici le calcul par les logarithmes. Fig. 13.

300000	logarit. de 1000
996251	sinus artif. de 66ᵈ 32′.
1296251	somme
999566	sinus artif. de 81ᵈ 55′.
296685	logarith. de $926\frac{1}{2}$.

On trouvera par la même méthode qu'en supposant toujours la même latitude, la même déclinaison du soleil vers le pole abbaissé, & la même déclinaison

Fig. 13. du plan, le côté CF sera de 1906 parties pour la ligne de 9 heures du matin, de 1347 pour celle de 10 heures, de 1046 pour celle de 11 heures, de 963 pour celle de midi, de 936 pour celle d'une heure après midi, de 924 pour celle de 3 heures, de 925 pour celle de 4ʰ, de 931 pour celle de 5ʰ, de 948 pour celle de 6ʰ, & de 1000 pour celle de 7 heures.

Nous n'avons point eu d'égard à l'augmentation que cause dans la déclinaison septentrionale du soleil, la réfraction qui fait paroître les astres plus élevés qu'ils ne sont, ni à la diminution qu'elle produit dans la déclinaison méridionale : l'une & l'autre peuvent être négligées ici sans erreur sensible, sur-tout la premiere. Toutes les deux sont d'autant moindres que le pole est moins élevé sur l'horison.

108. Le point de la soustilaire par lequel doit passer un arc de Signe est le plus facile à trouver, parce que l'angle SCF est la hauteur du pole sur le plan. C'est ce point qui est le sommet de la courbure des arcs des Signes : car la soustilaire étant la méridienne du plan, & le méridien qui la forme en coupant le plan étant le méridien du plan, le soleil s'éleve toujours sur le plan jusqu'à ce qu'il soit arrivé à ce méridien, après quoi il s'abbaisse dans la même proportion qu'il s'étoit élevé ; c'est pourquoi l'ombre de l'axe augmente après le passage par ce méridien de la même maniere qu'elle avoit diminué avant. Or si on suppose que l'axe a seulement la longueur marquée par CS, la trace de l'extrémité de cette ombre sera l'arc de Signe qui représente le parallele que le soleil décrit à ce jour. Il faut juger de la soustilaire des plans verticaux ou inclinés, comme de la méridienne sur les horisontaux.

109. Si le centre du Cadran n'est pas sur le plan à cause de sa trop grande distance de l'horisontale & de l'équinoctiale, on pourra néanmoins trouver les points des lignes horaires par lesquels doit passer un arc de Signe. Pour cet effet on se servira d'une horisontale que l'on

prendra pour le terme duquel on commencera à compter les distances jusqu'aux points qui déterminent un arc de Signe ; & alors il faudra chercher par le calcul les parties des lignes horaires comprises entre le centre du Cadran & le point par lequel doit passer l'arc de Signe : on se servira pour cela de la méthode que nous venons d'expliquer. On cherchera aussi les parties des mêmes lignes horaires comprises entre le centre & l'horisontale : enfin on retranchera le nombre de ces secondes parties de celui des premieres, les restes seront les segmens des lignes horaires compris entre l'horisontale & les points par lesquels doit passer l'arc d'un Signe. Fig. 134

110. Pour trouver aisément les parties des lignes horaires contenues entre le centre & l'horisontale, il faut regarder la partie CL de la méridienne, comme sinus total qui ait le point C pour centre, auquel cas les parties cherchées des lignes horaires sont les sécantes des angles que font ces lignes avec la méridienne. Si donc on tire une ligne horisontale de maniere que la partie C*l* de la méridienne ne contienne que 1000 parties égales de l'échelle dont on se sert, les lignes horaires prises jusqu'à l'horisontale contiendront autant de parties que le marqueront les sécantes des angles que font ces lignes avec la méridienne en retranchant les deux derniers chifres de ces sécantes.

111. Pour faire mieux entendre ce que nous venons de dire, nous allons proposer un exemple. Supposons qu'un plan du midi situé à la latitude de $48^d\ 51'$ décline vers l'occident de 70 degrés, & qu'on veuille marquer sur la ligne de 2 heures le point par lequel doit passer l'arc qui représente le tropique du Capricorne. Je cherche d'abord par quel point de la méridienne doit passer l'horisontale, afin que la ligne C*l* ne contienne que 1000 parties. Je suppose que le rayon équinoctial BS soit pris de 1500 parties, on trouvera le côté CS du triangle rectangle CSB de 1461 parties, parce qu'en considérant BS comme rayon dont le

Fig. 13. centre soit B, le côté CS devient le sinus de CBS, complément de la hauteur du pole SCB, laquelle étant ici de 13 deg. l'angle CBS est de 77 deg. dont le sinus est de 97437, duquel ôtant les deux derniers chifres il reste 974, à quoi il faut ajouter la moitié 487, à cause que le rayon BS contient 1000 plus 500, qui est la moitié de 1000. Connoissant CS, on trouvera CL par le triangle CLS, qui est rectangle en L, parce que le côté SL étant dans le plan horisontal qui passe par le point S, il faut qu'il soit perpendiculaire à la méridienne CM. Dans ce triangle CLS on connoît donc l'angle droit L, le côté CS & de plus l'angle SCL, qui est le complément de la hauteur du pole sur l'horison (51) : ainsi on dira : *Le sinus total est au côté* CS, *comme le sinus de l'angle* CSL *qui est égal à la hauteur du pole, est au côté opposé* CL, que l'on trouvera de 1100 : par conséquent si on retranche 100 parties de CL depuis le point L, le reste C*l* sera de 1000 parties : ainsi il faut mener par le point *l* une horisontale *hr*.

112. Ayant le point D de la ligne de deux heures par lequel passe la ligne horisontale *hr*, je cherche en suite la partie CF de cette ligne horaire, que je trouve de 1346 parties égales à celles de CS ou de BS par la méthode de l'art. 107. Après cela je cherche aussi le segment CD, qui est la sécante de l'angle DC*l* formé par la ligne de 2 heures avec la méridienne que je trouve de 26^d 51$'$ par l'art. 240 du second Livre : CD est, dis-je, la sécante de l'angle DC*l* en prenant C*l* pour rayon, & le point C pour centre. Cette sécante est 112083, dont ôtant les deux derniers chifres, il reste 1121 pour la ligne CD. Après cela je retranche CD de CF, c'est-à-dire, 1121 de 1346, le reste 225 est DF : je connoîtrai donc le point F de la ligne de 2 heures par lequel doit passer l'arc qui représente le tropique du Capricorne ♑ F ♑.

113. On peut aussi se servir d'une équinoctiale pour

le

le terme dont on commence à compter les diſtances jusqu'aux arcs des Signes. Pour cet effet on cherchera d'abord la grandeur de CB, puis on prendra un segment C*b* qui ne contienne que 1000 parties, ou du moins un autre nombre qui ſoit composé des aliquotes de 1000, comme 1200 ou 1500: enſuite on tirera par le point *b* l'équinoctiale *ebn* que l'on prendra pour terme des diſtances juſqu'aux arcs, & pour lors en conſidérant C*b* comme rayon, les ſegmens des lignes horaires depuis le centre C juſqu'à l'équinoctiale *ebn* ſeront les ſécantes des angles que font ces lignes horaires, avec la ſouſtilaire, que l'on cherchera par l'art. 237 du ſecond Livre. Ainſi on trouvera ces ſegmens des lignes horaires: on les comparera avec les lignes CF en faiſant la ſouſtraction, & les reſtes ſeront les diſtances cherchées. Fig. 15.

114. Les arcs diurnes, c'eſt-à-dire, les lignes que la lumiere du ſoleil parcourt les jours qu'il ſe leve à certaines heures, comme à 4, à 5, à 6 heures, &c. ſe tracent par la même méthode que les arcs des Signes: c'eſt pourquoi il ne nous reſte plus qu'à montrer comment on trouve la déclinaiſon du ſoleil quand il ſe leve à une heure marquée, par exemple, à 4 heures ſur un lieu dont la latitude eſt connue. Il s'agit ici du lever apparent qui précede le lever véritable, d'autant plus que le ſoleil eſt plus près des tropiques, & que la latitude du lieu eſt plus grande. L'intervalle entre l'un & l'autre lever eſt de plus de 4 minutes à la latitude de Paris vers les ſolſtices. Il faut donc avoir égard ici a la réfraction, qui eſt la cauſe de la différence entre les deux levers.

115. C'eſt par la Trigonométrie ſphérique qu'on trouve le lever apparent du ſoleil: nous en allons expliquer la méthode. Soit le méridien HZPR, qui paſſe par le zenith Z & par le pole P: ſoit auſſi l'horiſon HR, l'équateur AT, le ſoleil S dans le tems qu'il paroît ſe lever, quoiqu'il ſoit encore réellement au-deſſous de Fig. 14.

Fig. 14. l'horiſon. Il faut concevoir l'arc ZS du vertical qui paſſe par le ſoleil, & l'arc PS du cercle horaire ou du cercle de déclinaiſon auquel le ſoleil ſe trouve : on aura le triangle ſphérique ZPS dont on connoît trois choſes, ſçavoir 1°. l'arc PZ qui eſt le complément de la latitude AZ, 2°. l'arc ZS qui comprend le quart de cercle ZO, plus le petit arc OS qui meſure la quantité dont le ſoleil eſt au-deſſous de l'horiſon : cet arc OS eſt de 32′ 20″. On peut négliger les ſecondes, & alors l'arc ZS eſt de 90ᵈ 32′. Enfin l'angle horaire ZPS eſt connu, parce qu'il contient autant de fois 15 deg. qu'il y a d'heures entre le moment du lever apparent du ſoleil & midi. Il s'agit de trouver PS qui eſt le compl. de la déclinaiſon SD quand le ſoleil eſt du côté du pole élevé : mais lorſqu'il eſt du côté du pole abbaiſſé ſous l'horiſon, la déclinaiſon eſt l'excès de PS ſur 90 degrés. Pour cet effet, il faut de l'angle PZS oppoſé au côté cherché PS prolongé s'il eſt néceſſaire, il faut dis-je, tirer l'arc perpendiculaire ZX d'un grand cercle : ſi l'angle horaire ZPS eſt aigu, l'arc ZX tombera du côté de cet angle : mais ſi l'angle ZPS eſt obtus, l'arc ZX tombera du côté oppoſé à cet angle, c'eſt-à-dire, du côté du ſupplément de ZPS. Dans l'un & dans l'autre cas il faudra faire l'analogie ſuivante pour trouver le ſegment PX qui eſt un côté du triangle rectangle ZXP, dont PZ eſt l'hypotenuſe, *Le ſinus total eſt au ſinus du complément de l'angle* ZPX, *comme la tangente de l'hypotenuſe* PZ *eſt à la tangente du ſegment* PX. Ce ſegment eſt de même eſpece que l'hypotenuſe PZ ; & par conſéquent il contient toujours moins de 90 degrés.

116. Quand on aura trouvé ce ſegment PX il faudra chercher l'autre ſegment SX par cette ſeconde analogie, *Le ſinus du complément de* ZP *eſt au ſinus du complément de* ZS, *comme le ſinus du complément de* PX *eſt au ſinus du complément de* SX. Ce côté SX eſt toujours plus grand que 90ᵈ (Liv. 4 de la Sph. art. 17 & 18),

parce que l'hypotenuſe ZS eſt plus grande & le côté ZX plus petit qu'un quart de cercle. Si l'angle ZPS eſt aigu, on ajoutera PX à SX, la ſomme ſera PS, de laquelle on retranchera 90 degrés, le reſte ſera la déclinaiſon du ſoleil vers le pole abbaiſſé : mais ſi l'angle ZPS eſt obtus, on retranchera PX de SX, le reſte ſera PS, qu'il faudra ôter de 90 deg. & le nouveau reſte ſera la déclinaiſon du ſoleil vers le pole élevé. Fig. 146

Il pourroit arriver que l'angle ZPS étant obtus, le reſte PS fût un peu plus grand que 90^d, pour lors il faudroit ôter 90^d de PS, le petit reſte ſeroit la déclinaiſon du ſoleil vers le pole abbaiſſé.

117. Pour ſçavoir, par exemple, quelle doit être la déclinaiſon du ſoleil quand il ſe leve à 4 heures à la latitude de $48^d\ 51'$, on remarquera d'abord que l'angle ZPS dans ce cas eſt de 120 degrés & que par conſéquent l'arc perpendiculaire ZX tombe du côté de l'angle aigu, qui eſt le ſupplément de 120 degrés. Or le complément de cet angle aigu eſt 30^d, & l'hypotenuſe PZ eſt de $41^d\ 9'$, complément de la latitude $48^d\ 51'$. Ainſi les trois premiers termes de la premiere analogie ſeront le ſinus total, le ſinus de 30^d, & la tangente de $41^d\ 9'$, dont les logarithmes ſont 1000000, 969897 & 994146. Or le premier de ces trois nombres étant ôté de la ſomme des deux autres, il reſte 964043, qui eſt la tangente artificielle de $23^d\ 36'$; c'eſt la valeur de PX. Les trois premiers termes de la ſeconde analogie ſeront le ſinus de $48^d\ 51'$, complément de ZP, le ſinus de $32'\ 20''$ complément de ZS, & celui de $66^d\ 24'$ complément de PX. Or les logarithmes de ces ſinus ſont 987679, 797337, 996207, qui feront trouver le quatriéme logarithme 805865, qui eſt le coſinus artificiel de $89^d\ 20'\ 40''$: mais il faut prendre le ſupplément $90^d\ 39'\ 20''$ pour le ſegment SX, parce que ce ſegment eſt plus grand que 90^d. On retranchera enſuite PX de SX, on aura le reſte $67^d\ 3'\ 20''$, qu'il faudra ôter de 90^d, le nouveau reſte ſera $22^d\ 56'\ 40''$: c'eſt la déclinaiſon du ſoleil lorſqu'il ſe leve à 4 heures.

Fig. 14. 118. On se servira des mêmes analogies afin de trouver la déclinaison qu'il devroit avoir pour se lever à 8 heures ; mais il faudra alors ajouter PX=23^d 36′ à SX=90^d 39′ 20″, la somme sera PS=114^d 15′ 20″, & retrancher 90^d de cette somme, le reste 24^d 15′ 20″ est la déclinaison que le soleil devroit avoir afin qu'il se levât à 8 heures : ce qui fait connoître qu'il ne peut jamais se lever si tard à la latitude de 48^d 51′.

119. Si on veut trouver la déclinaison du Soleil lorsqu'il se leve à 6^h, il faut faire attention que le triangle ZPS est alors rectangle en P, & que l'arc vertical ZS en est l'hypotenuse : c'est pourquoi on trouvera PS par la seule analogie suivante, *Le cosinus de* PZ *est au sinus total, comme le cosinus de l'hypotenuse* ZS *est au cosinus de* PS. Ce côté PS est toujours plus grand que 90 degrés, parce que l'hypotenuse ZS du triangle rectangle ZPS étant plus grande & le côté PZ plus petit qu'un quart de cercle, il faut que l'autre côté PS soit plus grand que 90^d (Liv. 4 de la Sphere art. 18). En supposant la même latitude de 48^d 51′ les trois premiers termes de cette analogie sont le sinus de 48^d 51′, complément de PZ, le sinus total & le sinus de 32′ 20″, complément de ZS. Or les logarithmes de ces trois termes sont 987679, 1000000, 797337, qui feront trouver le quatriéme nombre 809658 cosinus artificiel de 89^d 17′, dont il faut prendre le supplément 90^d 43′ pour la valeur du côté PS, parce que ce côté doit être plus grand que 90 deg. Par conséquent la déclinaison du soleil lorsqu'il se leve à 6 heures est 43′, c'est-à-dire, l'excès de 90^d 43′ sur un quart de cercle : cette déclinaison est du côté du pole abaissé. L'analogie marquée ci-dessus est la même que la suivante. *Le sinus de la hauteur du pole est au sinus total, comme le sinus du complément de l'arc vertical compris entre le zenith & le lieu apparent du soleil est au sinus de la déclinaison du soleil.*

120. S'il n'y avoit point de réfraction, le soleil se leveroit à six heures lorsqu'il décrit l'équateur, c'est-à-

dire, quand il n'a point de déclinaiſon, parce que ce cercle étant coupé en deux parties égales par l'horiſon, ce ſeroit alors que le jour ſeroit égal à la nuit. Si on veut trouver quelle ſeroit ſa déclinaiſon lorſqu'il ſe leveroit à quelque autre heure, par exemple à 4 heures, en ſuppoſant qu'il n'y a point de réfraction, on pourra le trouver par le triangle CDS rectangle en D, dont le côté CD eſt l'arc de l'équateur, qui meſure l'angle horaire CPS entre le cercle PC de 6^h & le cercle PSD de 4^h, & l'angle SCD=ACH eſt l'élévation de l'équateur AT ſur l'horiſon HR. On cherche le côté DS qui eſt la déclinaiſon du ſoleil quand il ſe leve au point S : on le trouvera par cette analogie, *Le ſinus total eſt au ſinus de l'arc* CD *meſure de l'angle horaire* CPD, *comme la tangente de l'élévation* SCD *de l'équateur eſt à la tangente de l'arc* SD, qui eſt la déclinaiſon cherchée. En ſuppoſant toujours la latitude de $48^d\ 51'$, on trouvera qu'afin que le ſoleil ſe levât à 4^h, il faudroit que ſa déclinaiſon fût de $23^d\ 36'$. Les termes de cette analogie ſont les mêmes que les termes de celle qui eſt à l'art. 115. Fig. 15.

DE L'ANNEAU ASTRONOMIQUE.

De tous les Inſtrumens portatifs dont on ſe ſert pour connoître l'heure au ſoleil, l'Anneau aſtronomique eſt le plus commode, le plus éxact, & en même tems très-ſimple. Nous en allons donner la deſcription, après quoi nous en expoſerons l'uſage & la démonſtration.

121. L'Anneau aſtronomique eſt compoſé de deux cercles concentriques de cuivre, ou d'argent ou de quelque autre métail, dont l'intérieur ABCD eſt attaché à l'extérieur SAMC par deux pivots A & C autour deſquels il tourne afin qu'il puiſſe être diſpoſé dans une ſituation perpendiculaire au cercle extérieur : ces deux pivots paſſent par des points diamétralement oppoſés de l'un & de l'autre cercle. Ces deux cer- Fig. 16.

Fig. 16. cles étant dans la ſituation convenable, l'extérieur repréſente le méridien, & l'autre l'équateur. Leur grandeur n'eſt point déterminée, l'extérieur peut avoir depuis deux pouces de diametre juſqu'à ſix, & même davantage.

122. On diviſe en 24 parties égales la ſurface qui eſt ſur l'épaiſſeur du cercle intérieur, & qui eſt en dedans de ce cercle, & on marque ſur une des moitiés aux points de diviſions toutes les heures depuis une juſqu'à douze: on fait de même ſur l'autre moitié. De plus on partage également la largeur de cette ſurface par une circonférence que l'on y grave, & que nous appellerons dans la ſuite la *circonférence équinoctiale*.

123. Pour ce qui eſt du cercle extérieur, 1°. on y marque les degrés de latitude, en commençant par les deux pivots A & C qui ſont au point d'interſection des deux cercles: la latitude ſeptentrionale eſt marquée ſur un quart de ce cercle, & la méridionale ſur le quart de cercle oppoſé. 2°. On attache au méridien un pendant qui eſt mobile, afin qu'on le puiſſe faire gliſſer ſur le degré de latitude du lieu dans lequel on ſe trouve, quand on veut connoître l'heure avec cet Inſtrument: par exemple, ſi on veut connoître l'heure à Paris, il faut mettre le milieu du pendant à peu-près au 49me degré de latitude: & le pendant étant dans cette ſituation répond au zenith du lieu.

124. Il y a au-dedans du méridien une regle SM attachée par les deux extrémités, de maniere qu'elle puiſſe tourner ſur ces extrémités comme ſur deux pivots qui ſont éloignés d'un quart de cercle des deux pivots A & C du cercle intérieur. On a fait une fente au milieu & ſelon la longueur de cette regle dans laquelle on a mis une petite piéce percée par le milieu: cette piéce eſt mobile afin qu'elle puiſſe gliſſer le long de la fente. On l'appelle pour cette raiſon *Curſeur*. La regle étant ainſi diſpoſée la fente ou plutôt la ligne que l'on conçoit traverſer la regle par le milieu, ſelon la longueur, re-

préſente l'axe de l'équateur & du monde, dont les deux poles ſont *S* & M. Fig. 16.

125. On a marqué d'un côté de cette regle les degrés des Signes de dix en dix, ou même de cinq en cinq. Or voici comment on les a marqués. Les commencemens d'*Aries* & de *Libra* répondent à une ligne gravée ſur le milieu de la regle conſidérée ſelon la longueur : cette ligne eſt par conſéquent dans le plan du cercle intérieur, qui eſt l'équateur. Cela poſé, il faut concevoir que d'un point comme A de la circonférence équinoctiale on tire une perpendiculaire AP à cette ligne, & que du même point il y a d'autres lignes tirées dans le plan du méridien qui faſſent avec la perpendiculaire des angles égaux à la déclinaiſon des différens points de l'écliptique que l'on veut marquer ſur la regle : par exemple, ſi on veut repréſenter les degrés de dix en dix, on concevra une ligne tirée du point A, qui faſſe avec la perpendiculaire AP un angle égal à la déclinaiſon du point d'*Aries*, qui eſt à la fin du dixiéme degré, & de celui qui termine le vingtiéme degré de *Virgo*; enſuite une autre ligne qui faſſe avec la perpendiculaire un angle égal à la déclinaiſon du point qui termine le vingtiéme degré d'*Aries* & de celui qui termine le dixiéme degré de *Virgo*; ainſi de ſuite juſqu'à la fin du trentiéme degré de *Gemini*, ou le commencement du *Cancer*. Il en faut tirer de même de l'autre côté de la perpendiculaire pour les ſix autres Signes du zodiaque.

126. Il n'eſt pas difficile de trouver les points de la regle auxquels doivent aboutir toutes ces lignes : car comme on ſçait la déclinaiſon de tous les degrés de l'écliptique, on connoîtra par conſéquent l'angle que fait chaque ligne avec la perpendiculaire : ainſi on ſçaura auſſi combien de parties contient la tangente de cet angle. Or ſi on prend la perpendiculaire pour rayon, cette tangente eſt la diſtance de l'extrémité P de la perpendiculaire juſqu'au point ou aboutit la ligne qui eſt

Fig. 16. l'autre côté de l'angle, laquelle diſtance ſe prend, comme on voit, ſur la regle. Ainſi en connoiſſant le nombre des parties de la perpendiculaire, on trouvera quelle doit être cette diſtance.

127. Suppoſons que le rayon ou la perpendiculaire qui aboutit au point P eſt de 450 parties égales à celles d'une échelle: s'il s'agit de trouver ſur la regle la diſtance de ce point P à celui où l'on doit marquer la fin d'*Aries* & le commencement de *Virgo* d'un côté, ou la fin de *Libra* & le commencement de *Piſces* de l'autre côté de la perpendiculaire; la déclinaiſon de ces points de l'écliptique étant de $11^{d} 29'$, comme il paroît par la Table page 284, la tangente ſera de 203 en prenant le rayon de 1000 parties: on fera donc la proportion, 1000. 203 : : 450. X, dont le quatriéme terme eſt environ 91. Ainſi il faut que le point dont on cherche la diſtance au point P en ſoit éloigné de 91 parties égales à celles de l'échelle. Après avoir marqué ſur un côté de la regle les diviſions qui déſignent les degrés de l'écliptique, on marque de l'autre les jours des mois auxquels le ſoleil répond à ces degrés.

Ce que nous venons de dire de la conſtruction de l'Anneau aſtronomique ſuffit pour entendre l'uſage qu'on en fait.

128. Voici comment on trouve l'heure qu'il eſt avec cet Inſtrument. 1°. On fait gliſſer le pendant attaché au cercle extérieur juſqu'à ce que le milieu réponde à la latitude ou à la hauteur du pole du lieu où l'on eſt. 2°. On met le curſeur à peu près ſur le degré du Signe auquel répond pour lors le ſoleil, ſoit qu'on regarde le côté de la regle où les Signes ſont marqués, ſoit qu'on regarde celui où ſont écrits les noms des mois, ou au moins les lettres initiales de ces mois. 3°. On diſpoſe le cercle intérieur de façon qu'il ſoit perpendiculaire à l'autre qui doit repréſenter le méridien. 4°. On met un doigt dans l'anneau attaché au pendant pour ſoutenir l'Inſtrument en l'air, & on dirige vers le ſo-

leil une des faces de la regle qui contient le curseur. 5°. Enfin on tourne le méridien suspendu librement par l'anneau que l'on tient, on tourne, dis-je, ce cercle de façon que le rayon de lumiere tombe précisément sur la circonférence équinoctiale : le point où tombera le rayon désignera l'heure.

129. Pour entendre la raison de l'usage de cet Instrument, il faut supposer d'abord que le soleil est à l'équateur céleste, & que le petit trou du curseur est au milieu de la regle dans le plan & au centre du cercle intérieur. Si l'épaisseur de ce cercle n'interceptoit pas la lumiere du soleil, le rayon qui passeroit par le trou du curseur tombant sur la circonférence équinoctiale montreroit l'heure, puisque le rayon du soleil étant pour lors dans le plan du cercle intérieur, ce cercle seroit parallele à l'équateur céleste ; & par conséquent le cercle intérieur joint avec le curseur, dont le trou est au centre, seroit une espece de Cadran équinoctial. Si on conçoit à présent que le soleil décline vers un des poles, & que le curseur & tout l'instrument demeure dans la même situation, alors le rayon ne tombera plus sur la circonférence équinoctiale : il s'en écartera en faisant avec le plan du cercle intérieur un angle égal à la déclinaison du soleil : mais si on éloigne du centre le curseur d'une quantité égale à la déclinaison du soleil, il est évident que le rayon du soleil tombera encore sur la circonférence équinoctiale, & y marquera l'heure.

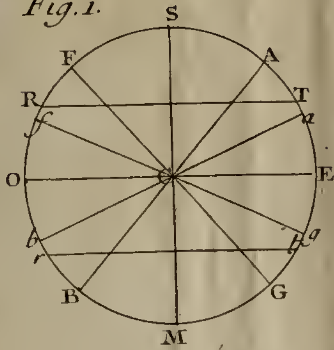
130. On voit par ce que nous venons de dire, qu'à chacun des équinoxes, il y a deux ou trois jours pendant lesquels on ne peut trouver l'heure avec cet Instrument, parce que l'épaisseur du cercle intérieur empêche le rayon du soleil de parvenir jusqu'au trou du curseur. Par la même raison le cercle extérieur qui sert de méridien empêche tous les jours que l'on ne puisse voir l'heure vers midi.

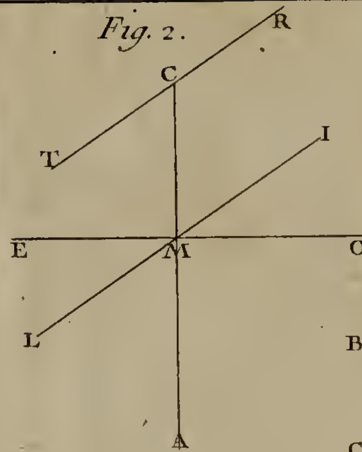
Explication des Tables suivantes.

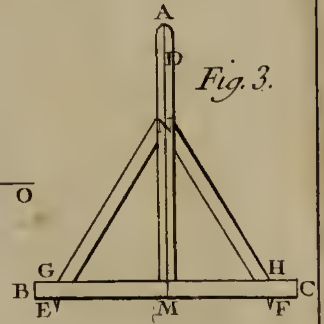
Nous avons jugé à propos d'ajouter des Tables, non-seulement pour épargner la peine du calcul dans les cas qui y sont contenus, mais aussi pour rassurer les Commençans dans les calculs qu'ils auront faits pour d'autres cas : car il leur arrive souvent d'être dans le doute lors même que leurs opérations sont bien faites. Or ils pourront se servir de ces Tables pour connoître s'ils ont bien calculé, en comparant le résultat de leurs calculs avec les Tables, pourvû qu'elles contiennent les cas qui approchent de ceux que leurs opérations supposent. Nous donnerons six sortes de Tables ; les premieres montreront les déclinaisons du soleil pour tous les jours de l'année ; il y en aura quatre de cette sorte. La suivante contiendra les angles horaires du Cadran horisontal. La 6me sera pour les angles que fait le vertical du soleil avec le méridien. Les trois autres contiendront l'angle de la soustilaire avec la méridienne, la hauteur du pole sur le plan, & la différence des longitudes ou des méridiens. Mais il faut auparavant en donner l'explication.

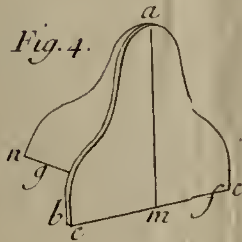
De la Table de la déclinaison du Soleil.

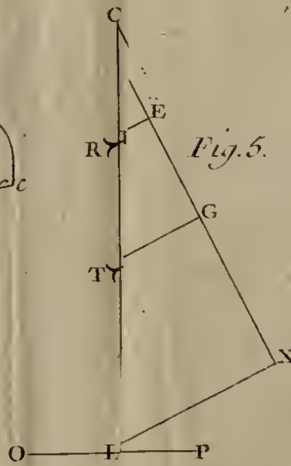
131. Nous avons supposé dans plusieurs Problêmes qu'on connoît la déclinaison du soleil pour toutes les heures du jour. On donne dans l'Astronomie la méthode de trouver cette déclinaison : mais comme elle suppose qu'on sçait le lieu du soleil sur l'écliptique, & qu'on ne peut trouver ce lieu que par des calculs qui dépendent d'une connoissance assez profonde de l'Astronomie, nous allons donner quatre Tables qui pourront servir pendant 20 ou 30 ans à connoître aisément sans erreur sensible la déclinaison du soleil à toutes les heures. Elles sont prises des *Ephemerides*, de M. de la Caille de l'Académie des Sciences de Paris. Ces quatre Tables sont pour quatre années, sçavoir, la

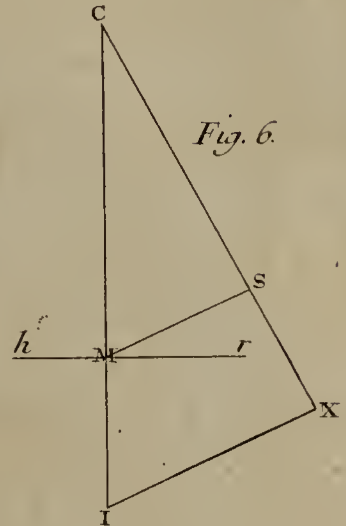

Fig. 1.
S
F
A
R
T
f
a
O
E
b
g
r
B
G
M

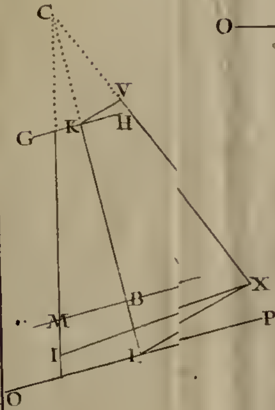

Fig. 2.
R
C
T
I
E
M
O
L
A

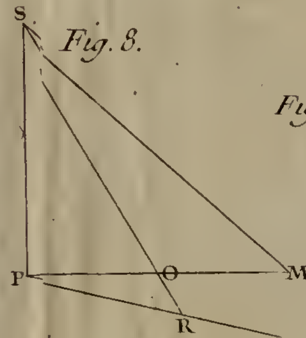

A
D
Fig. 3.
G
H
B
C
E
M
F

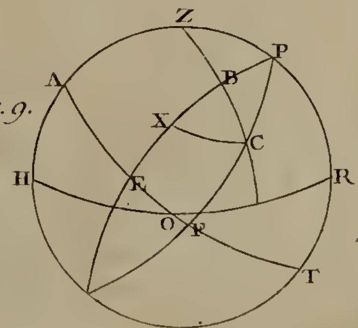

a
Fig. 4.
n
g
b
c
m
f
e

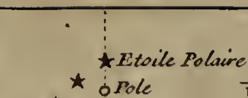

C
E
R
Fig. 5.
G
T
X
O
I
P

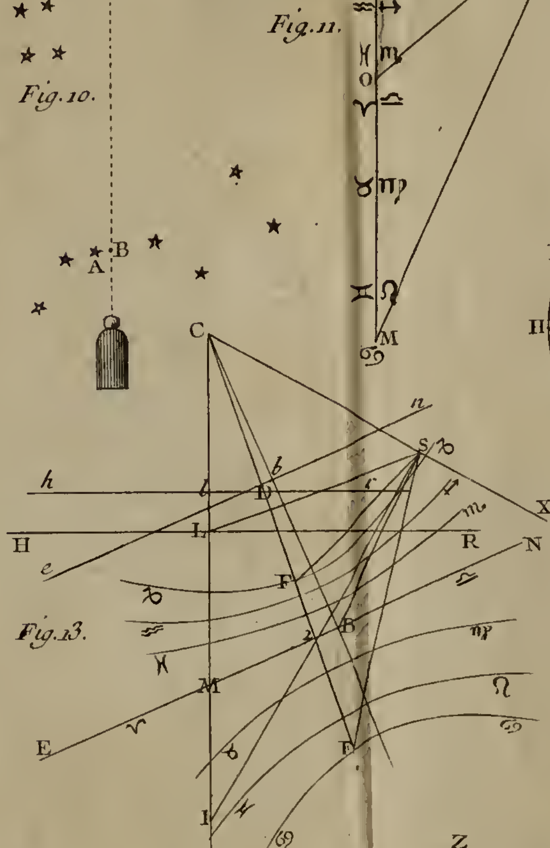

C
Fig. 6.
S
h
M
r
X
I

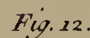

Fig. 7.
C
V
G
K
H
X
M
B
P
I
O

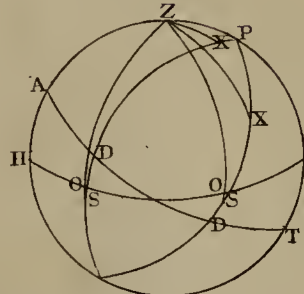

S
Fig. 8.
P
O
M
R

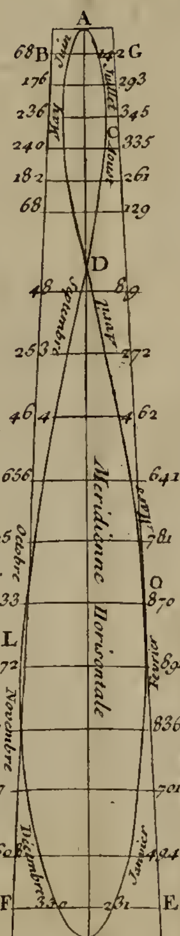

Z
P
A
B
Fig. 9.
X
C
H
R
E
O
T

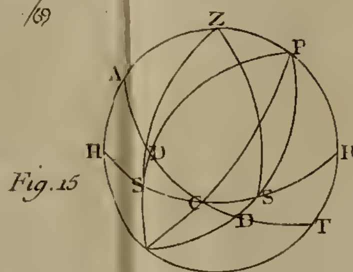

Etoile Polaire
Pole

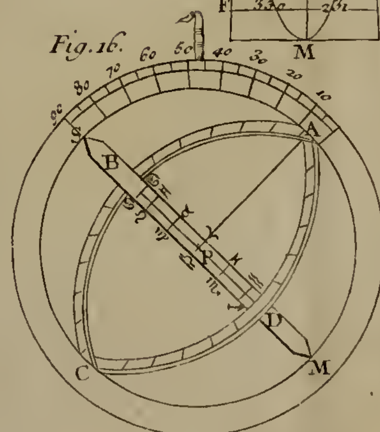

Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 13.


Fig. 12.


Fig. 14.


Meridienne Horisontale
Juin
Juillet
May
Aoust
Septembre
Avril
Octobre
Mars
Novembre
Fevrier
Decembre
Janvier


Fig. 15


Fig. 16.

premiere Table pour la premiere année après une bissextile ; la seconde Table pour la seconde année après la bissextile ; la troisiéme pour la troisiéme année : enfin la 4me pour l'année bissextile. Ces quatre Tables ont été calculées en supposant l'inclinaison de l'écliptique avec l'équateur de 23d 28′ 20″, telle à peu près qu'on l'a trouvée par des observations nouvelles & certaines. La premiere de ces Tables est prise des *Ephemerides*, année 1753, la seconde est prise de 1754, la troisiéme de 1751, enfin la quatriéme de 1752. Elles marquent toutes les déclinaisons du soleil quand il est midi à Paris.

132. Pour connoître par le moyen de ces Tables la déclinaison du soleil pour un jour de l'année, il faut considérer si cette année est bissextile ; & si elle ne l'est pas, il faut voir la quantiéme elle est, c'est-à-dire, ou la premiere, ou la seconde, ou la troisiéme après la derniere bissextile. Tout cela est facile à trouver, parce que l'année bissextile arrive de 4 ans en 4 ans, par exemple, en 1748, 52, 56, 60, 64, &c. ainsi si je veux sçavoir la déclinaison du soleil pour le premier Avril 1749, lorsqu'il sera midi à Paris, je fais attention que cette année est la premiere après la bissextile : c'est pourquoi je cherche cette déclinaison dans la premiere Table au premier d'Avril, & je trouve que c'est 4d 43′. De même si je veux sçavoir la déclinaison du soleil le 15 Juillet 1752, quand il sera midi à Paris, je remarque que cette année est bissextile, & qu'il faut par conséquent chercher cette déclinaison à la quatriéme Table au 15 de Juillet : je trouve que c'est 21d 28′.

133. Si on veut connoître la déclinaison pour une autre heure que midi, il faut prendre une partie proportionnelle de la différence qui se trouve entre les déclinaisons du midi qui précede, & du midi qui suit immédiatement cette heure, proportionnelle, dis-je, au tems qui s'est écoulé depuis le midi précédent, &

ajouter cette partie à la déclinaiſon telle qu'elle étoit pour lors, quand la déclinaiſon va en augmentant; ou retrancher cette partie quand la déclinaiſon diminue, la ſomme ou la différence ſera la déclinaiſon du ſoleil à l'heure propoſée. Si je veux connoître la déclinaiſon du ſoleil à huit heures du matin au méridien de Paris le 15 Juillet 1752, je cherche la différence des deux déclinaiſons du 14 & du 15 marquées dans la quatriéme Table entre leſquelles ſe trouve la déclinaiſon de l'heure propoſée; je trouve que c'eſt environ 10′. Or la partie proportionnelle de 10′, qui répond à 20ʰ qui ſe trouvent depuis le midi précédent juſqu'à 8ʰ du matin eſt à peu près 8′: je retranche donc 8′ de 21ᵈ 38′ marqués pour le 14, parce que la déclinaiſon va en diminuant, le reſte 21ᵈ 30′ eſt la déclinaiſon du 15 à 8 heures du matin au méridien de Paris.

134. Pour trouver la partie proportionnelle de la différence des déclinaiſons, on peut faire l'analogie ſuivante: 24 *heures ſont au nombre des heures écoulées depuis le midi précédent, comme la différence des déclinaiſons des deux midis eſt à la partie cherchée de cette différence.* Dans notre exemple cette proportion ſe réduit à ces termes, $24^h . 20^h :: 10' \; x$.

135. Quoique ces Tables ne ſoient faites que pour le méridien de Paris, néanmoins on peut les regarder comme faites pour le méridien de toutes les villes de France à cauſe que la différence des méridiens n'eſt pas aſſez conſidérable pour cauſer une erreur ſenſible dans la déclinaiſon du ſoleil. On pourroit auſſi ſe ſervir des mêmes Tables pour les autres lieux de la terre, quoique fort éloignés de Paris en longitude, pourvû qu'on eût égard à la différence des méridiens.

DE LA TABLE DES ANGLES HORAIRES du Cadran horiſontal.

136. Cette Table n'eſt autre choſe qu'une eſpece de Catalogue des angles horaires du Cadran horiſon-

tal, c'eſt-à-dire, des angles que font les différentes lignes horaires de ce Cadran avec la méridienne : elle comprend dix degrés de latitude dont chacun eſt partagé en ſix parties égales, comme on l'a marqué au haut de chaque page de la Table : par exemple, on a marqué au haut de la premiere page les ſix parties égales du quarante-quatriéme degré de latitude, en mettant 43^d 10', 43^d 20', 43^d 30', 43^d 40', 43^d 50', 44^d 0'.

137. On a placé ſous chacune de ces latitudes une colomne verticale qui contient les angles horaires de quart-d'heure en quart-d'heure depuis midi. On a auſſi poſé deux autres colomnes verticales à chaque page, une à gauche, l'autre à droite : la premiere à gauche contient les heures, les demies & les quarts depuis midi juſqu'à 6^h du matin, en allant de haut en bas. La ſeconde, qui eſt à la droite de la page, contient auſſi les heures, les demies & les quarts depuis midi juſqu'à 6^h du ſoir. Les heures ſont marquées en chifres Romains, les quarts ſont déſignés par 15, c'eſt-à-dire, 15 minutes, les demies par 30, & les trois quarts par 45. Cela poſé, on trouvera facilement les angles horaires de chaque latitude marquée dans la Table : par exemple, ſi je veux connoître quel eſt l'angle horaire que fait la ligne de dix heures & demie avec la mérid. à 43^d 20' de latitude, je cherche dans la colomne des heures à gauche les 30 min. qui ſont au-deſſus de dix heures, & je regarde quel eſt l'angle qui eſt dans le même rang horiſontal ſous 43^d 20', je trouve 15^d 52', c'eſt la valeur de l'angle horaire formé par la mérid. avec la ligne horaire de 10 heures 30^m à la latitude de 43^d 20'. Si on veut ſçavoir quel eſt l'angle que fait la ligne de $1^h \frac{1}{2}$ après midi avec la méridienne à la même latitude de 43^d 20', on cherchera 30 min. dans la colomne à droite au-deſſous d'une heure, & on regardera dans le rang horiſontal de ces 30 min. l'angle qui eſt ſous 43^d 20', on trouvera 15^d 52', c'eſt l'angle qu'on demande.

138. On remarquera que cet angle eſt le même que

celui de $10^h\ 30^m$, ce qui doit être ainſi : car dans les Cadrans horiſontaux les angles horaires du matin ſont égaux à ceux du ſoir, lorſque les heures qui répondent à ces angles ſont également éloignées de midi, les unes avant & les autres après. On peut voir à préſent pourquoi les heures vont en diminuant de haut en bas dans la colomne qui eſt à gauche, au lieu qu'elles vont en augmentant dans la colomne à droite : car comme il étoit néceſſaire que les heures qui ſont dans le même rang horiſontal à gauche & à droite fuſſent également éloignées de midi, que l'on ſuppoſe au haut de l'une & de l'autre colomne, les heures ont dû aller en diminuant dans la premiere & en augmentant dans la ſeconde.

139. On n'a étendu cette Table que juſqu'à ſix heures ſoit du matin ſoit du ſoir : mais ſi on veut avoir un angle horaire de quelque heure qui précede la ſixiéme du matin, ou qui ſoit après la ſixiéme du ſoir, il eſt facile de le trouver par cette Table.

Je ſuppoſe, par exemple, qu'on veuille trouver l'angle horaire de 5 heures du matin, il faut chercher l'angle horaire de 5 heures du ſoir, le ſupplément de cet angle ſera l'angle qu'on veut connoître. Pareillement ſi on veut avoir l'angle horaire de 7 heures du ſoir, on cherchera l'angle de 7 heures du matin, le ſupplément de cet angle ſera l'angle dont il s'agit. La raiſon de cela eſt que c'eſt la même ligne prolongée qui eſt la ligne horaire de 5 heures du ſoir, & celle de 5 heures du matin. Or cela étant, il faut qu'un des angles ſoit le ſupplément de l'autre, en ſuppoſant qu'on prend toujours les angles du côté de l'équinoctiale.

De la Table de l'angle du vertical du Soleil avec le méridien.

140. Pour trouver la déclinaiſon d'un plan par la méthode du Vme Problême art. 121, qui eſt la plus avantageuſe entre celles qui ſont générales, il faut cher-

cher deux angles, celui du vertical du ſoleil avec le plan, & celui du même vertical avec le méridien. Ces deux angles étant connus, on retranche l'un de l'autre, ou bien on les ajoute enſemble ; la différence ou la ſomme eſt la déclinaiſon du plan. Or de ces deux angles, c'eſt celui du vertical du ſoleil avec le méridien qui eſt le plus difficile à trouver. La Table que nous donnons pourra ſervir à cet effet depuis le 48me degré de latitude juſqu'au 50me, & depuis 15d 20′ de la déclinaiſon du ſoleil vers le pole élevé juſqu'au tropique voiſin, pourvû qu'on ait trouvé la hauteur du ſoleil pour le moment auquel on a marqué le point d'ombre. Chaque page de cette Table contient ſept colomnes, dont la premiere eſt compoſée des hauteurs du ſoleil de 20′ en 20′ depuis 38d 20′ juſqu'au 49me degré, & les ſix autres contiennent les angles correſpondans du vertical du ſoleil avec le méridien, ſelon les différentes déclinaiſons du ſoleil qui ſont marquées au-deſſus des ſix colomnes de 20′ en 20′. Ces angles ſont ceux qui regardent l'équateur, & non pas leur ſupplément qui ſont tournés vers le pole élevé. Si on veut donc connoître l'angle du vertical du ſoleil avec le méridien lorſque le ſoleil eſt au 43me degré de hauteur ſur l'horiſon d'un lieu qui a 48d de latitude, & qu'il décline de 16d 20′ vers le pole élevé, on cherchera ſous le 48me deg. cet angle vis-à-vis du 43me degré de hauteur dans la colomne au haut de laquelle il y a 16d 20′, & on trouvera 62d 33′, c'eſt l'angle cherché qui regarde l'équateur.

141. Dans la derniere page de cette Table on a marqué les degrés de déclinaiſon du ſoleil de 14′ en 14′ pour plus grande préciſion, parce que le ſoleil eſt alors plus long-tems à changer d'une minute de déclinaiſon : car il a ſenſiblement la même déclinaiſon pluſieurs jours de ſuite aux ſolſtices, & dans les tems qui en approchent il ne change que d'environ une ou deux minutes par jour, au lieu que vers les équinoxes il

change environ de 24′ de déclinaiſon par jour.

142. On peut ſe ſervir de la même Table pour trouver l'angle du vertical du ſoleil avec le méridien pour les degrés intermédiaires, ſoit de la latitude, ſoit de la hauteur du ſoleil, ſoit de ſa déclinaiſon : par exemple, la latitude d'un lieu étant de 49ᵈ & la hauteur du ſoleil étant de 45ᵈ, ſi on veut trouver l'angle du vertical du ſoleil avec le méridien quand ſa déclinaiſon eſt de 20ᵈ 10′, on prendra la différence entre les deux angles qui répondent à 45ᵈ de hauteur, dont l'un eſt ſous 20ᵈ, & l'autre ſous 20ᵈ 20′ de déclinaiſon, ce ſont 65ᵈ 36′ & 66ᵈ 20′, qui different de 44′, dont il faut prendre la moitié 22′, parce que 10′ ſont la moitié de la différence entre 20ᵈ & 20ᵈ 20′. Par conſéquent en ajoutant cette moitié à 65ᵈ 36′, la ſomme 65ᵈ 58′ eſt l'angle cherché. On pourroit ſe ſervir pour trouver cet angle d'une proportion ſemblable à celle dont nous avons parlé dans l'explication des Tables de la déclinaiſon du ſoleil.

Cette Table a été calculée par la méthode de l'art. 124 du ſecond Livre. M. de Targe Maître de Mathématiques, qui les enſeigne avec ſuccès, a bien voulu s'en donner la peine. Il a auſſi fait la Table de la différence des longitudes qui eſt à la fin.

143. Afin qu'on ſçache à peu près le tems auquel il faut marquer les points d'ombre pour qu'on puiſſe faire uſage de cette Table, nous allons indiquer les heures pour les cas extrêmes qu'elle contient, & on pourra juger par-là à peu près des heures qui conviennent aux autres cas.

Latitude 48ᵈ, *Déclinaiſon du Soleil* 15ᵈ 20′.

Haut. 38ᵈ 20′ :	à 8ʰ 44ᵐ avant midi,	& à 3ʰ 16ᵐ	apr. midi.
du Sol. 49ᵈ :	à 10ʰ avant midi,	& à 2ʰ	apr. midi.

C'eſt-à-dire, que la latitude étant de 48ᵈ, & la déclinaiſon du ſoleil de 15ᵈ 20′, le ſoleil eſt élevé de 38ᵈ 20′ ſur l'horiſon à 8ʰ 44ᵐ du matin & à 3ʰ 16ᵐ après midi : & il eſt élevé de 49ᵈ à 10ʰ du matin & à 2ʰ après midi.

Le

Le ſoleil eſt donc 1h 16m à parvenir d'une hauteur à à l'autre, ſoit avant ſoit après midi.

Latitude 48d, Déclinaiſon du Soleil 23d 28'.

Haut. 38d 20' : à 8h 8m avant midi, & à 3h 52m apr. midi.
du Sol. 49d : à 9h 13m avant midi, & à 2h 47m apr. midi.

Le ſoleil eſt donc 1h 5m à parvenir d'une hauteur à l'autre, ſoit avant ſoit après midi.

Latitude 50d, Déclinaiſon du Soleil 15d 20'.

Haut. 38h 20' : à 8h 49m avant midi, & à 3h 11m apr. midi.
du Sol. 49d : à 10h 12m avant midi, & à 1h 48m apr. midi.

Le Soleil eſt donc 1h 23m à parvenir d'une hauteur à l'autre avant & après midi.

Latitude 50d, Déclinaiſon du Soleil 23d 28'.

Haut. 38d 20' : à 8h 9m avant midi, & à 3h 51m apr. midi.
du Sol. 49d : à 9h 19m avant midi, & à 2h 41m apr. midi.

Le ſoleil eſt donc 1h 10m à parvenir d'une hauteur à l'autre avant & après midi. Ces calculs ont été faits par la méthode des art. 135 & ſuivans, du ſecond Livre.

Des Tables qui contiennent les trois angles fondamentaux des Cadrans.

145. Les trois dernieres Tables ſervent à connoître les trois angles qu'on peut appeller fondamentaux pour la conſtruction des Cadrans, ſçavoir l'angle de la ſouſtilaire avec la méridienne, celui de l'axe avec la ſouſtilaire, on l'appelle la hauteur du pole ſur le plan, & enfin la différence des longitudes ou des méridiens. Elles s'étendent toutes les trois depuis le premier degré de la déclinaiſon du plan juſqu'au 64me. Les deux premieres ne contiennent chacune que trois pages: mais la derniere en contient ſept, parce que les angles de la différence des longitudes étant plus différens entr'eux que ceux des deux premieres Tables, il étoit à propos de diviſer les 64 degrés de déclinaiſon en par-

ties plus petites. Par la raiſon oppoſée on trouvera dans chacune de ces trois Tables une page, ſoit la premiere ſoit la derniere, dans laquelle les degrés de déclinaiſon ſeront moins diviſés que dans les autres, parce que les angles qui répondent à ces degrés de déclinaiſon ſont moins différens entr'eux que ceux qui répondent aux degrés de déclinaiſon qui ſont dans les autres pages. Dans chaque page de ces Tables il y a ſept colomnes, dont la premiere, ou celle qui eſt à gauche, contient les degrès de déclinaiſon du plan, & les ſix autres renferment les angles propres à chaque Table pour pluſieurs degrés de latitude; ce ſont le 45me, le 46me, le 47me, le 48me, le 49me & le 50me, comme on les voit marqués au haut des ſix colomnes. Ainſi ces Tables pourront étre d'uſage preſque pour toute la latitude que renferme la France. On pourra ſe ſervir de ces Tables pour trouver les angles intermédiaires, ſoit de la déclinaiſon du plan, ſoit de la latitude, comme nous l'avons dit touchant les autres Tables. Pour calculer ces Tables on a employé les analogies renfermées dans le Xme, le XIme & le XIIme Problême de la ſeconde ſection du ſecond Livre.

TABLES

DE

GNOMONIQUE.

TABLE I. de la déclin. du Sol. à midi au Mérid. de Paris pour les 1res ann. après les Bissextiles, comme 1749, 1753, 1757, &c.

	Janvier.		*Février.*		*Mars.*		*Avril.*		*Mai.*		*Juin.*	
jours du mois.	Déclin. méridio.		Déclin. méridio.		Déclin. méridio.		Déclin. feptentr.		Déclin. feptentr.		Déclin. feptentr.	
	D.	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*
1	22	59	16	58	7	24	4	43	15	12	22	7
2	22	54	16	40	7	1	5	6	15	30	22	15
3	22	48	16	23	6	38	5	29	15	48	22	23
4	22	41	16	5	6	15	5	52	16	5	22	30
5	22	35	15	46	5	52	6	14	16	22	22	36
6	22	27	15	28	5	29	6	37	16	39	22	43
7	22	20	15	9	5	5	6	59	16	56	22	49
8	22	12	14	50	4	42	7	22	17	12	22	54
9	22	3	14	31	4	19	7	44	17	28	22	59
10	21	54	14	11	3	55	8	6	17	44	23	4
11	21	45	13	52	3	32	8	28	17	59	23	8
12	21	35	13	32	3	8	8	50	18	14	23	12
13	21	24	13	11	2	44	9	12	18	29	23	15
14	21	14	12	51	2	21	9	34	18	44	23	19
15	21	3	12	30	1	57	9	55	18	58	23	21
16	20	51	12	10	1	33	10	16	19	12	23	23
17	20	39	11	49	1	10	10	37	19	25	23	25
18	20	27	11	27	0	46	10	58	19	39	23	27
19	20	14	11	6	0	22	11	19	19	52	23	28
					feptentr.							
20	20	1	10	45	0	1	11	40	20	4	23	28
21	19	48	10	23	0	25	12	0	20	16	23	28
22	19	34	10	1	0	49	12	20	20	28	23	28
23	19	20	9	39	1	12	12	40	20	40	23	27
24	19	6	9	17	1	36	13	0	20	51	23	26
25	18	51	8	55	1	59	13	20	21	2	23	25
26	18	36	8	32	2	23	13	39	21	12	23	23
27	18	20	8	10	2	46	13	58	21	22	23	21
28	18	4	7	47	3	9	14	17	21	32	23	18
29	17	48			3	33	14	36	21	42	23	15
30	17	32			3	56	14	54	21	51	23	11
31	17	15			4	20			21	59		

TABLE I. de la déclin. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les 1res ann. après les Bissextiles, comme 1749, 1753, 1757, &c.

jours du mois.	*Juillet.* Déclin. septentr.		*Août.* Déclin. septentr.		*Septemb.* Déclin. septentr.		*Octobre.* Déclin. méridio.		*Novemb.* Déclin. méridio.		*Décemb.* Déclin. méridio.	
	D.	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*
1	23	7	17	58	8	10	3	20	14	36	21	55
2	23	3	17	43	7	49	3	44	14	53	22	4
3	22	58	17	27	7	27	4	7	15	13	22	12
4	22	53	17	11	7	4	4	30	15	32	22	20
5	22	48	16	55	6	42	4	53	15	50	22	28
6	22	42	16	38	6	20	5	16	16	8	22	35
7	22	35	16	22	5	57	5	39	16	26	22	42
8	22	29	16	5	5	34	6	2	16	44	22	48
9	22	21	15	48	5	12	6	25	17	1	22	54
10	22	14	15	30	4	49	6	48	17	18	22	59
11	22	6	15	12	4	26	7	11	17	34	23	4
12	21	58	14	54	4	3	7	34	17	51	23	9
13	21	49	14	38	3	40	7	56	18	7	23	13
14	21	40	14	17	3	17	8	18	18	23	23	16
15	21	31	13	59	2	54	8	41	18	38	23	20
16	21	21	13	40	2	31	9	3	18	53	23	22
17	21	11	13	21	2	7	9	25	19	8	23	24
18	21	0	13	1	1	44	9	47	19	22	23	26
19	20	50	12	42	1	21	10	9	19	36	23	27
20	20	38	12	22	0	57	10	30	19	50	23	28
21	20	27	12	2	0	34	10	52	20	3	23	28
22	20	15	11	42	0	11	11	13	20	16	23	28
					méridio.							
23	20	3	11	21	0	13	11	34	20	28	23	27
24	19	50	11	1	0	36	11	55	20	41	23	26
25	19	37	10	40	1	0	12	16	20	53	23	25
26	19	24	10	19	1	23	12	36	21	4	23	23
27	19	11	9	58	1	47	12	57	21	15	23	20
28	18	57	9	37	2	10	13	17	21	25	23	17
29	18	43	9	15	2	34	13	37	21	35	23	14
30	18	28	8	54	2	57	13	57	21	45	23	10
31	18	13	8	32			14	16			23	5

TABLE II. de la déclin. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les 2[des] ann. après les bissext. telles que 1746, 1750, 1754, &c.

	Janvier.		*Février.*		*Mars.*		*Avril.*		*Mai.*		*Juin.*	
jours du mois.	Déclin. méridio.		Déclin. méridio.		Déclin. méridio.		Déclin. feptentr.		Déclin. feptentr.		Déclin. feptentr.	
	D.	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*
1	23	0	17	2	7	30	4	37	15	8	22	5
2	22	55	16	45	7	7	5	0	15	26	22	13
3	22	49	16	27	6	44	5	23	15	43	22	21
4	22	43	16	9	6	21	5	46	16	1	22	28
5	22	36	15	51	5	58	6	9	16	18	22	35
6	22	29	15	32	5	34	6	31	16	35	22	41
7	22	22	15	14	5	11	6	54	16	52	22	47
8	22	14	14	55	4	48	7	16	17	8	22	53
9	22	5	14	36	4	24	7	39	17	24	22	58
10	21	56	14	16	4	1	8	1	17	40	23	3
11	21	47	13	56	3	37	8	23	17	56	23	7
12	21	37	13	36	3	14	8	45	18	11	23	11
13	21	27	13	16	2	50	9	7	18	26	23	15
14	21	16	12	56	2	27	9	28	18	40	23	18
15	21	5	12	35	2	3	9	50	18	55	23	21
16	20	54	12	15	1	39	10	11	19	9	23	23
17	20	42	11	54	1	16	10	32	19	22	23	25
18	20	30	11	33	0	52	10	53	19	36	23	26
19	20	18	11	11	0	28	11	14	19	48	23	27
20	20	5	10	50	0	4	11	35	20	1	23	28
					feptentr.							
21	19	51	10	28	0	19	11	55	20	13	23	28
22	19	38	10	6	0	43	12	15	20	25	23	28
23	19	24	9	44	1	7	12	35	20	37	23	28
24	19	9	9	22	1	30	12	55	20	48	23	27
25	18	54	9	0	1	54	13	15	20	59	23	25
26	18	39	8	38	2	17	13	34	21	10	23	24
27	18	24	8	15	2	41	13	53	21	20	23	21
28	18	8	7	52	3	4	14	12	21	30	23	19
29	17	52			3	27	14	31	21	39	23	16
30	17	36			3	51	14	50	21	48	23	12
31	17	19			4	14			21	57		

TABLE II. de la déclin. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les 2des ann. après les bissextiles, telles que 1746, 1750, 1754, &c.

jours du mois.	*Juillet.* Déclin. septentr.		*Août.* Déclin. septentr.		*Septembre.* Déclin. septentr.		*Octobre.* Déclin. méridio.		*Novembre.* Déclin. méridio.		*Décemb.* Déclin. méridio.	
	D.	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*
1	23	8	18	2	8	16	3	15	14	31	21	52
2	23	4	17	47	7	54	3	38	14	50	22	2
3	22	59	17	31	7	32	4	1	15	9	22	10
4	22	54	17	15	7	10	4	25	15	28	22	18
5	22	49	16	59	6	47	4	48	15	46	22	26
6	22	43	16	43	6	25	5	11	16	4	22	33
7	22	37	16	26	6	3	5	34	16	22	22	40
8	22	30	16	9	5	40	5	57	16	40	22	47
9	22	23	15	52	5	17	6	20	16	57	22	53
10	22	16	15	34	4	55	6	43	17	14	22	58
11	22	8	15	17	4	32	7	5	17	31	23	3
12	22	0	14	59	4	9	7	28	17	47	23	8
13	21	51	14	40	3	46	7	51	18	3	23	12
14	21	42	14	22	3	23	8	13	18	19	23	16
15	21	33	14	3	3	0	8	35	18	34	23	19
16	21	23	13	44	2	36	8	58	18	49	23	22
17	21	13	13	25	2	13	9	20	19	4	23	24
18	21	3	13	6	1	50	9	42	19	19	23	26
19	20	52	12	46	1	26	10	3	19	33	23	27
20	20	41	12	27	1	3	10	25	19	46	23	28
21	20	30	12	7	0	40	10	47	20	0	23	28
22	20	18	11	47	0	16	11	8	20	13	23	28
					méridio.							
23	20	6	11	26	0	7	11	29	20	25	23	28
24	19	53	11	6	0	31	11	50	20	38	23	27
25	19	40	10	45	0	54	12	11	20	50	23	25
26	19	27	10	24	1	18	12	32	21	1	23	23
27	19	14	10	3	1	41	12	52	21	12	23	21
28	19	0	9	42	2	4	13	12	21	23	23	18
29	18	46	9	21	2	28	13	32	21	33	23	15
30	18	32	8	59	2	51	13	52	21	43	23	11
31	18	17	8	38			14	12			23	6

TABLE III. de la décl. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les 3mes ann. après les bissext. telles que 1747, 1751, 1755, &c.

Jours du mois.	*Janvier.* Déclin. méridio.		*Février.* Déclin. méridio.		*Mars.* Déclin. méridio.		*Avril.* Déclin. septentr.		*Mai.* Déclin. septentr.		*Juin.* Déclin. septentr.	
	D.	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*
1	23	2	17	7	7	36	4	31	15	3	22	3
2	22	57	16	49	7	13	4	54	15	21	22	11
3	22	51	16	32	6	50	5	17	15	39	22	19
4	22	45	16	14	6	27	5	40	15	56	22	26
5	22	38	15	56	6	4	6	3	16	13	22	33
6	22	31	15	37	5	41	6	25	16	31	22	40
7	22	24	15	19	5	17	6	48	16	47	22	46
8	22	16	15	0	4	54	7	10	17	4	22	51
9	22	7	14	41	4	31	7	33	17	20	22	57
10	21	59	14	21	4	7	7	55	17	36	23	2
11	21	50	14	2	3	44	8	17	17	51	23	6
12	21	40	13	42	3	20	8	39	18	7	23	10
13	21	30	13	22	2	57	9	1	18	22	23	14
14	21	19	13	2	2	33	9	23	18	36	23	17
15	21	9	12	41	2	9	9	44	18	51	23	20
16	20	57	12	20	1	46	10	5	19	5	23	22
17	20	46	11	59	1	22	10	27	19	18	23	24
18	20	33	11	38	0	58	10	48	19	32	23	26
19	20	21	11	17	0	35	11	8	19	45	23	27
20	20	8	10	56	0	11	11	29	19	58	23	28
					septentr.							
21	19	55	10	34	0	13	11	50	20	10	23	28
22	19	42	10	12	0	36	12	10	20	22	23	28
23	19	27	9	50	1	0	12	30	20	34	23	28
24	19	13	9	28	1	24	12	50	20	45	23	27
25	18	59	9	6	1	47	13	10	20	56	23	26
26	18	43	8	44	2	11	13	29	21	7	23	24
27	18	28	8	21	2	34	13	48	21	17	23	22
28	18	12	7	59	2	58	14	7	21	27	23	19
29	17	56			3	21	14	26	21	37	23	18
30	17	40			3	44	14	44	21	46	23	13
31	17	23			4	8			21	55		

TABLE III. de la décl. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les 3mes ann. après les bissext. telles que 1747, 1751, 1755, &c.

	Juillet.		Août.		Septemb.		Octobre.		Novemb.		Décemb.	
jours du mois.	Déclin. septentr.		Déclin. septentr.		Déclin. septentr.		Déclin. méridio.		Déclin. méridio.		Déclin. méridio.	
	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.
1	23	9	18	6	8	22	3	8	14	26	21	50
2	23	5	17	51	8	0	3	32	14	45	21	59
3	23	1	17	35	7	38	3	55	15	4	22	8
4	22	56	17	20	7	16	4	18	15	23	22	16
5	22	50	17	3	6	54	4	41	15	41	22	24
6	22	45	16	47	6	31	5	5	15	59	22	31
7	22	32	16	31	6	9	5	28	16	17	22	38
8	22	39	16	14	5	46	5	51	16	35	22	45
9	22	25	15	56	5	24	6	14	16	52	22	51
10	22	18	15	39	5	1	6	36	17	9	22	57
11	22	10	15	21	4	38	6	59	17	26	23	2
12	22	2	15	3	4	15	7	22	17	42	23	7
13	21	54	14	45	3	52	7	44	17	59	23	11
14	21	45	14	27	3	29	8	7	18	14	23	15
15	21	36	14	8	3	6	8	29	18	30	23	18
16	21	26	13	50	2	43	8	52	18	45	23	21
17	21	16	13	30	2	19	9	14	19	0	23	22
18	21	6	13	11	1	56	9	36	19	15	23	25
19	20	55	12	52	1	33	9	57	19	29	23	27
20	20	44	12	32	1	9	10	19	19	42	23	28
21	20	33	12	12	0	46	10	41	19	56	23	28
22	20	21	11	52	0	23	11	2	20	9	23	28
					méridio.							
23	20	9	11	32	0	1	11	23	20	22	23	28
24	19	57	11	11	0	24	11	44	20	34	23	27
25	19	44	10	51	0	48	12	5	20	46	23	26
26	19	31	10	30	1	11	12	26	20	58	23	24
27	19	18	10	9	1	35	12	46	21	9	23	21
28	19	4	9	48	1	58	13	7	21	20	23	19
29	18	50	9	26	2	21	13	27	21	30	23	15
30	18	36	9	5	2	45	13	47	21	40	23	12
31	18	21	8	43			14	6			23	8

TABLE IV. de la déclin. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les années bissextiles, telles que 1748, 1752, 1756, &c.

Jours du mois.	*Janvier.* Déclin. méridio.		*Février.* Déclin. méridio.		*Mars.* Déclin. méridio.		*Avril.* Déclin. feptentr.		*Mai.* Déclin. feptentr.		*Juin.* Déclin. feptentr.	
	D.	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*	*D.*	*M.*
1	23	3	17	11	7	19	4	48	15	17	22	9
2	22	58	16	54	6	56	5	11	15	34	22	17
3	22	52	16	36	6	33	5	34	15	52	22	24
4	22	46	16	18	6	10	5	57	16	9	22	31
5	22	40	16	0	5	46	6	20	16	26	22	38
6	22	33	15	42	5	23	6	42	16	43	22	44
7	22	25	15	23	5	0	7	5	17	0	22	50
8	22	18	15	5	4	36	7	27	17	16	22	55
9	22	10	14	45	4	13	7	50	17	32	23	0
10	22	1	14	26	3	49	8	12	17	48	23	5
11	21	52	14	7	3	26	8	34	18	3	23	9
12	21	42	13	47	3	2	8	56	18	18	23	13
13	21	32	13	27	2	39	9	17	18	33	23	16
14	21	22	13	6	2	15	9	39	18	47	23	19
15	21	11	12	46	1	51	10	0	19	1	23	22
16	21	0	12	25	1	28	10	22	19	15	23	24
17	20	48	12	5	1	4	10	43	19	29	23	26
18	20	36	11	43	0	40	11	3	19	42	23	27
19	20	24	11	22	0	17	11	24	19	55	23	28
					feptentr.							
20	20	11	11	1	0	7	11	45	20	7	23	28
21	19	58	10	39	0	31	12	5	20	19	23	28
22	19	45	10	18	0	54	12	25	20	31	23	28
23	19	31	9	56	1	18	12	45	20	43	23	27
24	19	17	9	34	1	42	13	5	20	54	23	26
25	19	2	9	11	2	5	13	24	21	4	23	24
26	18	47	8	49	2	29	13	44	21	15	23	22
27	18	32	8	27	2	52	14	3	21	25	23	20
28	18	16	8	4	3	15	14	21	21	35	23	17
29	18	0	7	41	3	39	14	40	21	44	23	14
30	17	44			4	2	14	58	21	53	23	10
31	17	28			4	25			22	1		

TABLE IV. de la décl. du Soleil à midi au mérid. de Paris pour les années bissextiles, telles que 1748, 1752, 1756, &c.

	Juillet.		*Août.*		*Septemb.*		*Octobre.*		*Novemb.*		*Décemb.*	
jours du mois	Déclin. septentr.		Déclin. septentr.		Déclin. septentr.		Déclin. méridio.		Déclin. méridio.		Déclin. méridio.	
	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.
1	23	6	17	55	8	5	3	26	14	40	21	57
2	23	2	17	39	7	43	3	49	14	59	22	6
3	22	57	17	23	7	21	4	13	15	18	22	14
4	22	52	17	8	6	59	4	36	15	37	22	22
5	22	46	16	51	6	37	4	59	15	55	22	30
6	22	40	16	35	6	14	5	22	16	13	22	37
7	22	34	16	18	5	52	5	45	16	30	22	43
8	22	27	16	0	5	29	6	8	16	48	22	50
9	22	20	15	43	5	6	6	31	17	5	22	55
10	22	12	15	26	4	44	6	54	17	22	23	1
11	22	4	15	8	4	21	7	16	17	39	23	5
12	21	56	14	50	3	58	7	39	17	55	23	10
13	21	47	14	31	3	35	8	2	18	11	23	14
14	21	38	14	13	3	11	8	24	18	26	23	17
15	21	28	13	54	2	48	8	46	18	42	23	20
16	21	19	13	35	2	25	9	8	18	57	23	23
17	21	8	13	16	2	2	9	30	19	11	23	25
18	20	58	12	56	1	38	9	52	19	25	23	26
19	20	47	12	37	1	15	10	14	19	39	23	28
20	20	36	12	17	0	52	10	36	19	53	23	28
21	20	24	11	57	0	28	10	57	20	6	23	28
22	20	12	11	37	0	5	11	18	20	19	23	28
					méridio.							
23	20	0	11	16	0	19	11	39	20	31	23	27
24	19	47	10	56	0	42	12	0	20	44	23	26
25	19	34	10	35	1	5	12	21	20	55	23	24
26	19	21	10	14	1	29	12	41	21	6	23	22
27	19	7	9	53	1	52	13	2	21	17	23	19
28	18	53	9	32	2	16	13	22	21	28	23	16
29	18	39	9	10	2	39	13	42	21	38	23	13
30	18	25	8	49	3	3	14	2	21	48	23	9
31	18	10	8	27			14	21			23	4

Table V. des angles horaires du Cadran horiſontal, c'eſt-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	*Hauteur du Pole ou latitude.*						Heures du ſoir.
	43ᵈ10′	43.20.	43.30.	43.40.	43.50.	44. 0.	
45.	2 34	2 35	2 35	2 35	2 36	2 36	15.
30.	5 9	5 10	5 11	5 12	5 13	5 14	30.
15.	7 45	7 46	7 48	7 49	7 51	7 52	45.
XI.	10 23	10 25	10 27	10 29	10 31	10 33	I.
45.	13 4	13 7	13 9	13 12	13 14	13 16	15.
30.	15 49	15 52	15 55	15 58	16 0	16 3	30.
15.	18 39	18 42	18 45	18 48	18 51	18 55	45.
X.	21 33	21 37	21 41	21 44	21 48	21 51	II.
45.	24 34	24 38	24 42	24 46	24 50	24 54	15.
30.	27 42	27 46	27 51	27 55	27 59	28 4	30.
15.	30 58	31 3	31 7	31 12	31 16	31 21	45.
IX.	34 23	34 28	34 33	34 38	34 42	34 47	III.
45.	37 58	38 3	38 8	38 13	38 18	38 23	15.
30.	41 43	41 49	41 54	41 59	42 4	42 9	30.
15.	45 41	45 46	45 51	45 56	46 2	46 7	45.
VIII	49 50	49 56	50 1	50 6	50 11	50 16	IV.
45.	54 13	54 18	54 23	54 28	54 33	54 38	15.
30.	58 48	58 53	58 58	59 2	59 7	59 12	30.
15.	63 37	63 41	63 45	63 49	63 53	63 57	45.
VII.	68 37	68 40	68 44	68 47	68 51	68 54	V.
45.	73 47	73 50	73 53	73 56	73 59	74 1	15.
30.	79 7	79 8	79 10	79 12	79 14	79 16	30.
15.	84 32	84 33	84 34	84 35	84 36	84 37	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table V. des angles horaires du Cadran horiſontal, c'eſt-à-dire, des angles compris entre la Méridienne, & les lignes horaires.

Heures du matin.	*Hauteur du Pole ou latitude.*						Heures du soir.
	44ᵈ10′	44.20.	44.30.	44.40.	44.50.	45. 0.	
45.	2 37	2 37	2 38	2 38	2 39	2 39	15.
30.	5 15	5 15	5 16	5 17	5 18	5 19	30.
15.	7 53	7 55	7 56	7 58	7 59	8 0	45.
XI.	10 35	10 36	10 38	10 40	10 42	10 44	I.
45.	13 18	13 21	13 23	13 25	13 28	13 30	15.
30.	16 6	16 9	16 11	16 14	16 17	16 20	30.
15.	18 58	19 1	19 4	19 7	19 10	19 13	45
X.	21 55	21 58	22 2	22 6	22 9	22 13	II.
45.	24 58	25 2	25 6	25 10	25 14	25 17	15.
30.	28 8	28 12	28 16	28 21	28 25	28 29	30.
15.	31 26	31 30	31 35	31 39	31 44	31 48	45.
IX.	34 52	34 57	35 2	35 6	35 11	35 16	III.
45.	38 28	38 33	38 38	38 43	38 48	38 53	15.
30.	42 15	42 20	42 25	42 30	42 35	42 40	30.
15.	46 12	46 17	46 22	46 27	46 32	46 37	45.
VIII.	50 21	50 26	50 31	50 36	50 41	50 46	IV.
45.	54 43	54 47	54 52	54 57	55 2	55 7	15.
30.	59 16	59 21	59 25	59 30	59 34	59 38	30.
15.	64 2	64 6	64 10	64 14	64 18	64 21	45.
VII.	68 58	69 1	69 5	69 8	69 12	69 15	V.
45.	74 4	74 7	74 9	74 12	74 15	74 17	15.
30.	79 18	79 20	79 22	79 24	79 25	79 27	30.
15.	84 38	84 39	84 39	84 40	84 41	84 42	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table V. des angles horaires du Cadran horiſontal, c'eſt-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	Hauteur du Pole ou latitude.						Heures du ſoir.
	45, 10.	45. 20.	45. 30.	45. 40.	45. 50.	46. 0.	
45.	2 40	2 40	2 41	2 41	2 42	2 42	15.
30.	5 20	5 21	5 22	5 23	5 24	5 25	30.
15.	8 2	8 3	8 5	8 6	8 7	8 9	45.
XI.	10 46	10 47	10 49	10 51	10 53	10 55	I.
45.	13 32	13 34	13 37	13 39	13 41	13 43	15.
30.	16 22	16 25	16 28	16 30	16 33	16 36	30.
15.	19 17	19 20	19 23	19 26	19 29	19 32	45.
X.	22 16	22 20	22 23	22 26	22 30	22 33	II.
45.	25 21	25 25	25 29	25 33	25 37	25 40	15.
30.	28 33	28 37	28 42	28 46	28 50	28 54	30.
15.	31 53	31 57	32 2	32 6	32 10	32 15	45.
IX.	35 21	35 25	35 30	35 35	35 39	35 44	III.
45.	38 58	39 3	39 7	39 12	39 17	39 22	15.
30.	42 45	42 50	42 55	42 59	43 4	43 9	30.
15.	46 42	46 47	46 52	46 57	47 2	47 7	45.
VIII	50 51	50 56	51 1	51 5	51 10	51 15	IV.
45.	55 11	55 16	55 20	55 25	55 30	55 34	15.
30.	59 43	59 47	59 51	59 56	60 0	60 4	30.
15.	64 25	64 29	64 33	64 37	64 41	64 44	45.
VII.	69 18	69 21	69 25	69 28	69 31	69 34	V.
45.	74 20	74 23	74 25	74 28	74 30	74 33	15.
30.	79 29	79 31	79 33	79 34	79 36	79 38	30.
15.	84 43	84 44	84 45	84 46	84 47	84 48	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table V. des angles horaires du Cadran horisontal, c'est-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	*Hauteur du Pole ou latitude.*						Heures du soir.
	46.10.	46.20.	46.30.	46.40.	46.50.	47 0.	
45.	2 42	2 43	2 43	2 44	2 44	2 45	15.
30.	5 25	5 26	5 27	5 28	5 29	5 30	30.
15.	8 10	8 11	8 13	8 14	8 15	8 17	45.
XI.	10 56	10 58	11 0	11 2	11 4	11 5	I.
45.	13 46	13 48	13 50	13 52	13 54	13 57	15.
30.	16 38	16 41	16 43	16 46	16 49	16 51	30.
15.	19 35	19 38	19 41	19 44	19 47	19 50	45.
X.	22 37	22 40	22 43	22 47	22 50	22 54	II.
45.	25 44	25 48	25 52	25 55	25 59	26 3	15.
30.	28 58	29 2	29 6	29 10	29 14	29 18	30.
15.	32 19	32 23	32 28	32 32	32 36	32 41	45.
IX.	35 48	35 53	35 57	36 2	36 6	36 11	III.
45.	39 26	39 31	39 36	39 40	39 45	39 50	15.
30.	43 14	43 19	43 23	43 28	43 33	43 38	30.
15.	47 12	47 16	47 21	47 26	47 30	47 35	45.
VIII.	51 20	51 24	51 29	51 34	51 38	51 43	IV.
45.	55 39	55 43	55 47	55 52	55 56	56 1	15.
30.	60 8	60 12	60 16	60 20	60 25	60 29	30.
15.	64 48	64 52	64 55	64 59	65 3	65 6	45.
VII.	69 37	69 41	69 44	69 47	69 50	69 53	V.
45.	74 35	74 38	74 40	74 42	74 45	74 47	15.
30.	79 39	79 41	79 43	79 44	79 46	79 48	30.
15.	84 49	84 49	84 50	84 51	84 52	84 53	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table V. des angles horaires du Cadran horiſontal, c'eſt-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	*Hauteur du Pole ou latitude.*						Heures du ſoir.
	47.10.	47.20.	47.30.	47.40.	47.50.	48. 0.	
45.	2 45	2 46	2 46	2 46	2 47	2 47	15.
30.	5 31	5 32	5 33	5 34	5 34	5 35	30.
15.	8 18	8 19	8 21	8 22	8 23	8 24	45.
XI.	11 7	11 9	11 11	11 12	11 14	11 16	I.
45.	13 59	14 1	14 3	14 5	14 7	14 10	15.
30.	16 54	16 56	16 59	17 2	17 4	17 7	30.
15.	19 53	19 56	19 59	20 2	20 5	20 8	45.
X.	22 57	23 0	23 4	23 7	23 10	23 13	II.
45.	26 6	26 10	26 14	26 17	26 21	26 24	15.
30.	29 22	29 26	29 30	29 34	29 38	29 42	30.
15.	32 45	32 49	32 53	32 57	33 2	33 6	45.
IX.	36 15	36 20	36 24	36 28	36 33	36 37	III.
45.	39 54	39 59	40 3	40 8	40 12	40 17	15.
30.	43 42	43 47	43 51	43 56	44 1	44 5	30.
15.	47 40	47 44	47 49	47 54	47 58	48 3	45.
VIII.	51 47	51 52	51 56	52 1	52 5	52 9	IV.
45.	56 5	56 9	56 13	56 18	56 22	56 26	15.
30.	60 33	60 36	60 40	60 44	60 48	60 52	30.
15.	65 10	65 13	65 17	65 20	65 24	65 27	45.
VII.	69 56	69 59	70 2	70 5	70 8	70 10	V.
45.	74 50	74 52	74 54	74 57	74 59	75 1	15.
30.	79 50	79 51	79 53	79 54	79 56	79 57	30.
15.	84 54	84 54	84 55	84 56	84 57	84 58	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table V. des angles horaires du Cadran horisontal ; c'est-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	Hauteur du Pole ou latitude.						Heures du soir.
	48.10.	48.20.	48.30.	48.40.	48.50.	49. 0.	
45.	2 48	2 48	2 49	2 49	2 50	2 50	15.
30.	5 36	5 37	5 38	5 39	5 40	5 40	30.
15.	8 26	8 27	8 28	8 30	8 31	8 32	45.
XI.	11 17	11 19	11 21	11 23	11 24	11 26	I.
45.	14 12	14 14	14 16	14 18	14 20	14 22	15.
30.	17 9	17 12	17 14	17 17	17 19	17 22	30.
15.	20 11	20 13	20 16	20 19	20 22	20 25	45.
X.	23 17	23 20	23 23	23 26	23 30	23 33	II.
45.	26 28	26 32	26 35	26 39	26 42	26 46	15.
30.	29 46	29 49	29 53	29 57	30 1	30 35	30.
15.	33 10	33 14	33 18	33 22	33 26	33 30	45.
IX.	36 41	36 46	36 50	36 54	36 58	37 3	III.
45.	40 21	40 26	40 30	40 34	40 39	40 43	15.
30.	44 10	44 14	44 18	44 23	44 27	44 32	30.
15.	48 7	48 11	48 16	48 20	48 25	48 29	45.
VIII.	52 14	52 18	52 22	52 27	52 31	52 35	IV.
45.	56 30	56 34	56 38	56 42	56 46	56 50	15.
30.	60 56	61 0	61 3	61 7	61 11	61 15	30.
15.	65 30	65 34	65 37	65 40	65 44	65 47	45.
VII.	70 13	70 16	70 19	70 22	70 25	70 27	V.
45.	75 3	75 5	75 8	75 10	75 12	75 14	15.
30.	79 59	80 0	80 2	80 3	80 5	80 6	30.
15.	84 58	84 59	85 0	85 1	85 2	85 2	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table V. des angles horaires du Cadran horiſontal; c'eſt-à-dire, des angles compris entre la Méridienne, & les lignes horaires.

Heures du matin.	Hauteur du Pole ou latitude.						Heures du foir.
	49.10.	49.20.	49.30.	49.40.	49.50.	50. 0.	
45.	2 50	2 51	2 51	2 52	2 52	2 52	15.
30.	5 41	5 42	5 43	5 44	5 45	5 45	30.
15.	8 34	8 35	8 36	8 37	8 39	8 40	45.
XI.	11 28	11 29	11 31	11 33	11 34	11 36	I.
45.	14 24	14 26	14 28	14 31	14 33	14 35	15.
30.	17 24	17 27	17 29	17 31	17 34	17 36	30.
15.	20 28	20 31	20 33	20 36	20 39	20 42	45
X.	23 36	23 39	23 42	23 45	23 48	23 52	II.
45.	26 49	26 53	26 56	27 0	27 3	27 6	15.
30.	30 8	30 12	30 16	30 20	30 23	30 27	30.
15.	33 34	33 38	33 42	33 46	33 50	33 54	45.
IX.	37 7	37 11	37 15	37 19	37 23	37 27	III.
45.	40 47	40 51	40 56	41 0	41 4	41 8	15.
30.	44 36	44 40	44 44	44 49	44 53	44 57	30.
15.	48 33	48 38	48 42	48 46	48 50	48 54	45.
VIII.	52 39	52 43	52 48	52 52	52 56	53 0	IV.
45.	56 54	56 58	57 2	57 6	57 10	57 14	15.
30.	61 18	61 22	61 25	61 29	61 33	61 36	30.
15.	65 50	65 53	65 57	66 0	66 3	66 6	45.
VII.	70 30	70 33	70 35	70 38	70 41	70 43	V.
45.	75 16	75 18	75 21	75 23	75 25	75 27	15.
30.	80 8	80 9	80 11	80 12	80 14	80 15	30.
15.	85 3	85 4	85 5	85 5	85 6	85 7	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table V. des angles horaires du Cadran horiſontal, c'eſt-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	Hauteur du Pole ou latitude.						Heures du ſoir.
	50. 10.	50. 20.	50. 30.	50. 40.	50. 50.	51. 0.	
45.	2 53	2 53	2 54	2 54	2 55	2 55	15.
30.	5 46	5 47	5 48	5 49	5 50	5 51	30.
15.	8 41	8 42	8 44	8 45	8 46	8 47	45.
XI.	11 38	11 39	11 41	11 43	11 44	11 46	I.
45.	14 37	14 39	14 41	14 43	14 45	14 47	15.
30.	17 39	17 41	17 44	17 46	17 48	17 51	30.
15.	20 45	20 47	20 50	20 53	20 55	20 58	45.
X.	23 55	23 58	24 1	24 4	24 7	24 10	II.
45.	27 10	27 13	27 17	27 20	27 23	27 27	15.
30.	30 31	30 34	30 38	30 41	30 45	30 49	30.
15.	33 58	34 1	34 5	34 9	34 13	34 17	45.
IX.	37 31	37 35	37 39	37 43	37 47	37 51	III.
45.	41 12	41 17	41 21	41 25	41 29	41 33	15.
30.	45 1	45 6	45 10	45 14	45 18	45 22	30.
15.	48 58	49 3	49 7	49 11	49 15	49 19	45.
VIII.	53 4	53 8	53 12	53 16	53 20	53 24	IV.
45.	57 18	57 21	57 25	57 29	57 33	57 36	15.
30.	61 40	61 43	61 46	61 50	61 53	61 57	30.
15.	66 9	66 12	66 15	66 18	66 21	66 24	45.
VII.	70 46	70 49	70 51	70 54	70 56	70 59	V.
45.	75 29	75 31	75 33	75 35	75 37	75 39	15.
30.	80 16	80 18	80 19	80 21	80 22	80 23	30.
15.	85 7	85 8	85 9	85 10	85 10	85 11	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table V. des angles horaires du Cadran horiſontal, c'eſt-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	*Hauteur du Pole ou latitude.* 51.10.	51.20.	51.30.	51.40.	51.50.	52. 0.	Heures du soir.
45.	2 55	2 56	2 56	2 57	2 57	2 57	15.
30.	5 51	5 52	5 53	5 54	5 55	5 55	30.
15.	8 48	8 50	8 51	8 52	8 53	8 55	45.
XI.	11 47	11 49	11 51	11 52	11 54	11 55	I.
45.	14 49	14 51	14 53	14 55	14 57	14 59	15.
30.	17 53	17 55	17 58	18 0	18 2	18 5	30.
15.	21 1	21 4	21 6	21 9	21 12	21 14	45.
X.	24 13	24 16	24 19	24 22	24 25	24 28	II.
45.	27 30	27 33	27 36	27 40	27 43	27 46	15.
30.	30 52	30 56	30 59	31 3	31 6	31 10	30.
15.	34 20	34 24	34 28	34 32	34 35	34 39	45.
IX.	37 55	37 59	38 3	38 7	38 11	38 14	III.
45.	41 37	41 41	41 45	41 49	41 53	41 57	15.
30.	45 26	45 30	45 34	45 38	45 42	45 46	30.
15.	49 23	49 27	49 31	49 35	49 39	49 42	45.
VIII.	53 27	53 31	53 35	53 39	53 43	53 46	IV.
45.	57 40	57 44	57 47	57 51	57 54	57 57	15.
30.	62 0	62 3	62 7	62 10	62 13	62 16	30.
15.	66 27	66 30	66 33	66 36	66 39	66 42	45.
VII.	71 1	71 4	71 6	71 9	71 11	71 13	V.
45.	75 41	75 43	75 44	75 46	75 48	75 50	15.
30.	80 25	80 26	80 27	80 28	80 30	80 31	30.
15.	85 12	85 12	85 13	85 14	85 14	85 15	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

Table V. des angles horaires du Cadran horisontal, c'est-à-dire, des angles compris entre la Méridienne & les lignes horaires.

Heures du matin.	*Hauteur du Pole ou latitude.* 52.10.	52.20.	52.30.	52.40.	52.50.	53 0.	Heures du soir.
45.	2 58	2 58	2 59	2 59	2 59	3 0	15.
30.	5 56	5 57	5 58	5 59	5 59	6 0	30.
15.	8 56	8 57	8 58	8 59	9 0	9 2	45.
XI.	11 57	11 59	12 0	12 2	12 3	12 5	I.
45.	15 1	15 2	15 4	15 6	15 8	15 10	15.
30.	18 7	18 9	18 12	18 14	18 16	18 18	30.
15.	21 17	21 19	21 22	21 25	21 27	21 30	45.
X.	24 31	24 34	24 37	24 40	24 42	24 45	II.
45.	27 49	27 53	27 56	27 59	28 2	28 5	15.
30.	31 13	31 17	31 20	31 23	31 27	31 30	30.
15.	34 43	34 46	34 50	34 53	34 57	35 0	45.
IX.	38 18	38 22	38 26	38 29	38 33	38 37	III.
45.	42 0	42 4	42 8	42 12	42 16	42 19	15.
30.	45 50	45 54	45 57	46 1	46 5	46 9	30.
15.	49 46	49 50	49 54	49 58	50 1	50 5	45.
VIII.	53 50	53 54	53 57	54 0	54 5	54 8	IV.
45.	58 1	58 5	58 8	58 12	58 15	58 18	15.
30.	62 20	62 23	62 26	62 29	62 32	62 35	30.
15.	66 45	56 47	66 50	66 53	66 56	66 58	45.
VII.	71 16	71 18	71 20	71 23	71 25	71 27	V.
45.	75 52	75 54	75 56	75 57	75 59	76 1	15.
30.	80 32	80 34	80 35	80 36	80 37	80 38	30.
15.	85 15	85 16	85 17	85 17	85 18	85 19	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole, ou Latitude.... 48^{d}.

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Hauteur du Soleil	15^{d}.20′	15^{d}.40′	16^{d}. 0.	16^{d}.20′	16^{d}.40′	17^{d}. 0.
38^{d}.20′	68. . 0.	68. 40.	69. 20.	69. 58.	70. 38.	71. 16.
38. 40.	67. 30.	68. 10.	68. 50.	69. 30.	70. . 8.	70. 48.
39. . 0.	67. . 0.	67. 40.	68. 20.	69. . 0.	69. 38.	70. 18.
39. 20.	66. 28.	67. . 8.	67. 50.	68. 30.	69. . 9.	69. 48.
39. 40.	65. 58.	66. 38.	67. 18.	67. 58.	68. 38.	69. 18.
40. . 0.	65. 24.	66. . 6.	66. 47.	67. 28.	68. . 8.	68. 48.
40. 20.	64. 52.	65. 34.	66. 16.	66. 56.	67. 38.	68. 18.
40. 40.	64. 20.	65. . 2.	65. 44.	66. 26.	67. . 6.	67. 47.
41. . 0.	63. 48.	64. 30.	65. 12.	65. 54.	66. 34.	67. 16.
41. 20.	63. 14.	63. 56.	64. 38.	65. 20	66. . 2.	66. 44.
41. 40.	62. 40.	63. 22.	64. . 6.	64. 48.	65. 30.	66. 12.
42. . 0.	62. . 4.	62. 48.	63. 32.	64. 14.	64. 58.	65. 40.
42. 20.	61. 30.	62. 14.	62. 58.	63. 42.	64. 24.	65. . 8.
42. 40.	60. 54.	61. 40.	62. 24.	63. . 8.	63. 52.	64. 34.
43. . 0.	60. 18.	61. . 4.	61. 48.	62. 33.	63. 16.	64. . 0.
43. 20.	59. 42.	60. 28.	61. 13.	61. 58.	62. 42.	63. 26.
43. 40.	59. . 6.	59. 52.	60. 37.	61. 22.	62. . 8.	62. 52.
44. . 0.	58. 28.	59. 14.	60. . 0.	60. 46.	61. 32.	62. 17.
44. 20.	57. 50.	58. 36.	59. 24.	60. 10.	60. 56.	61. 42.
44. 40.	57. 10.	57. 58.	58. 46.	59. 33.	60. 20.	61. . 6.
45. . 0.	56. 31.	57. 20.	58. . 8.	58. 55.	59. 42.	60. 29.
45. 20.	55. 50.	56. 40.	57. 28	58. 17.	59. . 4.	59. 52.
45. 40.	55. 10.	56. . 0.	56. 49.	57. 38.	58. 26.	59. 14.
46. 0.	54. 28.	55. 18.	56. . 8.	56. 58.	57. 47.	58. 36.
46. 20.	53. 46.	54. 37.	55. 28.	56. 18.	57. . 8.	57. 56.
46. 40.	53. . 2.	53. 54.	54. 46.	55. 37.	56. 28.	57. 17.
47. . 0.	52 18.	53. 12.	54. . 4.	54. 55.	55. 46.	56. 36.
47. 20.	51. 33.	52. 26.	53. 20.	54. 12.	55. . 4.	55. 56.
47. 40.	50. 46.	51. 42.	52. 36.	53. 29.	54. 22.	55. 14.
48. . 0.	50. . 0.	50. 56.	51. 50.	52. 44.	53. 38.	54. 31.
48. 20.	49. 12.	50. . 8.	51. . 4.	52. 54.	52. 54.	53. 48
48. 40.	48. 22.	49. 20.	50. 17.	51. 13.	52. . 8.	53. 13
49. . 0.	47. 32.	48. 30.	49. 28.	50. 26.	51. 22.	52. 18

TABLE VI de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude . . . . 48d.

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Hauteur du Soleil.	17d.20'	17d.40'	18d. 0.	18d.20'	18d.40'	19d. 0.
38d.20'	71. 54.	72. 32.	73. 10.	73. 48.	74. 26.	75. . 4.
38. 40.	71. 26.	72. . 4.	72. 42.	73. 20.	73. 58.	74. 36.
39. . 0.	70. 56.	71. 36.	72. 14	72. 52.	73. 30.	74. . 8.
39. 20.	70. 28.	71. . 6.	71. 46.	72. 24.	73. . 2.	73. 40.
39. 40.	69. 58.	70. 38.	71. 16.	71. 56.	72. 24.	73. 18.
40. . 0.	69. 28.	70. . 8.	70. 48.	71. 26.	72. . 6.	72. 44.
40. 20.	68. 58.	69. 38.	70. 18.	70. 58.	71. 36.	72. 16.
40. 40.	68. 28.	69. . 8.	69. 48.	70. 28.	71. . 8.	71. 46.
41. . 0.	67. 56.	68. 38.	69. 18.	69. 58.	70. 38.	71. 18.
41. 20.	67. 26.	68. . 6.	68. 48.	69. 28.	70. . 8.	70. 48.
41. 40.	66. 54.	67. 36.	68. 16.	68. 58.	69. 38.	70. 18.
42. . 0.	66. 22.	67. . 4.	67. 46.	68. 26.	69. . 8.	69. 48.
42. 20.	65. 50.	66. 32.	67. 14.	67. 58.	68. 36.	69. 18.
42. 40.	65. 17.	66. . 0.	66. 40.	67. 26.	68. . 6.	68. 46.
43. . 0.	64. 44.	65. 27.	66. 10.	66. 52.	67. 34.	68. 16.
43. 20.	64. 10.	64. 54.	65. 36.	66. 20.	67. . 1.	67. 44.
43. 40.	63. 36.	64. 20.	65. . 4.	65. 46.	66. 30.	67. 12.
44. . 0.	63. . 1.	63. 46.	64. 30.	65. 14.	65. 56.	66. 40.
44. 20.	62. 26.	63. 12.	63. 56.	64. 40.	65. 24.	66. . 7.
44. 40.	61. 52.	62. 38.	63. 21.	64. . 6.	64. 50.	65. 34.
45. . 0.	61. 16.	62. . 0.	62. 46.	63. 32.	64. 16.	65. . 0.
45. 20.	60. 38.	61. 24.	62. 10.	62. 56.	63. 42.	64. 26.
45. 40.	60. . 2.	60. 48.	61. 34.	62. 20.	63. . 6.	63. 52.
46. . 0.	59. 24.	60. 11.	60. 58.	61. 44.	62. 31.	63. 16.
46. 20.	58. 46.	59. 34.	60. 21.	61. . 8.	61. 54.	62. 41.
46. 40.	58 . 6.	58. 55.	59. 43.	60. 31.	61. 18.	62. . 5.
47. . 0.	57. 26.	58. 16.	59. . 4.	59. 53.	60. 41.	61. 28.
47. 20.	56. 46.	57. 36.	58. 26.	59. 15.	60. . 3.	60. 52.
47. 40.	56. . 5.	56. 56.	57. 46.	58. 36.	59. 25.	60. 13.
48. . 0.	55. 23.	56. 14.	57. . 6.	57. 56.	58. 46.	59. 35.
48. 20.	54. 40.	55. 32.	56. 24.	57. 15.	58. . 6.	58. 56.
48. 40.	53. 56.	54. 50.	55. 42.	56. 34.	57. 24.	58. 16.
49. . 0.	53. 12.	54. . 6.	55. . 0.	55. 52.	56. 44.	57. 35.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude. . . . 48d.

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Hauteur du Soleil.	19d.20′	19d.40.	20d. 0.	20d.20′	20d.40′	21d. 0.
38d.20′	75. 40.	76. 18.	76. 54.	77. 32.	78. 8.	78. 44.
38. 40.	75. 14.	75. 50.	76. 28.	77. 4.	77. 42.	78. 18.
39. 0.	74. 46.	75. 24.	76. 2.	76. 38.	77. 16.	77. 52.
39. 20.	74. 18.	74. 56.	75. 34.	76. 12.	76. 48.	77. 26.
39. 40.	73. 50.	74. 28.	75. 6.	75. 44.	76. 22.	77. 0.
40. 0.	73. 22.	74. 2.	74. 40.	75. 18.	75. 54.	76. 32.
40. 20.	72. 54.	73. 32.	74. 12.	74. 50.	75. 28.	76. 6.
40. 40.	72. 26.	73. 4.	73. 44.	74. 22.	75. 0.	75. 38.
41. 0.	71. 56.	72. 36.	73. 16.	73. 54.	74. 32.	75. 10.
41. 20.	71. 28.	72. 8.	72. 46.	73. 26.	74. 4.	74. 44.
41. 40.	70. 58.	71. 38.	72. 18.	72. 57.	73. 36.	74. 15.
42. 0.	70. 28.	71. 8.	71. 48.	72. 28.	73. 8.	73. 46.
42. 20.	69. 58.	70. 38.	71. 19.	71. 59.	72. 39.	73. 18.
42. 40.	69. 28.	70. 8.	70. 49.	71. 30.	72. 10.	72. 52.
43. 0.	68. 57	69. 38.	70. 20.	71. 0.	71. 40.	72. 20.
43. 20.	68. 26.	69. 8.	69. 48.	70. 30.	71. 10.	71. 51.
43. 40.	67. 54.	68. 36.	69. 18.	70. 0.	70. 40.	71. 22.
44. 0.	67. 22.	68. 4.	68. 47.	69. 28.	70. 10.	70. 52.
44. 20.	66. 50.	67. 33.	68. 16.	68. 58.	69. 39.	70. 21.
44. 40.	66. 18.	67. 0.	67. 44.	68. 26.	69. 8.	69. 50.
45. 0.	65. 44.	66. 28.	67. 11.	67. 54.	68. 36.	69. 19.
45. 20.	65. 10.	65. 54.	66. 38.	67. 22.	68. 4.	68. 48.
45. 40.	64. 36.	65. 21.	66. 5.	66. 49.	67. 32.	68. 16.
46. 0.	64. 2.	64. 53.	65. 32.	66. 16.	67. 0.	67. 44.
46. 20.	63. 27.	64. 12.	64. 58.	65. 42.	66. 26.	67. 10.
46. 40.	62. 51.	63. 38.	64. 23.	65. 4.	65. 58.	66. 38.
47. 0.	62. 15.	63. 2.	63. 48.	64. 34.	65. 19.	66. 4.
47. 20.	61. 38.	62. 26.	63. 12.	63. 58.	64. 44.	65. 30.
47. 40.	61. 2	61. 48.	62. 36.	63. 23.	64. 10.	64. 56.
48. 0.	60. 24.	61. 12.	62. 0.	62. 46.	63. 34.	64. 20.
48. 20.	59. 45.	60. 34.	61. 22.	62. 10.	62. 58.	63. 54.
48. 40.	59. 6.	59. 56.	60. 44.	61. 32.	62. 21.	63. 8.
49. 0.	58. 26.	59. 16.	60. 6.	60. 55.	61. 44.	62. 32.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude. . . . 48d.

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Hauteur du Soleil.	21d. 20′	21d. 40′	22d. 0.	22d. 20′	22d. 40′	23d. 0
38d. 20′	79. 20.	79. 56.	80. 32.	81. 8.	81. 46.	82. 18.
38. 40.	78. 54.	79. 30.	80. 6.	80. 42.	81. 18.	81. 54.
39. 0.	78. 28.	79. 6.	79. 40.	80. 18.	80. 54.	81. 30
39. 20	78. 2.	78. 40.	79. 16.	79. 52.	80. 28.	81. 4.
39. 40.	77. 36	78. 14.	78. 52.	79. 26.	80. 4.	80. 40.
40. 0	77. 10.	77. 46.	78. 24.	79. 0	79. 38.	80. 14.
40. 20.	76. 44.	77. 20.	77. 58.	78. 34.	79. 12.	79. 48.
40. 40.	76. 16.	76. 54.	77. 32.	78. 8.	78. 46.	79. 22.
41. 0.	75. 48.	76. 26.	77. 4.	77. 42.	78. 20.	78. 56.
41. 20.	75. 22.	76. 0.	76. 38.	77. 16.	77. 54.	78. 30.
41. 40.	74. 54.	75. 32.	76. 10.	76. 48.	77. 26.	78. 4.
42. 0.	74. 26	75. 4.	75. 43.	76. 22.	77. 0.	77. 38.
42. 20.	73. 58.	74. 36.	75. 16.	75. 54.	76. 32.	77. 11.
42. 40.	73. 29.	74. 8.	74. 48.	75. 26.	76. 6.	76. 44.
43. 0.	73. 0.	73. 40.	74. 20.	74. 58.	75. 38.	76. 16.
43. 20.	72. 32.	73. 12.	73. 51	74. 30.	75. 10.	75. 50.
43. 40.	72. 2.	72. 42.	73. 22.	74. 2.	74. 42.	75. 22.
44. 0	71. 32.	72. 12.	72. 54.	73. 34.	74. 14.	74. 53.
44. 20.	71. 1.	71. 43.	72. 24.	73. 4.	73. 44.	74. 24.
44. 40.	70. 32.	71. 13.	71. 54.	72. 36.	73. 16.	73. 56.
45. 0.	70. 0.	70. 42	71. 24.	72. 6.	72. 46.	73. 27.
45. 20.	69. 30.	70. 12.	70. 54.	71. 35.	72. 16.	72. 58.
45. 40.	68. 58.	69. 40.	70. 23	71. 5.	71. 46.	72. 28.
46. 0.	68. 26.	69. 10.	69. 52.	70. 34.	71. 16.	71. 58.
46. 20.	67. 54.	68. 38	69. 20.	7[illegible]. 4.	70. 46.	71. 28.
46. 40.	67. 22.	68. 6	68. 49.	69. 32.	70. 15.	70. 58.
47. 0.	66. 48.	67. 32.	68. 16.	69. 0.	69. 44.	70. 26.
47. 20.	66. 15.	67. 0.	67. 44.	68. 28.	69. 12.	69. 54.
47. 40.	65. 40.	66. 26.	67. 10.	67. 56.	68. 40.	69. 24.
48. 0.	65. 6.	65. 52.	66. 37.	67. 22.	68. 6.	68. 51.
48. 20.	64. 31.	65. 18.	66. 4.	66. 48.	67. 34.	68. 18.
48. 40	63. 56.	64. 42.	65. 28.	66. 14.	67. 0.	67. 46.
49. 0.	63. 20.	64. 6	64. 54.	65. 40.	66. 26.	67. 12.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude . . . . 49d.

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Hauteur du Soleil.	15d.20′	15d.40′	16d. 0.	16d.20′	16d.40′	17d. 0.
38d.20′	66. 42.	67. 22.	68. 2.	68. 42.	69. 22.	70. 2.
38. 40.	66. 10.	66. 50.	67. 31.	68 12.	68. 52.	69. 32.
39. 0.	65. 36.	66. 18.	66. 59.	67. 40.	68. 20.	69. 1.
39. 20.	65. 4.	65. 46.	66. 27.	67. 8.	67. 50.	68. 30.
39. 40.	64. 30.	65. 12.	65. 54.	66. 36.	67. 18.	67. 58.
40. 0.	63. 58.	64. 40.	65. 22.	66. 4.	66. 46.	67. 26.
40. 20.	63. 24	64. 16.	64. 48.	65. 36.	66. 13.	66. 54.
40. 40.	62. 48.	63. 32.	64. 15.	64. 58.	65. 40.	66. 22.
41. 0.	62. 14.	62. 58.	63. 41.	64. 24.	65. 7.	65. 50.
41. 20.	61. 38.	62. 22.	63. 6.	63. 50.	64. 34.	65. 16.
41. 40.	61. 2.	61. 48.	62. 32.	63. 16.	64. 0.	64. 42.
42. 0.	60. 26.	61. 12.	61. 56.	62, 40.	63. 24.	64. . 8.
42. 20.	59. 50.	60. 35.	61. 20.	62. 6.	62. 50.	63. 34.
42. 40.	59. 12	59. 58.	60. 44.	61. 30.	62. 14.	62. 59.
43. 0.	58. 34.	59. 20.	60. . 6.	60. 52.	61. 38.	62. 24.
43. 20.	57. 54.	58. 42.	59. 30.	60. 16.	61. 2.	61. 48.
43. 40,	57. 16.	58. 4.	58. 52.	59. 38.	60. 25.	61. 12.
44. 0.	56. 36.	57. 24.	58. 12.	59. 0.	59. 54.	60 34.
44. 20.	55. 56,	56. 44.	57. 34.	58. 22.	59. 10.	59. 56.
44. 40.	55. 14.	56. . 4.	56. 54.	57. 42.	58. 30.	59. 18.
45. 0.	54. 32.	55. 22.	56. 12.	57. 2.	57. 50.	58. 40.
45. 20.	53. 48.	54. 40.	55. 30.	56. 21.	57. . 1.	58 0.
45. 40.	53. . 4.	53. 57.	54. 48.	55. 40.	56. 30.	57. 20.
46. 0.	52. 20.	53. 14	54. . 6.	54. 58.	55. 48.	56. 40.
46. 20.	51. 34.	52. 28.	53. 22.	54. 14.	55. 6.	55. 58.
46. 40.	50. 48.	51. 43	52. 38.	53. 30.	54. 24.	55. 16.
47. . 0.	50. . 0	50. 56.	51. 52.	52. 46.	53. 40.	54. 32.
47. 20.	49. 12.	50. . 8.	51. 5.	52. 0.	52. 54.	53. 48.
47. 40.	48. 22.	49. 20.	50. 18.	51. 14.	52. . 8.	53. 4.
48. . 0.	47. 32.	48. 30	49. 28.	50. 26.	51. 22.	52. 18.
48. 20.	46. 40.	47. 40.	48. 38.	49. 38.	50. 34.	51. 30.
48. 40.	45. 46	46. 48.	47. 48.	48. 47.	49. 46.	50. 42.
49. . 0.	44. 50.	45. 54.	46. 56.	47. 56.	48. 56.	49. 54.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude. . . . 49d.

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Hauteur du Soleil.	17d.20'	17d.40	18d. 0.	18d.20'	18d.40'	19d. 0.
38d.20'	70. 42.	71. 20.	72. 0.	72. 38.	73. 17.	73. 56.
38. 40.	70. 12.	70. 51.	71. 30.	72. 10.	72. 48.	73. 26.
39. . 0.	69. 41.	70. 20.	71. 0.	71. 40.	72. 18.	72. 58.
39. 20.	69. 10.	69. 50.	70. 30.	71. 10.	71. 50.	72. 28.
39. 40.	68. 40.	69. 20.	70. 0.	70. 40.	71. 20.	71. 59.
40. . 0.	68. 8.	68. 48.	69. 30.	70. 10.	70. 50.	71. 29.
40. 20.	67. 36	68. 18.	68. 58.	69. 38.	70. 19.	71. . 0.
40. 40.	67. 4.	67. 46.	68. 26.	69. 8.	69. 48.	70. 28.
41. . 0.	66. 32.	67. 14.	67. 56.	68. 36.	69. 18.	69. 58.
41. 20.	65. 58.	66. 42.	67. 24.	68. 4.	68. 46.	69. 28.
41. 40.	65. 26.	66. . 8.	66. 50.	67. 32.	68. 14.	68. 56.
42. . 0.	64. 52.	65. 35.	66. 18.	67. 0.	67. 42.	68. 24.
42. 20.	64. 9.	65. . 2.	65. 46.	66. 28.	67. 12.	67. 54.
42. 40.	63. 44.	64. 28.	65. 10.	65. 54.	66. 36.	67. 20.
43. . 0.	63. 8.	63. 52.	64. 38.	65. 20.	66. 4.	66. 46.
43. 20.	62. 32.	63. 18.	64. 2.	64. 46.	65. 30.	66. 14.
43. 40.	61. 56.	62. 42.	63. 28.	64. 12.	64. 56.	65. 40.
44. . 0.	61. 20.	62. . 6.	62. 52.	63. 36.	64. 22.	65. . 6.
44. 20.	60. 44.	61. 30.	62. 16.	63. 2.	63. 46.	64. 32.
44. 40.	60. 6.	60. 52.	61. 40.	62. 26.	63. 12.	63. 56.
45. . 0.	59. 28.	60. 15.	61. 2.	61. 48.	62. 34.	63. 22.
45. 20.	58. 48.	59. 36.	60. 24.	61. 12.	61. 58.	62. 44.
45. 40.	58. 20.	58. 58.	59. 46.	60. 34.	61. 22.	62. 8.
46. . 0.	57. 30.	58. 18.	59. 8.	59. 56.	60. 44.	61. 32.
46. 20.	56. 48.	57. 38.	58. 28.	59. 17.	60. 6.	61. 54.
46. 40.	56. 6.	56. 58.	57. 48.	58. 38.	59. 26.	60. 16.
47. . 0.	55. 24.	56. 16	57. 7.	57. 57.	58. 47.	59. 36.
47. 20.	54. 42.	55. 34.	56. 26.	57. 16.	58. 6.	58. 56.
47. 40.	53. 57.	54. 50.	55. 42.	56. 34.	57. 26.	58. 16.
48. . 0.	53. 12.	54. . 6.	55. 0.	55. 52.	56. 44.	57. 36.
48. 20.	52. 26.	53. 22.	54. 16.	55. 8.	56. 2.	56. 54.
48. 40.	51. 40.	52. 36.	53. 30.	54. 24.	55. 18.	56. 11.
49. . 0.	50. 52.	51. 48.	52. 44.	53. 40.	54. 34.	55. 28.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole, ou Latitude. . . . 49d.

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Hauteur du Soleil.	19d.20′	19d.40′	20d. 0′	20d.20′	20d.40′	21d. 0′
38. ′	74. 34.	75. 12.	75. 50.	76. 26.	77. 4.	77. 42.
38. 40.	74. 5.	74. 44.	75. 21.	76. 0.	76. 36.	77. 14.
39. 0.	73. 36.	74. 14.	74. 53.	75. 32.	76. 9.	76. 46.
39. 20.	73. 8.	73. 46.	74. 24.	75. 3.	75. 42.	76. 20.
39. 40.	72. 38.	73. 18.	73. 56.	74. 34.	75. 14.	75. 52.
40. 0.	72. 8	72. 48.	73. 28.	74. 6.	74. 45.	75. 24.
40. 20.	71. 38.	72. 18.	72. 58.	73. 38.	74. 16.	74. 56.
40. 40.	71. 10.	71. 50.	72. 28.	73. 8.	73. 48.	74. 26.
41. 0.	70. 38.	71. 19.	72. 0.	72. 38.	73. 18.	73. 58.
4 20.	70. 8.	70. 48.	71. 29.	72. 10.	72. 50.	73. 28.
41. 40.	69. 38.	70. 18.	70. 58.	71. 40.	72. 20.	73. 0.
42 0.	69. 6	69. 47.	70. 28.	71. 8.	71. 50.	72. 30.
42. 20.	68. 36.	69. 17.	69. 58.	70. 40.	71. 20.	72. 0.
42. 40.	68. 2.	68. 44.	69. 26.	70. 8.	70. 48.	71. 30.
43. 0.	67. 30.	68. 12.	68. 54.	69. 36.	70. 18.	70. 59.
43. 20.	66. 58.	67. 40.	68. 22.	69. 4.	69. 46.	70. 28.
43. 40.	66. 24.	67. 6.	67. 50.	68. 32.	69. 14.	69. 56.
44. 0.	65. 50.	66. 34.	67. 16.	68. 0.	68. 42.	69. 24.
44. 20.	65. 16.	66. 0.	66. 44.	67. 28.	68. 10.	68. 54.
44. 40.	64. 42.	65. 26.	66. 10.	66. 54.	67. 38.	68. 20.
45. 0.	64. 6.	64. 52.	65. 36.	66. 20.	67. 4.	67. 48.
45. 20.	63. 30.	64. 16.	65. 2.	65. 46.	66. 31.	67. 14.
45. 40.	62. 54.	63. 40.	64. 26.	65. 12.	65. 56.	66. 41.
46. 0.	62. 18.	63. 4.	63. 50.	64. 36.	65. 22.	66. 6.
46. 20.	61. 41.	62. 28.	63. 14.	64. 1.	64. 47.	65. 32.
46. 40.	61. 4.	61. 50.	62. 40.	63. 25.	64. 12.	64. 58.
47. 0.	60. 24.	61. 13.	62. 0.	62. 48.	63. 36.	64. 22.
47. 20.	59. 46.	60. 34.	61. 23.	62. 11.	62. 58.	63. 46.
47. 40.	59. 6.	59. 56.	60. 46.	61. 34.	62. 22.	63. 9.
48. 0.	58. 26.	59. 16.	60. 6.	61. 55.	61. 44.	62. 32.
48. 20.	57. 45.	58. 36.	59. 26.	60. 16.	61. 6.	61. 54.
48. 40.	57. 4.	57. 54.	58. 46.	59. 36.	60. 26.	61. 14.
49. 0.	56. 20.	57. 13.	58. 4.	58. 56.	59. 46.	60. 36.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude . . . 49^d.

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Hauteur du Soleil.	21d.20′	21d.40′	22d. 0.	22d.20′	22d.40′	23d. 0.
38.d20′	78. 18.	78. 56.	79. 32.	80. 8.	80. 45.	81. 21.
38. 40.	77. 52.	78. 28.	79. 6.	79. 42.	80. 19.	80. 56.
39. 0.	77. 24.	78. 2.	78. 38.	79. 16.	79. 52.	80. 30.
39. 20.	76. 57.	77. 34.	78. 12.	78. 50.	79. 26.	80. 4.
39. 40.	76. 30.	77. 8.	77. 45.	78. 22.	79. 0.	79. 37.
40. 0.	76. 2.	76. 20.	77. 18.	77. 56.	78. 33.	79. 10.
40. 20.	75. 34.	76. 12.	76. 50.	77. 28.	78. 6.	78. 44.
40. 40.	75. 6.	75. 44.	76. 22.	77. 0.	77. 38.	78. 16.
41. 0.	74. 36.	75. 16.	75. 54.	76. 34.	77. 12.	77. 50.
41. 20.	74. 8.	74. 48.	75. 26.	76. 6.	76. 44.	77. 22.
41. 40.	73. 40.	74. 18.	74. 58.	75. 35.	76. 16.	76. 54.
42. 0.	73. 10.	73. 50.	74. 30.	75. 8.	75. 48.	76. 26.
42. 20.	72. 42.	73. 22.	74. 2.	74. 41.	75. 20.	76. 0.
42. 40.	72. 10.	72. 50.	73. 31.	74. 10.	74. 50.	75. 30.
43. 0.	71. 40.	72. 21.	73. 1.	73. 42.	74. 22.	75. 2.
43. 20.	71. 10.	71. 50.	72. 32.	73. 12.	73. 52.	74. 32.
43. 40.	70. 38.	71. 20.	72. 2.	72. 42.	73. 22.	74. 4.
44. 0.	70. 8.	70. 48.	71. 30.	72. 12	72. 53.	73. 34.
44. 20.	69. 36.	70. 18.	71. 0.	71. 42.	72. 22.	73. 4.
44. 40.	69. 4.	69. 46.	70. 28.	71. 10.	71. 52.	72. 34.
45. 0.	68. 31.	69. 14.	69. 56.	70. 40.	71. 22.	72. 4.
45. 20.	67. 58.	68. 42.	69. 25.	70. 8.	70. 50.	71. 32.
45. 40.	67. 25.	68. 9.	68. 52.	69. 46.	70. 18.	71. 2.
46. 0.	66. 52.	67. 36.	68. 20.	69. 4.	69. 46.	70. 30.
46. 20.	66. 18.	67. 2.	67. 46.	68. 30.	69. 14.	69. 58.
46. 40.	85. 42.	66. 28.	67. 12.	67. 58.	68. 42.	69. 26.
47. 0.	65. 8.	65. 54.	66. 39.	67. 24.	68. 8.	68. 52.
47. 20.	64. 32.	65. 18.	66. 4.	66. 50.	67. 34.	68. 20.
47. 40.	63. 56.	64. 43.	65. 30.	66. 15.	67. 0	67. 56.
48. 0.	63. 20.	64. 6.	64. 54.	65. 40.	66. 26.	67 12.
48. 20.	62. 42.	63. 30.	64. 18.	65. 4.	65. 52.	66. 38.
48. 40.	62. 4.	62. 53.	63. 40.	64. 28.	65. 16.	66. 2.
49. 0.	61. 26.	62. 15.	63. 4.	63. 50.	64. 40.	65. 26.

TABLE VI de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude . . . . 50d.

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Hauteur du Soleil.	15d.20′	15.d40′	16d. 0.	16d.20′	16d.40′	17d. 0′
38d.20′	65. 18.	66. 0.	66. 42.	67. 22.	68. 4.	68. 45.
38. 40.	64. 44.	65. 26.	66. 8.	66. 50.	67. 32.	68. 13.
39. . 0.	64. 10.	64. 53.	65. 36.	66. 18.	67. 0.	67. 40.
39. 20.	63. 36.	64. 18.	65. 2.	65. 44.	66. 26.	67. 8.
39. 40.	63. 0.	63. 44.	64. 28.	65. 10.	65. 52.	66. 35.
40. . 0.	62. 26.	63. 10.	63. 52.	64. 36.	65. 20.	66. 2.
40. 20.	61. 50.	62. 34.	63. 18.	64. 2.	64. 48.	65. 28.
40. 40.	61. 13.	61. 58.	62. 42.	63. 26.	64. 10.	64. 54.
41. . 0.	60. 36.	61. 22.	62. 6.	62. 52.	63. 36.	64. 20.
41. 20.	59. 58.	60. 44.	61. 30.	62. 16.	63. 0.	63. 44.
41. 40.	59. 20.	60. 7.	60. 54.	61. 39.	62. 24.	63. 8.
42. . 0.	58. 42.	59. 29.	60. 16.	61. 2.	61. 48.	62. 32.
42. 20.	58. 2.	58. 50.	59. 38.	60. 24.	61. 10.	61. 56.
42. 40.	57. 24.	58. 12.	59. 0.	59. 46.	60. 34.	61. 20.
43. . 0.	56. 42.	57. 32.	58. 20.	59. 8.	59. 55.	60. 42.
43. 20.	56. 2.	56. 52.	57. 40.	58. 28.	59. 16.	60. 4.
43. 40.	55. 20.	56. 10.	57. 0.	57. 48.	58. 38.	59. 26.
44. . 0.	54. 38.	55. 28.	56. 18.	57. 8.	57. 56.	58. 46.
44. 20.	53. 54.	54. 46.	55. 36.	56. 26.	57. 16.	58. 6.
44. 40.	53. 10.	54. 2.	54. 54.	55. 46.	56. 36.	57. 26.
45. . 0.	52. 24.	53. 18.	54. 10.	55. 2.	55. 54.	56. 44.
45. 20.	51. 38.	52. 32.	53. 26.	54. 18.	55. 10.	56. 2.
45. 40.	50. 52.	51. 46.	52. 41.	53. 34.	54. 28.	55. 20.
46. . 0.	50. . 4.	51. 0.	51. 55.	52. 50.	53. 43.	54. 36.
46. 20.	49. 16.	50. 12.	51. 8.	52. 4.	52. 58.	53. 52.
46. 40.	48. 25.	49. 23.	50. 20.	51. 16.	52. 12.	53. 6.
47. . 0.	47. 34.	48. 32.	49. 31.	50. 28.	51. 24.	52. 20.
47. 20.	46. 42.	47. 42.	48. 40.	49. 40.	50. 36.	51. 32.
47. 40.	45. 48.	46. 48.	47. 50.	48. 48.	49. 47.	50. 44.
48. . 0.	44. 52.	45. 54.	46. 56.	47. 58.	48. 56.	49. 56.
48. 20.	43. 54.	45. 0.	46. 2.	47. 4.	48. 6.	49. 4.
48. 40.	42. 56.	44. 2.	45. 6.	46. 10.	47. 12.	48. 14.
49. . 0.	41. 56.	43. 4.	44. 10.	45. 14.	46. 18.	47. 20.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pôle ou Latitude. . . . 50ᵈ.

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Hauteur du Soleil.	17ᵈ.20′	17ᵈ.40′	18ᵈ. 0.	18ᵈ.20′	18ᵈ.40′	19ᵈ. 0.
38ᵈ.20′	69. 26.	70. 6.	70. 46.	71. 26.	72. 6	72. 44.
38. 40.	68. 54.	69. 34.	70. 16.	70. 55.	71. 35.	72. 14.
39. 0.	68. 22.	69. 3.	69. 44.	70. 24.	71. 4.	71. 44.
39. 20.	67. 50.	68. 31.	69. 12.	69. 52.	70. 34.	71. 14.
39. 40.	67. 18.	67. 58.	68. 40.	69. 22.	70. 2.	70. 42.
40. 0.	66. 44.	67. 26.	68. 8.	68. 50.	69. 30.	70. 12.
40. 20.	66. 10.	66. 54.	67. 36.	68. 18.	68. 58.	69. 40.
40. 40.	65. 38.	66. 20.	67. 2.	67. 54	68. 26.	69. 8.
41. 0.	64. 2.	65. 46.	66. 29.	67. 12.	67. 54.	68. 36.
41. 20.	64. 28.	65. 12.	65. 56	66. 38.	67. 22.	68. 4.
41. 40.	63. 54.	64. 38.	65. 22.	66. 4.	66. 48.	67. 30.
42. 0.	63. 18.	64. 2.	64. 46.	65. 30	66. 14.	66. 57.
42. 20.	62. 42.	63. 26.	64. 12.	64. 56.	65. 40.	66. 24.
42. 40.	62. 6.	62. 50.	63. 36.	64. 20.	65. 5.	65. 50.
43. 0.	61. 28.	62. 14.	63. 0.	63. 46.	64. 30.	65. 14.
43. 20.	60. 50.	61. 38.	62. 24.	63. 9.	63. 54.	64. 40.
43. 40.	60. 12.	61. 0.	61. 46.	62. 32.	63. 18.	64. 4.
44. 0.	59. 34.	60. 22.	61. 8.	61. 56.	62. 42.	63. 28.
44. 20.	58. 54.	59. 44.	60. 30.	61. 18.	62. 4.	62. 52.
44. 40.	58. 15.	59. 4.	59. 52.	60. 40.	61. 28.	62. 14.
45. 0.	57. 34.	58. 24.	59. 12.	60. 1.	60. 49.	61. 36.
45. 20.	56. 52.	57. 42.	58. 32.	59. 22.	60. 10.	60. 58.
45. 40.	56. 10.	57. 2.	57. 52.	58. 42.	59. 30.	60. 20.
46. 0.	55. 28.	56. 20.	57. 10.	58. 0.	58. 50.	59. 40.
46. 20.	54. 44.	55. 37.	56. 28.	57. 20.	58. 10.	59. 0.
46. 40.	54. 0.	54. 54.	55. 46.	56. 38.	57. 28.	58. 20.
47. 0.	53. 14.	54. 8.	55. 2.	55. 54.	56. 46.	57. 38.
47. 20.	52. 28.	53. 24.	54. 18.	55. 11.	56. 4.	56. 56.
47. 40.	51. 42.	52. 37.	53. 32.	54. 26.	55. 20.	56. 14.
48. 0.	50. 52.	51. 50.	52. 46.	53. 40.	54. 36.	55. 29.
48. 20.	50. 4.	51. 2.	51. 58.	52. 54.	53. 50.	54. 44.
48. 40.	49. 13.	50. 12.	51. 10.	52. 6.	53. 4.	53. 58.
49. 0.	48. 22.	49. 22.	50. 20.	51. 18.	52. 16.	53. 12

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole, ou Latitude.... 50^{d}.

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Hauteur du Soleil.	19^{d}.20′	19^{d}.40,	20^{d}. 0.	20^{d}.20′	20^{d}.40′	21^{d}. 0.
38^{d}.20′	73. 24.	74. 2.	74. 42.	75. 20.	75. 58.	76. 36.
38. 40.	72. 54.	73. 34.	74. 12.	74. 52.	75. 30.	76. 8.
39. . 0.	72. 24.	73. 4.	73. 43.	74. 22.	75. 0.	75. 40.
39. 20.	71. 54.	72. 34.	73. 14.	73. 52.	74. 32.	75. 10.
39. 40.	71. 24.	72. 4.	72. 44.	73. 22.	74. 2.	74. 42.
40. . 0.	70. 52.	71. 32.	72. 12.	72. 53.	73. 32.	74. 12.
40. 20.	70. 22.	71. 2.	71. 42.	72. 22.	73. 4.	73. 42.
40. 40.	69. 50.	70. 30.	71. 12.	71. 52.	72. 32.	73. 12.
41. . 0.	69. 18.	70. 0.	70. 40.	71. 22.	72. 2.	72. 42.
41. 20.	68. 46.	69. 28.	70. 9.	70. 50.	71. 31.	72. 12.
41. 40.	68. 12.	68. 55.	69. 36.	70. 28.	71. 0.	71. 42.
42. . 0.	67. 40.	68. 22.	69. 4.	69. 46.	70. 28.	71. 10.
42. 20.	67. 6.	67. 50.	68. 32.	69. 14.	69. 56.	70. 38.
42. 40.	66. 32.	67. 16.	68. 0.	68. 42.	69. 24.	70. 6.
43. . 0.	65. 58.	66. 42.	67. 26.	68. 8.	68. 52.	69. 34.
43. 20.	65. 24.	66. 8.	66. 52.	67. 36.	68. 18.	69. 2.
43. 40.	64. 49.	65. 34.	66. 18.	67. 2.	67. 45.	68. 28.
44. . 0.	64. 14.	64. 58.	65. 44.	66. 28.	67. 12.	67. 56.
44. 20.	63. 38.	64. 22.	65. 8.	65. 53.	66. 38.	67. 22.
44. 40.	63. 0.	63. 47.	64. 32.	65. 18.	66. 2.	66. 48.
45. . 0.	62. 24.	63. 10.	63. 56.	64. 42.	65. 28.	66. 12.
45. 20.	61. 46.	62. 33.	63. 20	64. 6.	64. 52.	65. 38.
45. 40.	61. 8.	61. 56.	62. 44.	63. 30.	64. 16.	65. 2.
46. 0.	60. 30.	61. 18.	62. 6.	62. 52.	63. 40.	64. 26.
46. 20.	59. 50.	60. 38.	61. 26.	62. 15.	63. 2.	63. 50.
46. 40.	59. 10.	60. 0.	60. 48.	61. 36.	62. 24.	63. 12
47. . 0.	58. 28.	59. 19.	60. 8.	60. 58.	61. 46.	62. 34.
47. 20.	57. 48.	58. 38.	59. 28.	60. 18.	61. 8.	61. 56.
47. 40.	57. 5.	57. 56.	58. 48.	59. 38.	60. 28.	61. 18.
48. . 0.	56. 22.	57. 13.	58. 6.	58. 58.	59. 58.	60. 38.
48. 20.	55. 38.	56. 32.	57. 24.	58. 16.	59. 8.	59. 58.
48. 40.	54. 54.	55. 48.	56. 40.	57. 34.	58. 26.	59. 18.
49. . 0.	54. 8.	55. 2.	55. 58.	56. 50.	57. 44.	58. 36.

TABLE VI.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude . . . . 50d.

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Hauteur du Soleil.	21d.20′	21d.40′	22d. 0′	22d.20′	22d.40′	23d. 0′
38d.20′	77. 14.	77. 50.	78. 30.	79. 8.	79. 45.	80. 22.
38. 40.	76. 46.	77. 24.	78. 2.	78. 40.	79. 18.	79. 55.
39. 0.	76. 18.	76. 56.	77. 34.	78. 12.	78. 50.	79. 28.
39. 20.	75. 50.	76. 28.	77. 6.	77. 44.	78. 22.	79. 0.
39. 40.	75. 20.	76. 0.	76. 38.	77. 16.	77. 54.	78. 33.
40. 0.	74. 52.	75. 30.	76. 10.	76. 48.	77. 26.	78. 5.
40. 20.	74. 22.	75. 2.	75. 40.	76. 20.	76. 58.	77. 37.
40. 40.	73. 52.	74. 32.	75. 12.	75. 50.	76. 30.	77. 8.
41. 0.	73. 22.	74. 2.	74. 42.	75. 22.	76. 2.	76. 40.
41. 20.	72. 52.	73. 32.	74. 12.	74. 52.	75. 32.	76. 12.
41. 40.	72. 22.	73. 2.	73. 42.	74. 23.	75. 2.	75. 42.
42. 0.	71. 51.	72. 32.	73. 12.	73. 53.	74. 34.	75. 14.
42. 20.	71. 20.	72. 2.	72. 42.	73. 22.	74. 4.	74. 44.
42. 40.	70. 48.	71. 3.	72. 12.	72. 52.	73. 34.	74. 14.
43. 0.	70. 16.	70. 58.	71. 40.	72. 22.	73. 2.	73. 44.
43. 20.	69. 44.	70. 26.	71. 8.	71. 50.	72. 32.	73. 14.
43. 40.	69. 12.	69. 54.	70. 37.	71. 20.	72. 0.	72. 42.
44. 0	68. 38.	69. 22.	70. 4.	70. 48.	71. 30.	72. 12.
44. 20.	68. 6.	68. 48.	69. 32.	70. 16.	70. 58.	71. 40.
44. 40.	67. 32.	68. 16.	69. 0.	69. 42.	70. 26.	71. 8.
45. 0.	66. 58.	67. 42.	68. 25.	69. 10.	69. 54.	70. 36.
45. 20.	66. 23.	67. 8.	67. 52.	68. 36.	69. 20.	70. 4.
45. 40.	65. 48.	66. 34.	67. 18.	68. 2.	68. 46.	69. 30.
46. 0.	65. 12.	65. 58.	66. 44.	67. 28.	68. 14.	68. 58.
46. 20.	64. 36.	65. 22.	66. 8.	66 54.	67. 38.	68. 24.
46. 40.	64. 0.	64. 46.	65. 32.	66. 19.	67. 4.	67. 50.
47. 0.	63. 22.	64. 10.	64. 56.	65. 43.	66. 30.	67. 15.
47. 20.	62. 44.	63. 32.	64. 20.	65. 7.	65. 54.	66. 40.
47. 40.	62. 6.	62. 54.	63. 44.	64. 30.	65. 18.	66. 4.
48. 0.	61. 28.	62. 16.	63. 6.	63. 54.	64. 42.	65. 28.
48. 20.	60. 48.	61. 38.	62. 27.	63. 16.	64. 4.	64. 52.
48. 40.	60. 8.	60. 58.	61. 48.	62. 38.	63. 26.	64. 14.
49. 0.	59. 28.	60. 18.	61. 8.	61. 58.	62. 48.	63. 36.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

	Haut. du Pole 48d.		*Haut. du Pole* 49d.		*Haut. du Pole* 50d.	
	Déclin. du Sol. vers le Pole élevé.		Déclin. du Sol. vers le Pole élevé.		Déclin. du Sol. vers le Pole élevé.	
Hauteur du Soleil.	23d.14′	23d.28′	23.14	23d.28′	23.d14′	23d.28′
38d.20′	82. 44.	83. 8.	81. 36.	82. 12.	80. 48.	81. 14.
38. 40.	82. 19.	82. 44	81. 21.	81. 46.	80. 21.	80. 46.
39. 0.	81. 54.	82. 20.	80. 55.	81. 20.	79. 54.	80. 20.
39. 20.	81. 30.	81. 54.	80. 29.	80. 54.	79. 26.	79. 53.
39. 40.	81. 4.	81. 30.	80. 2.	80. 28.	79. 0.	79. 26.
40. 0.	80. 40.	81. 5.	79. 36.	80. 2.	78. 32.	78. 58.
40. 20.	80. 14.	80. 40.	79. 10.	79. 36.	78. 4.	78. 30.
40. 40.	79. 48.	80. 14.	78. 43.	79. 10.	77. 36.	78. 2.
41. 0.	79. 22.	79. 48.	78. 16.	78. 42.	77. 8.	77. 34.
41. 20.	78. 56.	79. 22.	77. 49.	78. 16.	76. 39.	77. 6.
41. 40.	78. 30.	78. 56.	77. 22.	77. 48.	76. 10.	76. 38.
42. 0.	78. 4.	78. 30.	76. 54.	77. 20.	75. 41.	76. 8.
42. 20.	77. 38.	78. 4.	76. 26.	76. 53.	75. 12.	75. 40.
42. 40.	77. 10.	77. 38.	75. 58.	76. 26.	74. 42.	75. 10.
43. 0.	76. 44.	77. 10.	75. 30.	75. 56.	74. 12.	74. 40.
43. 20.	76. 16.	76. 44.	75. 0.	75. 28.	73. 42.	74. 10.
43. 40.	75. 48.	76. 16.	74. 32.	75. 0.	73. 12.	73. 40.
44. 0.	75. 20.	75. 48.	74. 2.	74. 30.	72. 40.	73. 10.
44. 20.	74. 52.	75. 20.	73. 32.	74. 2.	72. 10.	72. 38.
44. 40.	74. 24.	74. 52.	73. 2.	73. 32.	71. 38.	72. 8.
45. 0.	73. 56.	74. 24.	72. 32.	73. 2.	71. 6.	71. 36.
45. 20.	73. 26.	73. 54.	72. 2.	72. 32.	70. 34.	71. 4.
45. 40.	72. 56.	73. 26.	71. 30.	72. 0.	70. 2.	70. 32.
46. 0.	72. 28.	72. 56.	71. 0.	71. 30.	69. 28.	69. 58.
46. 20.	71. 58.	72. 26.	70. 28.	70. 58.	68. 54.	69. 26.
46. 40.	71. 28.	71. 56.	69. 56.	70. 26.	68. 22.	68. 52.
47. 0.	70. 56.	71. 26.	69. 24.	69. 54.	67. 46.	68. 18.
47. 20.	70. 26.	70. 56.	68. 50.	69. 22.	67. 12.	67. 44.
47. 40.	69. 54.	70. 24.	68. 16.	68. 48.	66. 36.	67. 10.
48. 0.	69. 22.	69. 52.	67. 44.	68. 16.	66. 0.	66. 34.
48. 20.	68. 50.	69. 20.	67. 10.	67. 42.	65. 25.	65. 58.
48. 40.	68. 16.	68. 48.	66. 34.	67. 7.	64. 48.	65. 22.
49. 0.	67. 44.	68. 16.	66. 0.	66. 32.	64. 10.	64. 44.

TABLE VII. de l'angle de la Souſtilaire avec la Méridienne.

Hauteur du Pole ou Latitude.						
Déclin. du plan.	45^{d} 0′	46^{d}. 0′	47^{d}. 0.	48^{d}. 0′	49^{d}. 0′	50^{d}. 0.
0. 30′	30.	29.	28.	27.	26.	25.
1^{d}. 0.	1. 0.	58.	56.	54.	52.	50.
1. 30.	1. 30.	1. 27.	1. 23.	1. 21.	1. 18.	1. 15
2. 0.	2. 0.	1. 56.	1. 52.	1. 48.	1. 44.	1. 40.
2. 30.	2. 30.	2. 25.	2. 20.	2. 15.	2. 10.	2. 6.
3. 0.	3. 0.	2. 54.	2. 48.	2. 42.	2. 36.	2. 31.
3. 30.	3. 30.	3. 22.	3. 15.	3. 9.	3. 2.	2. 56.
4. 0.	3. 59.	3. 51.	3. 44.	3. 38.	3. 28.	3. 21.
4. 30.	4. 29.	4. 20.	4. 11.	4. 2.	3. 54.	3. 46.
5. 0.	4. 59.	4. 49.	4. 39.	4. 29.	4. 20.	4. 11.
5. 30.	5. 28.	5. 17.	5. 7.	4. 56.	4. 46.	4. 36.
6. 0.	5. 58.	5. 46.	5. 34.	5. 22.	5. 12.	5. 1.
6. 30.	6. 27.	6. 14.	6. 1.	5. 49.	5. 37.	5. 25.
7. 0.	6. 57.	6. 43.	6. 29.	6. 16.	6. 3.	5. 50.
7. 30.	7. 26.	7. 12.	6. 56.	6. 42.	6. 28.	6. 15.
8. 0.	7. 55.	7. 39.	7. 24.	7. 8.	6. 54.	6. 40.
8. 30.	8. 25.	8. 7.	7. 51.	7. 35.	7. 19.	7. 4.
9. 0.	8. 54.	8. 36.	8. 18.	8. 1.	7. 45.	7. 29.
9. 30.	9. 22.	9. 3.	8. 45.	8. 27.	8. 10.	7. 53.
10. 0.	9. 51.	9. 31.	9. 12.	8. 53.	8. 35.	8. 17.
10. 30.	10. 20.	9. 59.	9. 39.	9. 19.	9. 0.	8. 42.
11. 0.	10. 48.	10. 26.	10. 5.	9. 45.	9. 25.	9. 6.
11. 30.	11. 16.	10. 54.	10. 32.	10. 11.	9. 50.	9. 30.
12. 0.	11. 45.	11. 21.	10. 58.	10. 36.	10. 15.	9. 54.
12. 30.	12. 13.	11. 48.	11. 25.	11. 2.	10. 39.	10. 18.
13. 0.	12. 41.	12. 16.	11. 51.	11. 27.	11. 4.	10. 41.
13. 30.	13. 8.	12. 42.	12. 17.	11. 52.	11. 28.	11. 5.
14. 0.	13. 36.	13. 9.	12. 43.	12. 17.	11. 52.	11. 28.
14. 30.	14. 3.	13. 35.	13. 9.	12. 42.	12. 17.	11. 52.
15. 0.	14. 31.	14. 2.	13. 34.	13. 7.	12. 41.	12. 15.
15. 30.	14. 58.	14. 28.	13. 59.	13. 32.	13. 5.	12. 38.
16. 0.	15. 25.	14. 54.	14. 25.	13. 56.	13. 28.	13. 1.

TABLE VII. de l'angle de la Souſtilaire avec la Méridienne.

Déclin. du plan.	*Hauteur du Pole ou Latitude.* 45d. 0′	46d. 0′	47d. 0′	48d. 0′.	49d. 0′.	50d. 0′.
16d.30′	15. 51.	15. 20.	14. 50.	14. 21.	13. 52.	13. 24.
17. 0.	16. 18.	15. 46.	15. 15.	14. 45.	14. 16.	13. 47.
17. 30.	16. 44.	16. 11.	15. 40.	15. 9.	14. 39.	14. 9.
18. 0.	17. 10.	16. 37.	16. 5.	15. 33.	15. 2.	14. 32.
18. 30.	17. 36.	17. 2.	16. 29.	15. 56.	15. 25.	14. 55.
19. 0.	18. 2.	17. 27.	16. 53.	16. 20.	15. 48.	15. 17.
19. 30.	18. 28.	17. 52.	17. 17.	16. 44.	16. 11.	15. 39.
20. 0.	18. 53.	18. 17.	17. 41.	17. 7.	16. 33.	16. 1.
20. 30.	19. 18.	18. 41.	18. 5.	17. 30.	16. 56.	16. 23.
21. 0.	19. 43.	19. 5.	18. 29.	17. 53.	17. 18.	16. 44
21. 30.	20. 8.	19. 29.	18. 52.	18. 16.	17. 40.	17. 6.
22. 0.	20. 32.	19. 53.	19. 15.	18. 38.	18. 2.	17. 27.
22. 30.	20. 56.	20. 17.	19. 38.	19. 1.	18. 24.	17. 48.
23. 0.	21. 21.	20. 40.	20. 1.	19. 23.	18. 46.	18. 9.
23. 30.	21. 44.	21. 4.	20. 24.	19. 45.	19. 7.	18. 30.
24. 0.	22. 8.	21. 27.	20. 46.	20. 7.	19. 28.	18. 51.
24 30.	22. 31.	21. 49.	21. 9.	20. 29.	19. 49.	19. 11.
25. 0.	22. 55.	22. 12.	21. 31.	20. 50.	20. 10.	19. 32.
25. 30.	23. 18.	22. 34.	21. 52.	21. 11.	20. 31.	19. 52.
26. 0.	23. 40.	22. 57.	22. 14.	21. 32.	20. 52.	20. 12.
26. 30.	24. 3.	23. 19.	22. 35.	21. 53.	21. 12.	20. 32.
27. 0.	24. 25.	23. 40.	22. 57.	22. 14.	21. 32.	20. 51.
27. 30.	24. 47.	24. 2.	23. 18.	22. 35.	21. 52.	21. 11.
28. 0.	25. 9.	24. 23.	23. 39.	22. 55.	22. 12.	21. 30.
28. 30.	25. 31.	24. 44.	23. 59.	23. 15.	22. 32.	21. 49.
29. 0.	25. 52.	25. 5.	24. 20.	23. 35.	22. 51.	22. 8.
29. 30.	26. 13.	25. 26.	24. 40.	23. 55.	23. 10.	22. 27.
30. 0.	26. 34.	25. 46.	25. 0.	24. 14.	23. 29.	22. 46.
30. 30.	26. 55.	26. 7.	25. 20.	24. 34.	23. 48.	23. 4.
31. 0.	27. 15.	26. 27.	25. 39.	24. 53.	24. 7.	23. 22.
31. 30.	27. 35.	26. 46.	25. 59.	25. 12.	24. 26.	23. 40.
32. 0.	27. 55.	27. 6.	26. 18.	25. 30.	24. 44.	23. 58.

TABLE VII. de l'angle de la soustilaire avec la Méridienne.

Hauteur du Pole ou Latitude.

Déclin. du plan.	45d. 0'.	46d. 0'.	47d. 0'.	48d. 0'.	49d. 0'.	50d. 0'.
33d. 0'.	28. 35.	27. 45.	26. 56.	26. 7.	25. 20.	24. 34.
34. 0.	29. 53.	28. 22.	27. 32.	26. 44.	25. 55.	25. 8.
35. 0.	29. 0.	28. 59.	28. 8.	27. 19.	26. 30.	25. 42.
36. 0.	30. 27.	29. 35.	28. 44.	27. 53.	27. 4.	26. 15.
37. 0.	31. 2.	30. 10.	29. 18.	28. 27.	27. 37.	26. 48.
38. 0.	31. 37.	30. 44.	29. 52.	29. 0.	28. 9.	27. 19.
39. 0.	32. 11.	31. 17.	30. 24.	29. 32.	28. 41.	27. 50.
40. 0.	32. 44.	31. 50.	30. 56.	30. 4.	29. 12.	28. 20.
41. 0.	33. 16.	32. 21.	31. 27.	30. 34.	29. 42.	28. 50.
42. 0.	33. 47.	32. 52.	31. 58.	31. 4.	30. 11.	29. 19.
43. 0.	34. 18.	33. 22.	32. 27.	31. 33.	30. 40.	29. 47.
44. 0.	34. 47.	33. 51.	32. 56.	32. 2.	31. 7.	30. 14.
45. 0.	35. 16.	34. 20.	33. 24.	32. 29.	31. 35.	30. 41.
46. 0.	35. 44.	34. 47.	33. 51.	32. 56.	32. 1.	31. 7.
47. 0.	36. 11.	35. 14.	34. 18.	33. 22.	32. 27.	31. 32.
48. 0.	36. 37.	35. 40.	34. 43.	33. 46.	32. 52.	31. 57.
49. 0.	37. 2.	36. 5.	35. 8.	34. 12.	33. 16.	32. 21.
50. 0.	37. 27.	36. 30.	35. 32.	34. 36.	33. 40.	32. 44.
51. 0.	37. 51.	36. 53.	35. 56.	34. 59.	34. 2.	33. 7.
52. 0.	38. 14.	37. 16.	36. 19.	35. 21.	34. 25.	33. 28.
53. 0.	38. 37.	37. 38.	36. 41.	35. 43.	34. 46.	33. 50.
54. 0	38. 58.	38. 0.	37. 2.	36. 4.	35. 7.	34. 10.
55. 0.	39. 19.	38. 21.	37. 23.	36. 25.	35. 27.	34. 30.
56. 0.	39. 40.	38. 41.	37. 42.	36. 44.	35. 47.	34. 49.
57. 0.	39. 59.	39. 0.	38. 2.	37. 3.	36. 6.	35. 8.
58. 0.	40. 18.	39. 19.	38. 20.	37. 22.	36. 24.	35. 26.
59. 0.	40. 36.	39. 37.	38. 38.	37. 40.	36. 41.	35. 44.
60. 0.	40. 54.	39. 54.	38. 55.	37. 57.	36. 58.	36. 0.
61. 0.	41. 10.	40. 11.	39. 12.	38. 13	37. 15.	36. 16.
62. 0.	41. 27.	40. 27.	39. 28.	38. 29.	37. 30.	36. 32.
63. 0.	41. 42.	40. 43.	39. 43.	38. 44.	37. 46.	36. 47.
64. 0.	41. 57.	40. 57.	39. 58.	38. 59.	38. 0.	37. 1.

TABLE VIII. de la hauteur du Pole ſur le plan, ou de l'angle compris entre l'Axe & la Souſtilaire.

Déclin. du plan.	Hauteur du Pole ſur l'horiſon, ou Latitude.					
	45ᵈ. 0'.	46ᵈ. 0.	47ᵈ. 0'.	48ᵈ. 0.	49ᵈ. 0'.	50ᵈ. 0'.
1.	45. 0.	43. 59.	43. 0.	41. 59.	40. 59.	40. 0.
2.	44. 58.	43. 58.	42. 58.	41. 58.	40. 58.	39. 58.
3.	44. 55.	43. 55.	42. 56.	41. 56.	40. 56.	39. 56.
4.	44. 52.	43. 52.	42. 52.	41. 52.	40. 53.	39. 53.
5.	44. 47.	43. 47.	42. 48.	41. 48.	40. 49.	39. 49.
6.	44. 41.	43. 42.	42. 42.	41. 43.	40. 44.	39. 44.
7.	44. 34.	43. 35.	42. 36.	41. 37.	40. 38.	39. 39.
8.	44. 27.	43. 28.	42. 29.	41. 30.	40. 31.	39. 32.
9.	44. 18.	43. 19.	42. 21.	41. 22.	40. 23.	39. 25.
10.	44. 8.	4 . 10.	42. 12.	41. 13.	40. 15.	39. 16.
11.	43. 57.	43. 0.	42. 2.	41. 4.	40. 5.	39. 7.
12.	43. 46.	42. 48.	41. 51.	40. 53.	39. 54.	38. 57.
13.	43. 33.	42. 36.	41. 39.	40. 41.	39. 44.	38. 47.
14.	43. 19.	42. 23.	41. 26.	40. 29.	39. 32.	38. 35.
15.	43. 5.	42. 9.	41. 12.	40. 16.	39. 19.	38. 23.
16.	42. 49.	41. 54.	40. 58.	40. 2.	39. 6.	38. 10.
17.	42. 33.	41. 38.	40. 42.	39. 47.	38. 51.	37. 56.
18.	42. 16.	41. 21.	40. 26.	39. 31.	38. 36.	37. 41.
19.	41. 57.	41. 3.	40. 9.	39. 15.	38. 20.	37. 26.
20.	41. 38.	40. 45.	39. 51.	38. 58.	38. 4.	37. 10.
21.	41. 19.	40. 26.	39. 33.	38. 39.	37. 46.	36. 53
22.	40. 58.	40. 6.	39. 13.	38. 21.	37. 28.	36. 35.
23.	40. 37.	39. 45.	38. 53.	38. 1.	37. 9.	36. 17.
24.	40. 14.	39. 23.	38. 32.	37. 41.	36. 49.	35. 58.
25.	39. 51.	39. 1.	38. 11.	37. 20.	36. 29.	35. 38.
26.	39. 28.	38. 38.	37. 48.	36. 58.	36. 8.	35. 17.
27.	39. 3.	38. 14.	37. 25.	36. 36.	35. 46.	34. 57.
28.	38. 38.	37. 50.	37. 2.	36. 13.	35. 24.	34. 35.
29.	38. 12.	37. 25.	36. 37.	35. 49.	35. 1.	34. 12.
30.	37. 46.	36. 59.	36. 12.	35. 25.	34. 37.	33 50.
31.	37. 19.	36. 33.	35. 46.	35. 0.	34. 13.	33. 26.
32.	36. 51.	36. 6.	35. 20.	34. 34.	33. 48.	33. 2.

TABLE VIII. de la hauteur du Pole sur le plan, ou de l'angle compris entre l'Axe & la Soustilaire.

Déclin. du plan.	*Hauteur du Pole sur l'horison, ou Latitude.* 45d. 0′.	46d. 0′.	47d. 0′.	48d. 0′.	49d. 0′.	50d. 0′.
32d.30′	36. 37.	35. 52.	35. 7.	34. 21.	33. 36.	32. 50.
33. 0.	36. 22.	35. 38.	34. 53.	34. 8.	33. 23.	32. 37.
33. 30.	36. . 8.	35. 24.	34. 40.	33. 55.	33. 10.	32. 25.
34. 0.	35. 53.	35. 10.	34. 26.	33. 42.	32. 57.	32. 12.
34. 30.	35. 39.	34. 55.	34. 12.	33. 28.	32. 44.	31. 59.
35. 0.	35. 24.	34. 41.	33. 58.	33. 14.	32. 30.	31. 46.
35. 30.	35. 9.	34. 26.	33. 44.	33. 0.	32. 17.	31. 33.
36. 0.	34. 54.	34. 12.	33. 29.	32. 46.	32. 3.	31. 20
36. 30.	34. 38.	33. 57.	33. 15.	32. 32.	31. 50.	31. 7.
37. 0.	34. 23.	33. 42.	33. . 0.	32. 18.	31. 36.	30. 53.
37. 30.	34. 7.	33. 27.	32. 45.	32. 4.	31. 22.	30. 40.
38. 0.	33. 52.	33. 11.	32. 30.	31. 49.	31. 8.	30. 26.
38. 30.	33. 36.	32. 56.	32. 15.	31. 35.	30. 54.	30. 12.
39. 0.	33. 20.	32. 40.	32. 0.	31. 20.	30. 39.	29. 58.
39. 30.	33. . 4.	32. 25.	31. 45.	31. 5.	30. 25.	29. 44.
40. 0.	32. 48.	32. 9.	31. 30.	30. 50.	30. 10.	29. 30.
40. 30.	32. 32.	31. 53.	31. 14.	30. 35.	29. 56.	29. 16.
41. 0.	32. 15.	31. 37.	30. 59.	30. 20.	29. 41.	29. 1.
41. 30.	31. 59.	31. 21.	30. 43.	30. 5.	29. 26.	28. 47.
42. 0.	31. 42.	31. 5.	30. 27.	29. 49.	29. 11.	28. 32.
42. 30.	31. 25.	30. 48.	30. 11.	29. 34.	28. 56.	28. 17.
43. 0.	31. 8.	30. 32.	29. 55.	29. 18.	28. 40.	28. 3.
43. 30.	30. 52.	30. 15.	29. 39.	29. 2.	28. 25.	27. 48.
44. 0.	30. 34.	29. 59.	29. 23.	28. 46.	28. 10.	27. 32.
44. 30.	30. 17.	29. 42.	29. 6.	28. 30.	27. 54.	27. 17.
45. 0.	30. 0.	29. 25.	28. 50.	28. 14.	27. 38.	27. 2.
45. 30.	29. 43.	29. 8.	28. 33.	27. 58.	27. 23.	26. 47.
46. . 0.	29. 25.	28. 51.	28. 17.	27. 42.	27. 7.	26. 31.
46. 30.	29. 8.	28. 34.	28. 0.	27. 26.	26. 51.	26. 16.
47. 0.	28. 50.	28. 17.	27. 43.	27. 9.	26. 35.	26. 0.
47. 30.	28. 32.	27 59.	27. 26.	26. 53.	26. 19.	25. 45.
48. . 0.	28. 14.	27. 42.	27. 9.	26. 36.	26. 2.	25. 28.

TABLE VIII. de la hauteur du Pole sur le plan, ou de l'angle compris entre l'Axe & la Soustilaire.

Déclin. du plan.	*Hauteur du Pole sur l'horison, ou Latitude.* 45d. 0'.	46d. 0'.	47d. 0'.	48d. 0.	49d. 0.	50d. 0.
48d.30'	27. 56.	27. 24.	26. 52.	26. 20.	25. 46.	25. 13.
49. 0.	27. 38.	27. 7.	26. 35.	26. 2.	25. 30.	24. 57.
49. 30.	27. 20.	26. 49.	26. 17.	25. 45.	25. 13.	24. 40.
50. 0.	27. 2.	26. 31.	26. 0.	25. 28.	24. 57.	24. 24.
50. 30.	26. 44.	26. 13.	25. 43.	25. 12.	24. 40.	24. 8.
51. 0.	26. 25.	25. 55.	25. 25.	24. 54.	24. 23.	23. 52.
51. 30.	26. 7.	25. 38.	25. 7.	24. 37.	24. 6.	23. 35.
52. 0.	25. 48.	25. 19.	24. 50.	24. 20.	23. 49.	23. 19.
52. 30.	25. 30.	25. 1.	24. 32.	24. 2.	23. 32.	23. 2.
53. 0.	25. 11.	24. 43.	24. 14.	23. 45.	23. 15.	22. 45.
53. 30.	24. 52.	24. 24.	23. 56.	23. 27.	22. 58.	22. 29.
54. 0.	24. 34.	24. 6.	23. 38.	23. 10.	22. 41.	22. 12.
54. 30.	24. 15.	23. 47.	23. 20.	22. 52.	22. 24.	21. 55.
55. 0.	23. 56.	23. 29.	23. 2.	22. 34.	22. 6.	21. 38.
55. 30.	23. 37.	23. 10.	22. 43.	22. 16.	21. 49.	21. 21.
56. 0.	23. 18.	22. 51.	22. 25.	21. 58.	21. 31.	21. 4.
56. 30.	22. 58.	22. 33.	22. 7.	21. 40.	21. 14.	20. 47.
57. 0.	22. 39.	22. 14.	21. 48.	21. 22.	20. 56.	20. 30.
57. 30.	22. 20.	21. 55.	21. 30.	21. 4.	20. 38.	20. 12.
58. 0.	22. 0.	21. 36.	21. 11.	20. 46.	20. 21.	19. 55.
58. 30.	21. 41.	21. 17.	20. 53.	20. 28.	20. 3.	19. 38.
59. 0.	21. 22.	20. 58.	20. 34.	20. 10.	19. 45.	19. 20
59. 30.	21. 2.	20. 39.	20. 15.	19. 51.	19. 27.	19. 2
60. 0.	20. 42.	20. 19.	19. 56.	19. 33.	19. 9.	18. 45.
60. 30.	20. 23.	20. 0.	19. 37.	19. 14.	18. 51.	18. 27.
61. 0.	20. 3.	19. 41.	19. 18.	18. 56.	18. 33.	18. 9.
61. 30.	19. 43.	19. 21.	18. 59.	18. 37.	18. 9.	17. 52.
62. 0.	19. 23.	19. 2.	18. 40.	18. 19.	17. 56.	17. 34.
62. 30.	19. 3.	18. 43.	18. 21.	18. 0.	17. 38.	17. 16.
63. 0.	18. 43.	18. 23.	18. 2.	17. 41.	17. 20.	6. 58.
63. 30.	18. 23.	18. 3.	17. 43.	17. 22.	17. 1.	16. 40.
64. 0.	18. 3.	17. 44.	17. 24.	17. 3.	16. 43.	16. 22.

TABLE IX.

TABLE IX. de la différence des Méridiens ou des longitudes.

Déclin. du plan.	*Hauteur du Pole ou Latitude.* 45^d.	46^d.	47^d.	48^d.	49^d.	50^d.
0^d.15.	0. 21′	0. 21.	0. 20.	0. 20.	0. 20.	0. 20.
0. 30.	0. 42.	0. 42.	0. 41.	0. 40.	0. 40.	0. 39.
0. 45.	1. 4.	1. 2.	1. 1.	1. 0.	1. 0.	0. 59.
1. 0.	1. 25.	1. 23.	1. 22.	1. 21.	1. 19.	1. 18.
1. 15.	1. 46.	1. 44.	1. 42.	1. 41.	1. 39.	1. 38.
1. 30.	2. 7	2. 5.	2. 3.	2. 1.	1. 59.	1. 57.
1. 45.	2. 28.	2. 26.	2. 23.	2. 21.	2. 19.	2. 17.
2. 0.	2. 50.	2. 47.	2. 44.	2. 41.	2. 39.	2. 37.
2. 15.	3. 11.	3. 8.	3. 4.	3. 2.	2 59.	2. 56.
2. 30.	3. 32	3. 28.	3. 25.	3. 22.	3. 19.	3. 16.
2. 45.	3. 53.	3. 49.	3. 45.	3. 42.	3. 38.	3. 35.
3. 0.	4. 14.	4. 10.	4. 6.	4. 2.	3. 58.	3. 55.
3. 15.	4. 35.	4. 31.	4. 26.	4. 22.	4. 18.	4. 14.
3. 30.	4. 57.	4. 52.	4. 47.	4. 42.	4. 38.	4. 34.
3. 45.	5. 18.	5. 12.	5. 7.	5. 2.	4. 58.	4. 53.
4. 0.	5. 39.	5. 33.	5. 28.	5. 23.	5. 17.	5. 13.
4. 15.	6. 0.	5. 54.	5. 48.	5. 42.	5. 38.	5. 32.
4. 30.	6. 21.	6. 15.	6. 8.	6. 3.	5. 57.	5. 52.
4. 45.	6. 42.	6. 35.	6. 29.	6. 23.	6. 17.	6. 12.
5. 0.	7. 3.	6. 56.	6. 49.	6. 42.	6. 37.	6. 31.
5. 15.	7. 24.	7. 16.	7. 10.	7. 3.	6. 57.	6. 50.
5. 30.	7. 45.	7. 37.	7. 30.	7. 23.	7. 16.	7. 10.
5. 45.	8. 6.	7. 58.	7. 50.	7. 43.	7. 36.	7. 29.
6. 0.	8. 27.	8. 19.	8. 11.	8. 3.	7. 56.	7. 49.
6. 15.	8. 59.	8. 39.	8. 31.	8. 23.	8. 15.	8. 8.
6. 30.	9. 9.	9. 0.	8. 51.	8. 43.	8. 35.	8. 28.
6. 45.	9. 30.	9. 21.	9. 12.	9. 3.	8. 55.	8. 47.
7. 0.	9. 51.	9. 41.	9. 32.	9. 23.	9. 14.	9. 6.
7. 15.	10. 12.	10. 2.	9. 52.	9. 43.	9 34	9. 26.
7. 30.	10. 33.	10. 22.	10. 12.	10. 3.	9. 54.	9. 45.
7. 45.	10. 54.	10. 43.	10. 32.	10. 23.	10. 13.	10. 4.
8. 0.	11. 14.	11. 3.	10. 53.	10. 43.	10 33.	10 24.

Ce

TABLE IX. de la différence des Méridiens ou des Longitudes.

Hauteur du Pole ou Latitude.

Déclin. du plan.	45d.	46d.	47d.	48d.	49d.	50d.
8d.15.	11. 35.	11. 24.	11. 13.	11. 2.	10. 53.	10. 43.
8. 30.	11. 56.	11. 44.	11. 33.	11. 22.	11. 12.	11. 2.
8. 45.	12. 17.	12. 5.	11. 53.	11. 42.	11. 32.	11. 22.
9. . 0.	12. 38.	12. 25.	12. 13.	12. 2.	11. 51.	11. 41.
9. 15.	12. 58.	12. 45.	12. 33.	12. 22.	12. 11.	12. 0.
9. 30.	13. 19.	13. 6.	12. 53.	12. 41.	12. 30.	12. 19.
9. 45.	13. 39.	13. 26.	13. 13.	13. 1.	12. 49.	12. 39.
10. . 0.	14. 0.	13. 46.	13. 33.	13. 21.	13. 9.	12. 58.
10. 15.	14. 21.	14. 7.	13. 53.	13. 41.	13. 28.	13. 17.
10. 30.	14. 41.	14. 27.	14. 13.	14. 0.	13. 48.	13. 36.
10. 45.	15. 1.	14. 47.	14. 33.	14. 20.	14. 7.	13. 55.
11. . 0.	15. 22.	15. 7.	14. 53.	14. 39.	14. 26.	14. 14.
11. 15.	15. 43.	15. 27.	15. 13.	14. 59.	14. 46.	14. 33.
11. 30.	16. 3.	15. 48.	15. 33.	15. 19.	15. 5.	14. 52.
11. 45.	16. 23.	16. 8.	15. 52.	15. 38.	15. 24.	15. 11.
12. . 0.	16. 44.	16. 28.	16. 12.	15. 57.	15. 44.	15. 31.
12. 15.	17. 4.	16. 48.	16. 32.	16. 17.	16. 3.	15. 49.
12. 30.	17. 24.	17. 8.	16. 52.	16. 37.	16. 22.	16. 8.
12. 45.	17. 45.	17. 28.	17. 12.	16. 56.	16. 41.	16. 27.
13. . 0.	18. 5.	17. 48.	17. 31.	17. 15.	17. 0.	16. 46.
13. 15.	18. 25.	18. 8.	17. 51.	17. 35.	17. 20.	17. 5.
13. 30.	18. 45.	18. 28.	18. 11.	17. 54.	17. 39.	17. 24.
13. 45.	19. 5.	18. 47.	18. 30.	18. 14.	17. 58.	17. 43.
14. . 0.	19. 25.	19. 7.	18. 50.	18. 33.	18. 17.	18. 2.
14. 15.	19. 45.	19. 27.	19. 9.	18. 52.	18. 36.	18. 21.
14. 0 .	20. 5.	19. 47.	19. 29.	19. 11.	18. 55.	18. 39.
14. 5 .	20. 25.	20. 6.	19. 48.	19. 30.	19. 14.	18. 58.
15. . 0.	20. 45.	20. 26.	20. 7.	19. 49.	19. 33.	19. 17.
15. 15.	21. 5.	20. 45.	20. 27.	20. 9.	19. 52.	19. 36.
15. 30.	21. 25.	21. 5.	20. 46.	20. 28.	20. 11.	19. 54.
15. 45.	21. 45.	21. 24.	21. 5.	20. 47.	20. 29.	20. 13.
16. . 0.	22. 5.	21. 44.	21. 24.	21. 6.	20. 48.	20. 31.

TABLE IX. de la différence des Méridiens ou des Longitudes.

Déclin. du plan.	*Hauteur du Pole ou Latitude.* 45ᵈ.	46ᵈ.	47ᵈ.	48ᵈ.	49ᵈ.	50ᵈ.
16ᵈ.15′	22. 24.	22. 3.	21. 44.	21. 25.	21. 7.	20. 50.
16. 30.	22. 44.	22. 23.	22. 3.	21. 44.	21. 26.	21. 8.
16. 45.	23. 3.	22. 42.	22. 22.	22. 3.	21. 44.	21. 27.
17. 0.	23. 23.	23. 1.	22. 41.	22. 22.	22. 3.	21. 45.
17. 15.	23. 42.	23. 21.	23. 0.	22. 41.	22. 22.	22. 4.
17. 30.	24. 2.	23. 40.	23. 19.	22. 59.	22. 40.	22. 22.
17. 45.	24. 21.	23. 59.	23. 38.	23. 18.	22. 59.	22. 41.
18. 0.	24. 41.	24. 18.	23. 57.	23. 37.	23. 17.	22. 59.
18. 15.	25. 0.	24. 38.	24. 16.	23. 56.	23. 36.	23. 17.
18. 30.	25. 19.	24. 57.	24. 35.	24. 14.	23. 54.	23. 36.
18. 45.	25. 39.	25. 16.	24. 54.	24. 33.	24. 13.	23. 54.
19. 0.	25. 58.	25. 35.	25. 13.	24. 51.	24. 31.	24. 12.
19. 15.	26. 17.	25. 54.	25. 31.	25. 10.	24. 50.	24. 30.
19. 30.	26. 36.	26. 13.	25. 50.	25. 29.	25. 8.	24. 48.
19. 45.	26. 55.	26. 32.	26. 9.	25. 47.	25. 26.	25. 7.
20. 0.	27. 14.	26. 50.	26. 27.	26. 6.	25. 45.	25. 25.
20. 15.	27. 33.	27. 9.	26. 46.	26. 24.	26. 3.	25. 43.
20. 30.	27. 52.	27. 28.	27. 5.	26. 43.	26. 21.	26. 1.
20. 45.	28. 11.	27. 47.	27. 23.	27. 1.	26. 39.	26. 19.
21. 0.	28. 30.	28. 5.	27. 42.	27. 19.	26. 58.	26. 37.
21. 15.	28. 49.	28. 24.	28. 0.	27. 37.	27. 16.	26. 55.
21. 30.	29. 7.	28. 42.	28. 18.	27. 56.	27. 34.	27. 13.
21. 45.	29. 26.	29. 1.	28. 37.	28. 14.	27. 52.	27. 31.
22. 0.	29. 45.	29. 19.	28. 55.	28. 32.	28. 10.	27. 48.
22. 15.	30. 3.	29. 38.	29. 13.	28. 50.	28. 28.	28. 6.
22. 30.	30. 22.	29. 56.	29. 31.	29. 8.	28. 46.	28. 24.
22. 45.	30. 40.	30. 14.	29. 50.	29. 26.	29. 3.	28. 42.
23. 0.	30. 59.	30. 32.	30. 8.	29. 44.	29. 21.	28. 59.
23. 15.	31. 17.	30. 51.	30. 26.	30. 2.	29. 39.	29. 17.
23. 30.	31. 35.	31. 9.	30. 44.	30. 20.	29. 57.	29. 35.
23. 45.	31. 53.	31. 27.	31. 2.	30. 38.	30. 15.	29. 52.
24. 0.	32. 12.	31. 45.	31. 20.	30. 56.	30. 32.	30. 10.

TABLE IX. de la différence des Méridiens ou des Longitudes.

Hauteur du Pole ou Latitude.

Déclin. du plan.	45^{d}.	46^{d}.	47^{d}.	48^{d}.	49^{d}.	50^{d}.
24^{d}. 15′	32. 30.	32. 3.	31. 38.	31. 13.	30. 50.	30. 27.
24. 30	32. 48.	32. 21.	31. 56.	31. 31.	31. 7.	30. 45.
24. 45.	33. 6.	32. 39.	32. 13.	31. 49.	31. 25.	31. 2.
25. 0.	33. 24.	32. 57.	32. 31.	32. 6.	31. 43.	31. 20.
25. 15.	33. 42.	33. 15.	32. 49.	32. 24.	32. 0.	31. 37.
25. 30.	34. 0.	33. 33.	33. 7.	32. 42.	32. 18.	31. 55.
25. 45.	34. 18.	33. 51.	33. 24.	32. 59.	32. 35.	32. 12.
26. 0.	34. 36.	34. 8.	33. 42.	33. 17.	32. 52.	32. 29.
26. 15.	34. 53.	34. 26.	34. 0.	33. 34.	33. 10.	32. 46.
26. 30.	35. 11.	34. 44.	34. 17.	33. 51.	33. 27.	33. 3.
26. 45.	35. 29.	35. 1.	34. 34.	34. 9.	33. 44.	33. 21.
27. 0.	35. 46.	35. 19	34. 52.	34. 26.	34. 1.	33. 38.
27. 15.	36. 4.	35. 36.	35. 9.	34. 43.	34. 19.	33. 55.
27. 30.	36. 21.	35. 53.	35. 26.	35. 1.	34. 36.	34. 12.
27. 45.	36. 39.	36. 11.	35. 44.	35. 18.	34. 53.	34. 29.
28. 0.	36. 56.	36. 27.	36. 1.	35. 35.	35. 10.	34. 46.
28. 15.	37. 14.	36. 45.	36. 18.	35. 52.	35. 27.	35. 3.
28. 30.	37. 31.	37. 3.	36. 35.	36. 9.	35. 44.	35. 20.
28. 45.	37. 48.	37. 20.	36. 52.	36. 26.	36. 1.	35. 37.
29. 0.	38. 6.	37. 37.	37. 10.	36. 43.	36. 18.	35. 53.
29. 15.	38. 23.	37. 54.	37. 27.	37. 0.	36. 35.	36. 10.
29. 30.	38. 40.	38. 11.	37. 44.	37. 17.	36. 51.	36. 27.
29. 45.	38. 57.	38. 28.	38. 0.	37. 34.	37. 8.	36. 44.
30. 0.	39. 14.	38. 45.	38. 17.	37. 51.	37. 25.	37. 0.
30. 15.	39. 31.	39. 2.	38. 34.	38. 7.	37. 42.	37. 17.
30. 30.	39. 48.	39. 19.	38. 51.	38. 24.	37. 59.	37. 33.
30. 45.	40. 4.	39. 35.	39. 8.	38. 41.	38. 15.	37. 50.
31. 0.	40. 21.	39. 52.	39. 24.	38. 57.	38. 31.	38. 7.
31. 15.	40. 38.	40. 9.	39. 41.	39. 14.	38. 48.	38. 23.
31. 30.	40. 55.	40. 26.	39. 57.	39. 31.	39. 5.	38. 40.
31. 45.	41. 12.	40. 42.	40. 14.	39. 47.	39. 21.	38. 56.
32. 0.	41. 28.	40. 59.	40. 31.	40. 4.	39. 37.	39. 12.

TABLE IX. de la différence des Méridiens ou des Longitudes

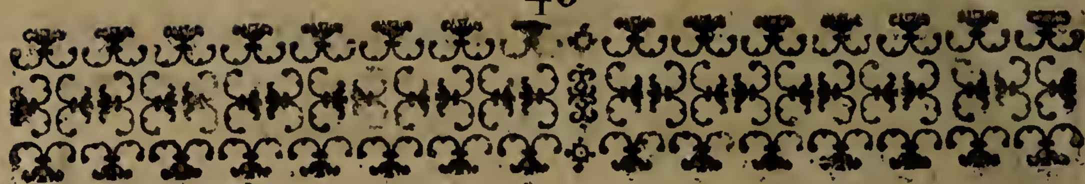
Déclin. du plan.	*Hauteur du Pole ou Latitude.* 45d.	46d.	47d.	48d.	49d.	50d.
32d.15′	41. 45.	41. 15.	40. 47.	40. 20.	39. 54.	39. 29.
32. 30.	42. 1.	41. 32.	41. 3.	40. 36.	40. 10.	39. 45.
32. 45.	42. 17.	41. 48.	41. 20.	40. 53.	40. 26.	40. 1.
33. 0.	42. 34.	42. 5.	41. 36.	41. 9.	40. 43.	40. 17.
33. 15.	42. 50.	42. 21.	41. 52.	41. 25.	40. 59.	40. 34.
33. 30.	43. 6.	42. 37.	42. 7.	41. 41.	41. 15.	40. 50.
33. 45.	43. 23.	42. 53.	42. 25.	41. 58.	41. 31.	41. 6.
34. 0.	43. 39.	43. 9.	42. 41.	42. 14.	41. 47.	41. 22.
34. 15.	43. 55.	43. 26.	42. 57.	42. 30.	42. 3.	41. 38.
34. 30.	44. 11.	43. 42.	43. 13.	42. 46.	42. 19.	41. 54.
34. 45.	44. 27.	43. 58.	43. 29.	43. 2.	42. 35.	42. 10.
35. 0.	44. 43.	44. 14.	43. 45.	43. 18.	42. 51.	42. 26.
35. 15.	44. 59.	44. 30.	44. 1.	43. 34.	43. 7.	42. 41.
35. 30.	45. 15.	44. 45.	44. 17.	43. 50.	43. 23.	42. 57.
35. 45.	45. 31.	45. 1.	44. 33.	44. 5.	43. 39.	43. 13.
36. 0.	45. 47.	45. 17.	44. 49.	44. 21.	43. 55.	43. 29.
36. 15.	46. 2.	45. 33.	45. 4.	44. 37.	44. 10.	43. 45.
36. 30.	46. 18.	45. 49.	45. 20.	44. 53.	44. 26.	44. 0.
36. 45.	46. 34.	46. 4.	45. 36.	45. 8.	44. 42.	44. 16.
37. 0.	46. 49.	46. 20.	45. 51.	45. 24.	44. 57.	44. 32.
37. 15.	47. 5.	46. 35.	46. 7.	45. 39.	45. 13.	44. 47.
37. 30.	47. 20.	46. 51.	46. 23.	45. 55.	45. 28.	45. 3.
37. 45.	47. 36.	47. 6.	46. 38.	46. 11.	45. 44.	45. 18.
38. 0.	47. 51.	47. 22	46. 53.	46. 26.	46. 0.	45. 34.
38. 15.	48. 7.	47. 37.	47. 9.	46. 41.	46. 15.	45. 49.
38. 30.	48. 22.	47. 53.	47. 24.	46. 57.	46. 30.	46. 5.
38. 45.	48. 37.	48. 8.	47. 39.	47. 12.	46. 46.	46. 20.
39. 0.	48. 52.	48. 23.	47. 55.	47. 27.	47. 1.	46. 35.
39. 15.	49. 8.	48. 38.	48. 10.	47. 42.	47. 16.	46. 51.
39. 30.	49. 23.	48. 53.	48. 25.	47. 58.	47. 31.	47. 6.
39. 45.	49. 38.	49. 9.	48. 40.	48. 13.	47. 47.	47. 21.
40. 0.	49. 53.	49. 24.	48. 55.	48. 28.	48. 2.	47. 36.

TABLE IX. de la différence des Méridiens ou des Longitudes.

Déclin. du plan.	*Hauteur du Pole ou Latitude.* 45^{d}.	46^{d}.	47^{d}.	48^{d}.	49^{d}.	50^{d}.
40^{d}. 15'	50. 8.	49. 39.	49. 11.	48. 43.	48. 17.	47. 52.
40. 30.	50. 23.	49. 54.	49. 25.	48. 58.	48. 32.	48. 7.
40. 45.	50. 38.	50. 9.	49. 41.	49. 13.	48. 47.	48. 22.
41. 0.	50. 52.	50. 24	49. 56.	49. 28.	49. 2.	48. 37.
41. 15.	51. 7.	50. 38.	50. 10.	49. 43.	49. 17.	48. 52.
41. 30.	51. 22.	50. 53.	50. 25.	49. 58.	49. 32.	49. 7.
41. 45.	51. 37.	51. 8.	50. 40.	50. 13.	49. 47.	49. 22.
42. 0.	51. 51.	51. 23.	50. 55.	50. 28.	50. 2.	49. 37.
42. 15.	52. 6.	51. 37.	51. 10.	50. 43.	50. 17.	49. 51.
42. 30.	52. 21.	51. 52.	51. 24.	50. 57.	50. 31.	50. 6.
42. 45.	52. 35.	52. 7.	51. 39.	51. 12.	50. 46.	50. 21.
43. 0.	52. 50.	52. 21.	51. 54.	51. 27.	51. 1.	50. 36.
43. 15	53. 4.	52. 36.	52. 8.	51. 41.	51. 16.	50. 51.
43. 30.	53. 19.	52. 50.	52. 23.	51. 56.	51. 30.	51. 5.
43. 45.	53. 33.	53. 5.	52. 37.	52. 11.	51. 45.	51. 20.
44. 0.	53. 47.	53. 19.	52. 52.	52. 25.	52. 0.	51. 35.
44. 15.	54. 1.	53. 33.	53. 6.	52. 40.	52. 14.	51. 49.
44. 30.	54. 16.	53. 48.	53. 20.	52. 54.	52. 29.	52. 4.
44. 45.	54. 30.	54. 2.	53. 35.	53. 9.	52. 43.	52. 18.
45. 0.	54. 44.	54. 16.	53. 49.	53. 23.	52. 58.	52. 33.
45. 15.	54. 58.	54. 30.	54. 3.	53. 37.	53. 12.	52. 47.
45. 30.	55. 12.	54. 45.	54. 18.	53. 52.	53. 26.	53. 2.
45. 45.	55. 26.	54. 59.	54. 32.	54. 6.	53. 41.	53. 16.
46. 0.	55. 40.	55. 13.	54. 46.	54. 20.	53. 55.	53. 30.
46. 15.	55. 54.	55. 27.	55. 0.	54. 34.	54. 9.	53. 45.
46. 30.	56. 8.	55. 41.	55. 14.	54. 48.	54. 23.	53. 59.
46. 45.	56. 22.	55. 55.	55. 28.	55. 3.	54. 38.	54. 13.
47. 0.	56. 36.	56. 9.	55. 42.	55. 17.	54. 52.	54. 28.
47. 15.	56. 50.	56. 23.	55. 56.	55. 31.	55. 6.	54. 42.
47. 30.	57. 4.	56. 37.	56. 10.	55. 45.	55. 20.	54. 56.
47. 45.	57. 17.	56. 50.	56. 24.	55. 59.	55. 34.	55. 10.
48. 0.	57. 31.	57. 4.	56. 38.	56. 13.	55. 48.	55. 24.

TABLE IX. de la différence des Méridiens ou des Longitudes.

Déclin. du plan.	*Hauteur du Pole ou Latitude.* 45^d.	46^d.	47^d.	48^d.	49^d.	50^d.
48^d. 30′	57. 58.	57. 32.	57. 6.	56. 41.	56. 16.	55. 52.
49. 0.	58. 25.	57. 59.	57. 33.	57. 8.	56. 44.	56. 20.
49. 30.	58. 53.	58. 26.	58. 1.	57. 36.	57. 12.	56. 48.
50. 0.	59. 19.	58. 53.	58. 28.	58. 3.	57. 39.	57. 16.
50. 30.	59. 46.	59. 20.	58. 55.	58. 31.	58. 7.	57. 44.
51. 0.	60. 12.	59. 47.	59. 22.	58. 58.	58. 34.	58. 11.
51. 30.	60. 39.	60. 13.	59. 49.	59. 25.	59. 1.	58. 39.
52. 0.	61 5.	60. 40.	60. 16.	59. 52.	59. 29.	59. 6.
52. 30.	61. 31.	61. 6.	60. 42.	60. 18.	59. 56.	59. 33.
53. 0.	61. 57.	61. 32.	61. 8.	60. 45.	60. 22.	60. 0.
53. 30.	62. 23.	61. 58.	61. 35.	61. 12.	60. 49.	60. 27.
54. 0.	62. 49.	62. 24.	62. 1.	61. 38.	61. 16.	60. 54.
54 30.	63. 14.	62. 50.	62. 27.	62. 4.	61. 42.	61. 21.
55. 0.	63. 39.	63. 16.	62. 53.	62. 31.	62. 9.	61. 47.
55. 30.	64. 5.	63. 42.	63. 19.	62. 57.	62. 35.	62. 14.
56. 0.	64. 30.	64. 7.	63 44.	63. 23.	63. 1.	62. 40.
56. 30.	64. 55.	64. 32.	64. 10.	63. 49.	63. 27.	63. 7.
57. 0.	65. 20.	64. 58.	64. 36.	64. 14.	63. 53.	63. 33.
57. 30.	65. 45.	65. 23.	65. 1.	64. 40.	64. 19.	63. 59.
58. 0.	66. 10.	65. 48.	65. 26.	65. 5.	64. 45.	64. 25.
58. 30.	66. 34.	66. 13.	65. 52.	65. 31.	65. 11.	64. 51.
59. 0.	66. 59.	66. 37.	66. 17.	65. 56.	65. 36.	65. 17.
59. 30.	67. 23.	67. 2.	66. 42.	66. 22.	66. 2.	65. 43.
60. 0.	67. 48.	67. 27.	67. 7.	66. 47.	66. 27.	66. 9.
60. 30.	68. 12.	67. 51.	67. 31.	67. 12.	66. 53.	66. 34.
61. 0.	68. 36.	68. 16.	67. 56.	67. 37.	67. 18.	67. 0.
61. 30.	69. 0.	68. 40.	68. 21.	68. 2.	67. 43.	67. 25.
62. 0.	69. 24.	69. 4.	68. 45.	68. 26.	68. 8.	67. 50.
62. 30.	69. 48.	69. 28.	69. 9.	68. 51.	68. 33.	68. 16.
63. 0.	70. 11.	69. 52.	69. 34.	69. 16.	68. 58.	68. 41.
63. 30.	70. 35.	70. 16.	69. 58.	69. 40.	69. 23.	69. 6.
64. 0.	70. 58.	70. 40.	70. 22.	70. 5.	69. 47.	69. 31.



TABLE

DU TRAITE' DE LA GNOMONIQUE.

LIVRE SECOND.

Troisiéme Section.

LIVRE TROISIE'ME.

DES CADRANS INCLINE'S. 197

LIVRE QUATRIE'ME.

Fin de la Table.

PRIVILEGE DU ROI.

LOUIS PAR LA GRACE DE DIEU, ROI DE FRANCE ET DE NAVARRE: A nos amés & féaux Conſeillers, les Gens tenant nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand-Conſeil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, ou autres nos Juſticiers qu'il appartiendra; SALUT. Notre bien-amé le Sieur FRANÇOIS RIVARD, Nous ayant fait remontrer qu'il ſouhaiteroit faire imprimer & donner au Public *Traité de la Sphere & des Cadrans ou de Gnomonique*, s'il nous plaiſoit lui accorder nos Lettres de Privilege ſur ce néceſſaires: offrant pour cet effet de le faire imprimer en bon papier & beaux caractéres, ſuivant la feuille imprimée & attachée pour modéle ſous le contre-ſcel des Préſentes. A CES CAUSES, voulant traiter favorablement ledit Sieur Expoſant, Nous lui avons permis & permettons par ces préſentes, de faire imprimer ledit *Traité de la Sphere & des Cadrans ou de Gnomonique* en un ou pluſieurs volumes, conjointement ou ſéparément, & autant de fois que bon lui ſemblera, & de le faire vendre & diſtribuer par tout notre Royaume pendant le tems de douze années conſécutives, à compter du jour de la date deſdites Préſentes: Faiſons défenſes à toutes ſortes de perſonnes, de quelque qualité & condition qu'elles ſoient, d'en introduire d'impreſſion étrangere, dans aucun lieu de notre obéïſſance; comme auſſi à tous Libraires, Imprimeurs & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter, ni contrefaire ledit *Traité de la Sphere & des Cadrans ou de Gnomonique* en tout, ni en partie, ni d'en faire aucuns extraits ſous quelque prétexte que ce ſoit, d'augmentation, correction, changement de titre ou autrement; ſans la permiſſion expreſſe & par écrit dudit Sieur Expoſant, ou de ceux qui auront droit de lui, à peine de confiſcation des exemplaires contrefaits, de trois mille livres d'amende contre chacun des contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, l'autre tiers audit Sieur Expoſant, & de tous dépens, dommages & intérêts, à la charge que ces Préſentes ſeront enregiſtrées tout au long ſur le Regiſtre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, & ce dans trois mois de la date d'icelles; que l'impreſſion de cet Ouvrage ſera faite dans notre Royaume & non ailleurs; & que l'Impétrant ſe conformera en tout aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du dix Avril 1725; & qu'avant que de l'expoſer en vente, le Manuſcrit ou Imprimé qui aura ſervi de copie à l'impreſſion dudit Ouvrage, ſera remis dans le même état où l'Approbation y aura été donnée, ès mains de notre très-cher & féal Chevalier le Sieur DAGUESSEAU, Chancelier de France, Commandeur de nos Ordres, & qu'il en ſera enſuite remis deux Exemplaires dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre-dit très-cher & féal Chevalier le Sieur DAGUESSEAU, Chancelier de France, Commandeur de nos Ordres; Le tout à peine de nullité des Préſentes: du contenu deſquelles vous mandons & enjoignons de faire jouïr ledit Sieur Expoſant & ſes ayans-cauſes, pleinement & paiſiblement, ſans ſouffrir qu'il leur ſoit fait aucun trouble ou empêchement: Voulons que la copie deſdites Préſentes qui ſera imprimée

tout au long au commencement ou à la fin dudit Ouvrage, soit tenue pour duement signifiée ; & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conseillers & Sécrétaires, foi soit ajoûtée comme à l'original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent, de faire pour l'exécution d'icelles, tous actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte Normande, & lettres à ce contraires : Car tel est notre plaisir. Donné à Paris le troisiéme jour du mois de Juin, l'an de grace mil sept cens quarante, & de notre regne le vingt-cinquiéme. Par le Roi en son Conseil. SAINSON.

Registré sur le Registre X. *de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris.* N°. 370, fol. 357, *conformément au Réglement de* 1723, *qui fait défenses Art. IV.* à toutes personnes de quelque qualité qu'elles soient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre débiter & faire afficher aucuns Livres pour les vendre en leurs noms, soit qu'ils s'en disent les Auteurs ou autrement ; & à la charge de fournir à ladite Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, huit Exemplaires prescrits par l'Article 108 du même Réglement. *A Paris le* 8 *Juin* 1740.

SAUGRAIN, *Syndic.*

FAUTES A CORRIGER.

Pag. 36, *art.* 57, *lign.* 2, la premiere, *lis.* la cinquiéme.
p. 98, *art.* 93, *lig.* 10, la méridienne, *lis.* la soustilaire.
p. 102, *à la marge*, Fig. 10, *lis.* Fig. 16.

De l'Imprimerie de Ph. N. LOTTIN, rue S. Jacques, à la Vérité. 1746.

p.e

Cpt

epbml



